

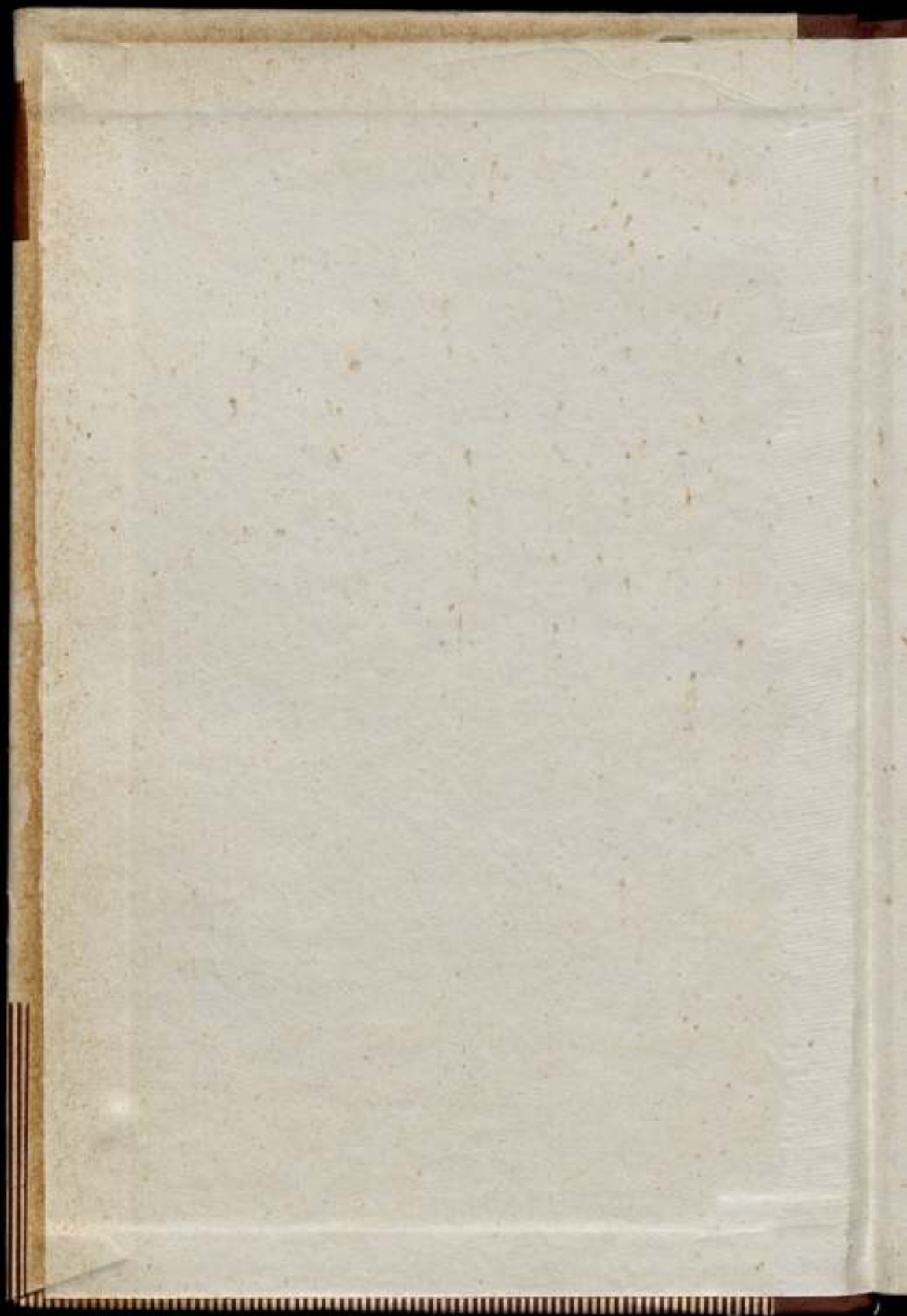
ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ
ИМ. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

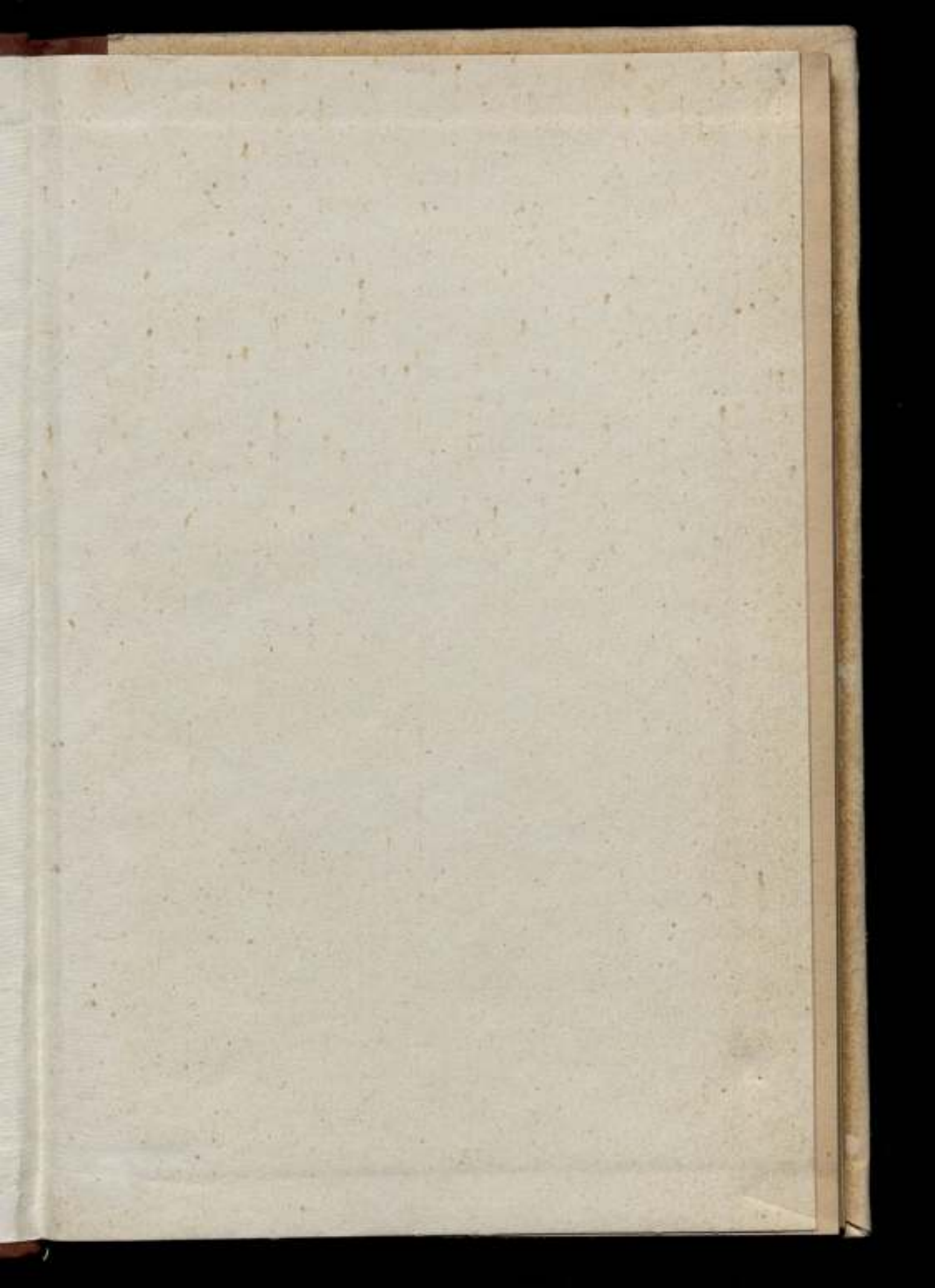
ИЗМЕРЕНИЕ
УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ

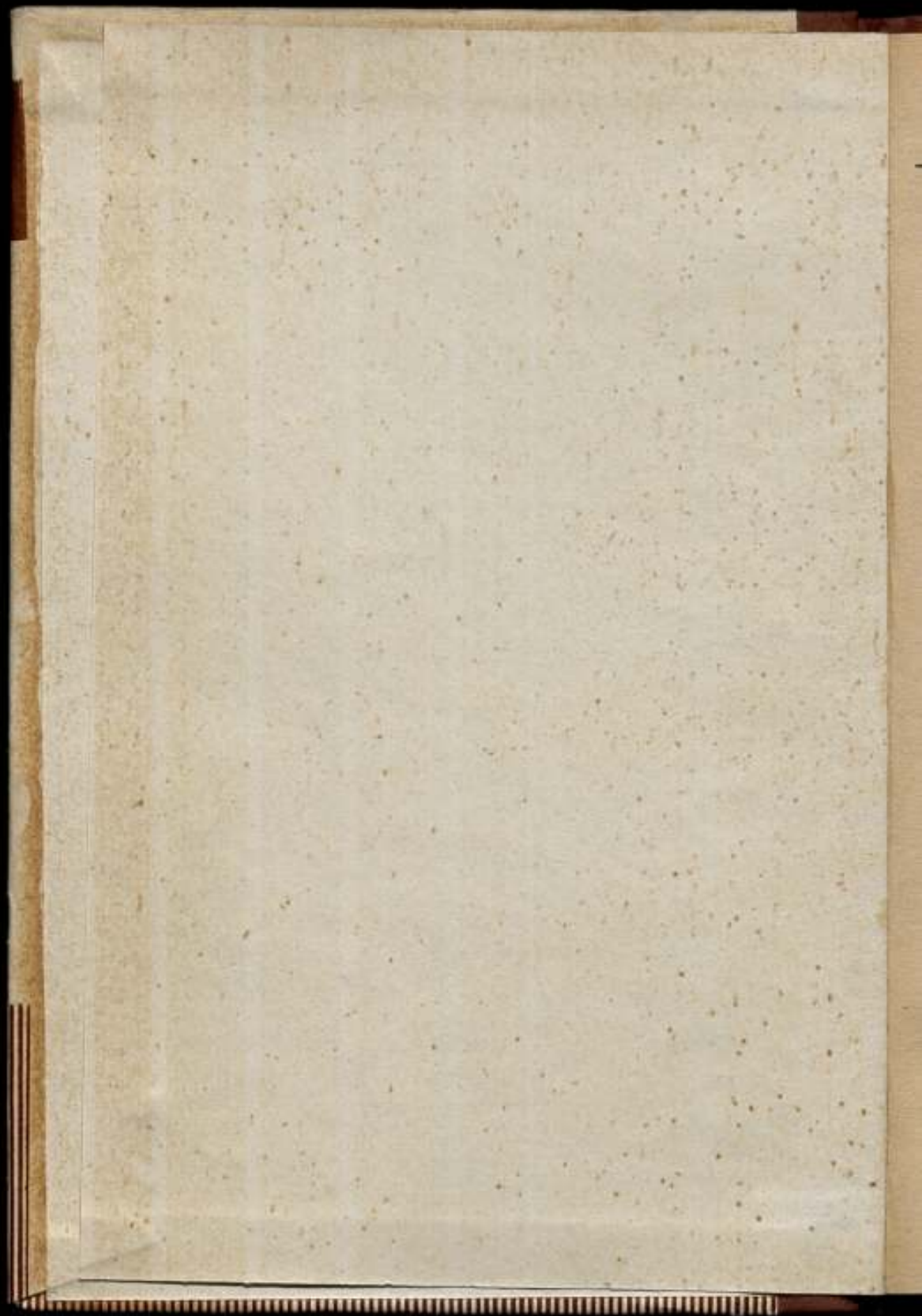
ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

ВЫПУСК 143 (203)









ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
МЕТРОЛОГИИ ИМ. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ИЗМЕРЕНИЕ УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ

ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

ВЫПУСК 143 (203)

Под редакцией

к. т. н. В. А. ИВАНОВА

m158256



ИЗДАТЕЛЬСТВО СТАНДАРТОВ
МОСКВА — ЛЕНИНГРАД
1973

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

В. О. Арутюнов (председатель), Н. Н. Александрова (секретарь),
С. В. Горбачевич, А. Н. Гордов, Е. Ф. Долинский, А. И. Кар-
ташев, Л. К. Каяк, И. И. Киренков, Д. К. Коллеров, Е. Д. Кол-
тик, П. П. Кремлевский, И. Н. Кротков, В. Л. Лассан, Б. Н.
Олейник, Л. К. Пеккер, Т. Б. Рождественская, А. М. Федоров,
Е. Н. Чечурина, К. П. Широков, Е. Г. Шрамков, М. Ф. Юдин

*Ответственный редактор доктор технических наук
профессор В. О. АРУТЮНОВ*

ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ

Труды метрологических институтов СССР

В ы п у с к 143 (203)

Редактор *Н. Н. Александрова*
Техн. редактор *З. Г. Вагер*

Сдано в набор 30/XII 1971 г. Подписано в печать 8 XII 1972 г.
Бумага типогр. № 3. Формат бумаги 60×90^{1/16}. Печ. л. 9.
Уч.-изд. л. 11,8. М-06920. Тираж 1500 экз.

Цена 1 р. 06 к. Заказ № 1442

ИЗДАТЕЛЬСТВО СТАНДАРТОВ

Москва, К-1, ул. Щусева, 4

Ленинградская типография № 6 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете Совета Министров СССР
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли
193144, Ленинград, ул. Моисеенко, 10

ПРЕДИСЛОВИЕ

Обеспечение единства и достоверности измерений угловых ускорений приобретает все большее значение. Рабочие средства измерений — угловые акселерометры — вследствие своей простоты, экономичности, способности к перегрузкам, высокой надежности уже применяются в технике навигации и управления различного рода транспортными средствами, а также при испытаниях машин и механизмов. В качестве примеров можно назвать систему контроля динамических характеристик самолета в полете, систему стабилизации искусственного спутника Земли, систему коррекции инерциальной платформы, прибор для снятия нагрузочных характеристик двигателей, устройство для оценки кинематической точности зуборезных станков, систему стабилизации скорости вращения точной центрифуги и др.*

В марте 1971 г. во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии им. Д. И. Менделеева был проведен семинар по вопросам поверки, градуировки, конструирования и применения угловых акселерометров. Проведение семинара со столь широкой программой в метрологическом центре страны не случайно. Одним из основных препятствий на пути широкого применения угловых акселерометров является отсутствие образцовой градуировочной аппаратуры. Трудности создания такой аппаратуры велики. Так, например, в природе нет естественных процессов или явлений, которые характеризовались бы постоянными угловыми ускорениями. С другой стороны, знание условий применения угловых акселерометров, а также особенностей их конструкций позволяет проектировать поверочную и градуировочную аппаратуру с учетом различных влияющих факторов, что весьма существенно для обеспечения достоверности измерений угловых ускорений на объектах.

Настоящий сборник составлен в основном по материалам проведенного семинара. Он состоит из двух частей. В первую часть

* В. А. Иванов, С. Ф. Леванов. Угловые акселерометры. «Приборы и системы управления», 1972, № 2.

вошли статьи, посвященные аппаратуре для поверки и градуировки угловых акселерометров. Вторая часть включает статьи, в которых излагаются принципы построения угловых акселерометров и условия их применения. В свою очередь первые три статьи первой части посвящены разработке аппаратуры для снятия частотных характеристик угловых акселерометров, а последующие семь в той или иной степени затрагивают вопросы получения их статических характеристик. В остальных работах этой части рассматриваются некоторые пути совершенствования элементов, используемых при разработке образцовой градуировочной аппаратуры.

Статья Д. В. Игошина и И. М. Литвинова, открывающая вторую часть, носит постановочный и частично обзорный характер. В статьях И. В. Павлова и В. А. Иванова рассматриваются новые области применения угловых акселерометров. Остальные работы этой части посвящены принципам построения и оценке точности угловых акселерометров.

Редактор

ГРАДУИРОВКА И ПОВЕРКА УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

УДК 531.768.089.68

В. А. ИВАНОВ, Н. С. СОЛОВЬЕВА, Б. Л. СУСЛОВ
ВНИИМ

ДВУХОСНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ПОВЕРКИ И ГРАДУИРОВКИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Конструкция установки

Установка «Синус» предназначена для поверки и градуировки угловых акселерометров в динамическом режиме. Установка может использоваться также для поверки и градуировки гиротаксометров. Она воспроизводит гармонические ускорения с амплитудными значениями $100-1000 \text{ рад/с}^2$ при номинальной частоте 1—2 Гц посредством задания одновременного вращения платформы с акселерометром относительно двух взаимно перпендикулярных осей. Диапазон задаваемых ускорений по амплитуде может быть расширен в сторону меньших значений путем соответствующей установки поверяемого прибора на платформе. Погрешность задания ускорений не превышает 1,5%. Установка включает в себя электромеханическую систему, предназначенную для задания поверяемому прибору гармонических ускорений (стенд), и, кроме того, систему регулирования задаваемых ускорений и измерения сигналов поверяемого прибора (пульт).

Кинематическая схема стенда установки изображена на рис. 1. Вращение платформы 5 с поверяемым прибором 8 относительно вертикальной оси производится двигателем постоянного тока 1, скорость которого стабилизируется многополюсной синхронной машиной 4. Относительно горизонтальной оси платформа поворачивается гистерезисным двигателем 16 с редуктором 14.

Конструктивно стенд установки состоит из нижнего литого основания, на котором крепится корпус с двигателем постоянного тока 1 типа П-11. Вращение от двигателя П-11 через эластичную муфту 2 передается на двухосную платформу 3. На платформе размещены вертикальный токосъем 9 и горизонтальный синхронный привод, состоящий из рамки с поверяемым прибором 8, гистерезисного двигателя 16 с редуктором 14 и токосъема 6. В ниж-

ней части платформы установлены многополюсный синхронизатор угловой скорости вертикальной оси и устройство для контроля угловой скорости 20.

Пульт включает схемы измерения, регулирования и контроля угловой скорости обоих приводов, а также схемы измерения сигнала поверяемого акселерометра. Контроль и измерение заданной угловой скорости относительно вертикальной и горизонтальной

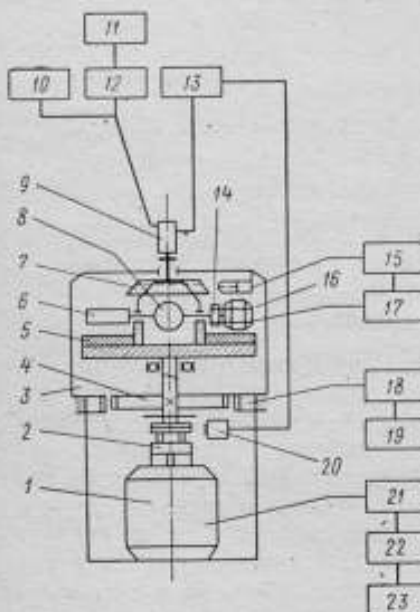


Рис. 1. Кинематическая схема стенда установки

осей осуществляется стробоскопическим методом, либо путем измерения времени одного оборота или его части частотомером 13. Сигнал, снимаемый с акселерометра, измеряется вольтметром 10 или компенсационным методом с использованием осциллографа 11, вольтметра и компенсатора 12. При вращении акселерометра относительно горизонтальной оси со скоростью ω_2 изменяется с частотой $\omega_2/2\pi$ проекция скорости ω_1 на ось чувствительности прибора 8. В результате амплитуда ϵ_{\max} задаваемого прибору 8 углового ускорения оказывается пропорциональной произведению скоростей ω_1 и ω_2

$$\epsilon_{\max} = \omega_1 \omega_2 \sin v',$$

где v' — угол наклона оси чувствительности акселерометра к горизонтальной оси плат-

формы. Частота задаваемого ускорения равна $\omega_2/2\pi$. Диапазон угловой скорости вертикальной оси лежит в пределах 10—170 рад/с, а угловая скорость горизонтальной оси имеет номинальное значение $\omega_2 = 6,28$ рад/с. В результате амплитуда задаваемого ускорения изменяется в пределах 100—1000 рад/с², а скорости — в пределах 10—170 рад/с.

Пульт устанавливается вблизи стенда и соединяется с ним кабелем. На выдвижной лицевой панели пульта располагаются органы управления, измерительные приборы и приборы управления. В нижней части пульта находятся приборы питания стенда. Установка имеет следующие габаритно-весовые характеристики.

Высота стенда, мм	1014
Максимальный диаметр стенда, мм	500
Вес, кг	150

Радиусы платформы, мм:	
вертикальной оси	160
горизонтальной оси	50
Габариты пульта, мм	1770×850×660
Вес пульта, кг	200

Система регулирования привода обеспечивает воспроизведение дискретных значений угловых скоростей через 10 рад/с с погрешностью 0,05%. Двигатель постоянного тока питается от сети переменного тока через стабилизатор напряжения 23, автотрансформатор 22 и выпрямитель 21. Угловая скорость регулируется за счет изменения входного напряжения в цепи якоря двигателя автотрансформатора.

Дискретные частоты кварцевого генератора 19, усиленные УМ-С 18, синхронизируют угловую скорость вертикальной оси в дискретных точках. Контроль угловой скорости обеспечивается стробоскопическим узлом 7, который питается частотой кварцевого генератора 15. Погрешность воспроизведения скорости относительно горизонтальной оси составляет 0,05%. Гистерезисный двигатель привода питается частотой кварцевого генератора 15 через усилитель мощности 17. Редуктор соединяется с рамкой посредством специальной виброгасящей муфты. В рамке устанавливается поверяемый прибор. Воспроизводимая угловая скорость контролируется с помощью стробоскопического узла. Импульсная лампа стробоскопа питается от кварцевого генератора частотой 50 Гц с погрешностью 0,05 Гц. При полной синхронизации скорости диск в свете импульсной лампы кажется неподвижным. Его движение или качание свидетельствует о нестабильности скорости, которую можно приближенно оценить, измерив время и угол перемещения риски на диске.

Амплитуда напряжения выходного сигнала поверяемого прибора определяется с помощью двух схем, измеряющих ее среднее и мгновенное значения. Для измерения среднего значения применена компенсационная схема (рис. 2).

Сигналы с поверяемого прибора 1 и компенсатора 5 подаются на коммутатор 2, который поочередно подключает эти сигналы на вход осциллографа 3, где производится сравнение амплитуды низкочастотного сигнала с постоянным напряжением.

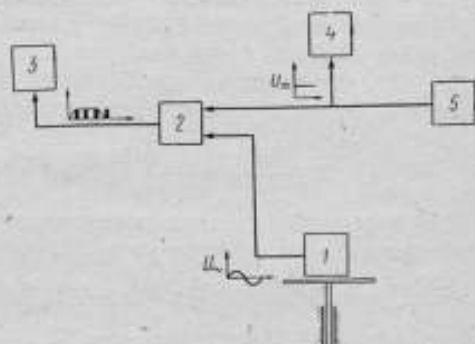


Рис. 2. Компенсационная схема установки

С помощью компенсатора добиваются равенства амплитуд $U_+ = U_-$ и производят отсчет напряжения по цифровому вольтметру Ф-200 4. Например, при напряжении $U_- = 4$ В, чувствительности осциллографа 2 мВ/мм и использовании образцового делителя можно добиться совмещения амплитуд с погрешностью 2 мм, т. е. в этом случае погрешность отсчета составит 0,2%. Эта погрешность является основной при измерении выходного сигнала, так как исследуемый сигнал имеет низкую частоту ($f = 1$ Гц), а калибровочное постоянное напряжение и оба сигнала проходят через один и тот же канал усилителя постоянного тока осциллографа. Мгновенное значение амплитуды исследуемого сигнала измеряется цифровым вольтметром Ф-200 в момент достижения его максимального значения.

Система измерения предусматривает формирование импульсов, которые подаются на схему запуска цифрового вольтметра, и включает его измерительный канал. Измерение амплитуды исследуемого сигнала напряжения производится в течение 20 мкс.

Теоретические основы работы установки

Уравнение движения статически сбалансированной подвижной части акселерометра для общего случая имеет вид

$$J_z(\ddot{\alpha} + \ddot{\psi} \cos \varphi - \dot{\psi} \dot{\varphi} \sin \varphi - \Omega_2 \dot{\varphi} \sin \varphi - \Omega_1 \dot{\psi} \cos \psi \sin \varphi + \\ + \Omega_1 \dot{\psi} \sin \psi \cos \varphi) + (J_x - J_y)(U_x \cos \alpha + \\ + U_y \sin \alpha)(U_x \sin \alpha - U_y \cos \alpha) = M_z, \quad (1)$$

где $\dot{\psi}$ и $\dot{\varphi}$ — угловые скорости вращения платформы относительно вертикальной и горизонтальной осей; $U_x = -(\dot{\psi} + \Omega_2) \sin \varphi + \Omega_1 \sin \psi \cos \varphi$; $U_y = \dot{\psi} + \Omega_1 \cos \psi$; J_z — момент инерции подвижной части акселерометра относительно оси ее подвеса OZ ; M_z — внешний момент, действующий на подвижную часть относительно оси OZ ; Ω_1 — горизонтальная составляющая скорости вращения Земли; Ω_2 — вертикальная составляющая скорости вращения Земли; α — угол поворота подвижной части.

При

$$M_z = -k\alpha - f\dot{\alpha}; \quad \dot{\psi} = \omega_1 = \text{const}; \quad \dot{\varphi} = \omega_2 = \text{const}; \\ \Omega_2 \ll \dot{\varphi} \text{ и } \dot{\psi}, \quad (2)$$

имеем

$$\varphi = \omega_2 t + \varphi_0; \quad \psi = \omega_1 t;$$

где φ_0 — разность фаз; k — жесткость моментной пружины; f — коэффициент демпфирования; t — время.

С учетом (2) выражение (1) может быть записано так:

$$\ddot{\alpha} + \frac{f}{J_z} \dot{\alpha} + \frac{k\alpha}{J_z} = \omega_1 \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_0). \quad (3)$$

Помимо погрешности измерительных приборов, на точность снятия амплитудно-частотных характеристик влияют: нестабильность во времени угловых скоростей платформы, перекосы осей установки, статическая и динамическая несбалансированность подвижной части акселерометра, скорость вращения Земли. Рассмотрим влияние этих факторов.

Влияние нестабильности угловых скоростей платформы

Нестабильность во времени угловых скоростей платформы приводит к возникновению дополнительных переменных ускорений, которые в установившемся состоянии вызывают колебания подвижной части акселерометра. Амплитуды этих колебаний достигают максимальных значений при

$$\dot{\varphi}_0 = \frac{\sqrt{2(2kJ_z - f^2)}}{2J_z(1-i)}; \quad \dot{\psi}_0 = \frac{\sqrt{2(2kJ_z - f^2)}}{2J_z(1+i)};$$

$$\ddot{\varphi}_0 = \sqrt{\frac{k}{J_z}} + j\dot{\varphi}_0; \quad \ddot{\psi}_0 = \sqrt{\frac{k}{J_z}} - j\dot{\psi}_0,$$

где $\dot{\varphi}_0$ и $\dot{\psi}_0$ — постоянные члены разложения в ряды Фурье угловых скоростей $\dot{\psi}$ и $\dot{\varphi}$ платформы; i и j — номера гармоник разложения ψ и φ ; a_i и b_j — амплитуды i -й и j -й гармоник в разложениях в ряды φ и ψ .

Предельные погрешности от i -х и j -х гармоник в случае, когда частота i -й и j -й гармоники существенно меньше собственной частоты акселерометра, а $\dot{\varphi}_0$ и $\dot{\psi}_0 \leq 20$ рад/с, составят

$$\delta_{1i} \approx \frac{a_i(i-1)}{2i\dot{\varphi}_0}; \quad \delta_{2i} \approx \frac{a_i(i+1)}{2i\dot{\varphi}_0};$$

$$\delta_{1j} \approx \frac{b_j(\dot{\varphi}_0 - \dot{\psi}_0)}{2\dot{\varphi}_0\dot{\psi}_0}; \quad \delta_{2j} \approx \frac{b_j(\dot{\varphi}_0 + \dot{\psi}_0)}{2\dot{\varphi}_0\dot{\psi}_0}. \quad (4)$$

Если же частота i -й и j -й гармоник близка к собственной частоте акселерометра, предельные погрешности максимальны и определяются следующим образом:

$$\delta_{1i \max} \approx \frac{a_i(i-1)J_z k}{if\dot{\varphi}_0 \sqrt{4kJ_z - f^2}}; \quad \delta_{2i \max} \approx \frac{a_i(i+1)J_z k}{if\dot{\varphi}_0 \sqrt{4kJ_z - f^2}}; \quad (5)$$

$$\delta_{1j \max} \approx \frac{b_j k}{2f\dot{\varphi}_0\dot{\psi}_0}; \quad \delta_{2j \max} \approx \frac{b_j k}{2f\dot{\varphi}_0\dot{\psi}_0}.$$

Приведенные выражения показывают, что предельные погрешности, обусловленные неравномерностью вращения платформы, зависят как от конструктивных параметров акселерометров, так и от номера гармоник (i и j), но в любом случае они не

должны превышать максимальных значений, вычисленных в соответствии с формулами (5).

Расчеты, произведенные для акселерометра с параметрами $J_x = 0,1 \text{ гсм}^2$; $mg = 50 \text{ г}$; $f = 0,62 \text{ гсм}$; $k = 0,356 \cdot 10^{-4} \text{ гсм}$ при $\omega_1 = 40 \text{ рад/с}$ и $\omega_2 = 6,28 \text{ рад/с}$, показали, что наибольшие (порядка нескольких процентов) погрешности, например, от вторых гармоник, наблюдаются при угловых скоростях платформы $\dot{\varphi}_0$, равных: 189, 63, 269 и 109 рад/с.

Влияние перекоса осей установки

Если платформа с акселерометром наклонена в плоскости $\xi\theta$ на угол θ , т. е. имеет место перекос осей OY и OZ (рис. 3), то амплитуда воспроизводимого установкой ускорения будет меньше

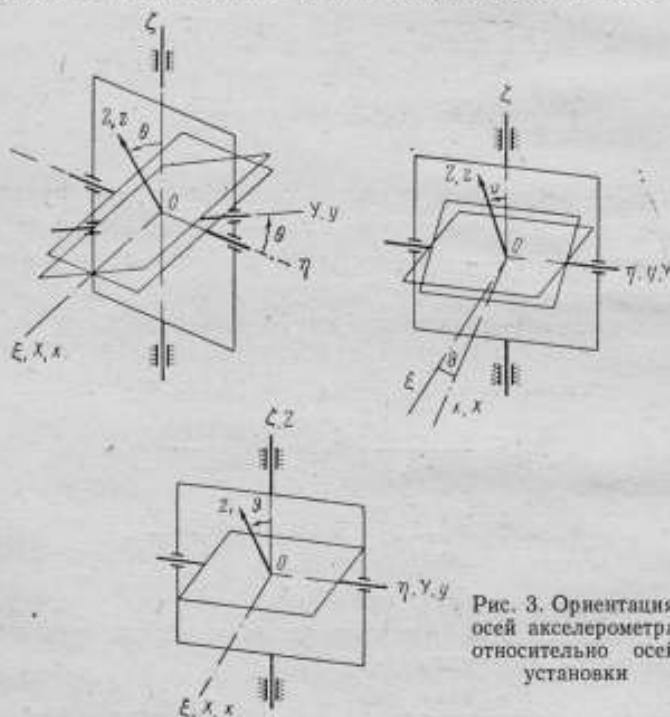


Рис. 3. Ориентация осей акселерометра относительно осей установки

действительной ее величины в $\cos \theta$ раз и уравнение движения подвижной части акселерометра сведется к виду

$$\ddot{\alpha} + \frac{f}{J_x} \dot{\alpha} + \frac{k}{J_x} \alpha = \cos \theta \omega_1 \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_0). \quad (6)$$

Следует заметить, что перекос осей OZ и OX установки на угол ν приводит лишь к изменению фазы задаваемого ускорения на величину ν .

Влияние ориентации осей акселерометра относительно осей установки

Если в начальный момент времени оси, связанные с подвижной частью акселерометров, заданы относительно осей платформы углом θ (рис. 3), то амплитуда воспроизводимого ускорения будет меньше действительной величины в $\cos \theta$ раз, т. е. влияние угла θ аналогично влиянию угла ν

$$\ddot{\alpha} + \frac{f}{J_z} \dot{\alpha} + \frac{k}{J_z} \alpha = \cos \theta \omega_1 \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_0). \quad (7)$$

Влияние динамической и статической несбалансированности подвижной части акселерометра

При неравенстве моментов инерции подвижной части акселерометра относительно осей ox и oy ($J_x \neq J_y$) уравнение (1) приводится к виду

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + \frac{f}{J_z} \dot{\alpha} + \left\{ \frac{k}{J_z} + \frac{J_x - J_y}{J_z} [\omega_1^2 \sin^2(\omega_2 t + \varphi_0) - \omega_2^2] \right\} \alpha = \\ = \omega_1 \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_0) \left(1 - \frac{J_x - J_y}{J_z} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Соответствующее (8) однородное уравнение — уравнение Матье, решение которого изучено. В случае статического дебаланса подвижной части акселерометра при снятии амплитудно-частотных характеристик будет внесена погрешность

$$\Delta \alpha = F_1 \sin(\omega_2 t - \beta) + F_2 \sin(2\omega_2 t - \gamma) - F_3, \quad (9)$$

где F_1 , F_2 , F_3 , β и γ — функции конструктивных параметров системы и величины дебаланса.

Как показали расчеты, при смещении корпуса акселерометра относительно осей подвеса установки на 0,1 см и центра масс подвижной части на 0,01 см, погрешность измерения ускорения составляет 1,2%.

Влияние скорости вращения Земли

С учетом скорости вращения Земли выражение (1) примет вид

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + \frac{f\alpha}{J_z} + \frac{k\alpha}{J_z} = (\Omega_2 + \omega_1) \omega_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_0) + \\ + \frac{\Omega_1}{2} (\omega_2 - \omega_1) \sin[(\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_0] - \\ - \frac{\Omega_1}{2} (\omega_2 + \omega_1) \sin[(\omega_2 + \omega_1)t + \varphi_0]. \end{aligned} \quad (10)$$

Отсюда следует, что горизонтальная составляющая скорости вращения Земли вызывает дополнительные ускорения с частотами

$$f_1 = \frac{\omega_2 + \omega_1}{2\pi}; f_2 = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi} \quad (11)$$

и амплитудами

$$A_1 = -\frac{\Omega_1}{2} (\omega_2 + \omega_1); A_2 = \frac{\Omega_1}{2} (\omega_2 - \omega_1). \quad (12)$$

В целом погрешность от вращения Земли для рассматриваемого акселерометра составляет десятые доли процента.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

В. М. МЕНЧИКОВ, В. П. ШУМИЛИН

ВНИИМ

МАЯТНИКОВАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ГРАДУИРОВКИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Обычно для воспроизведения гармонических угловых ускорений пользуются маятниковым методом [1]. Отсутствие поперечных составляющих воспроизводимого ускорения, высокая точность измерения амплитуды и широкий частотный диапазон позволяют применять его для испытания навигационных приборов.

Описываемая установка (рис. 1), работающая в резонансном режиме, воспроизводит гармонические угловые ускорения с амплитудами до 130 рад/с² на частотах 1—10 Гц и до 1000 рад/с² на частотах 10—20 Гц. Основным ее узлом является крутильный маятник с электродинамическим приводом, в состав которого входят высокоточный генератор ГЗ-49, усилитель и реконструированный двигатель постоянного тока СЛ-621. К одному из концов вала двигателя крепится торсион, на другом устанавливается платформа, на которой крепится поверяемый акселерометр.

Из уравнений движения маятниковой системы [1] можно получить выражения для амплитуд колебаний маятника в режиме резонанса вида

$$\Phi_0 = \frac{UA}{\omega \sqrt{(LH\omega)^2 + (RH + A^2)^2}}, \quad (1)$$

где U и ω — напряжение и частота переменного тока в цепи электропривода; R и L — сопротивление и индуктивность цепи электропривода соответственно; H и A — коэффициенты трения и электродинамического преобразования соответственно.

Для рассматриваемого диапазона частот $1 \text{ Гц} < f < 20 \text{ Гц}$ в равенстве (1) можно пренебречь членом $(LH\omega)^2$, тогда

$$\Phi_0 \approx \frac{UA}{\omega (RH + A^2)}. \quad (2)$$

Амплитуды скорости и ускорения определяются равенствами

$$\dot{\varphi}_0 = \omega \varphi_0 \quad \text{и} \quad \ddot{\varphi}_0 = \omega^2 \varphi_0. \quad (3)$$

Как показали исследования, резонансная частота практически совпадает с собственной

$$\omega \approx \sqrt{\frac{K}{J}}, \quad (4)$$

где K — угловая жесткость торсиона; J — момент инерции маятника.

Мощность электродинамического привода находится из решения уравнений движения маятника [1]

$$P = \frac{\omega^2 \varphi_0^2 \sqrt{L^2 H^2 \omega^2 + (RH + A^2)^2}}{A^2 \sqrt{R + A^2/H)^2 + \omega^2 L^2}}. \quad (5)$$

Момент инерции маятника складывается из моментов инерции платформы J_n , якоря электродвигателя J , и поверяемого акселерометра. При расчете торсиона принималось во внимание следующее:

1. Рациональной формой торсиона является цилиндр, так как при этом касательные напряжения τ в плоскости закрепления торсиона будут минимальными. Также малым в этом случае будет изменение модуля сдвига G на различных участках торсиона. Материал торсиона — сталь 45ХНМФА или сталь У-8.

2. Отношение допустимых касательных напряжений τ_s к пределу пропорциональности τ_n составляет

$$\tau_s / \tau_n \leq 0,5. \quad (6)$$

Рис. 1. Принципиальная схема установки:

1 — устройство для измерения выходного сигнала поверяемого прибора; 2 — устройство для измерения амплитуды колебаний; 3 — платформа с поверяемым прибором; 4 — электродинамический привод; 5 — усилитель мощности; 6 — высокостабильный декадный генератор; 7 — торсион

Условие (6) вызвано тем, что $K \neq \text{const}$, а величина τ резко возрастает с увеличением φ . Экспериментально полученная зависимость $K = f(\varphi)$ имеет вид

$$K \approx K_0 (1 + \alpha \varphi^2 + \beta \varphi^4); \quad K_0 = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{d^4}{l} G, \quad (7)$$

где φ — угол закручивания торсиона; α , β — коэффициенты, определяемые качеством стали; l и d — длина и диаметр торсиона.

3. Условия (6) и (7) накладывают ограничения на амплитуду колебаний, определяемую отношением длины к диаметру торсиона

$$\varphi_0 \leq \frac{2\tau_d}{G} \cdot \frac{l}{d}. \quad (8)$$

В созданной установке величина l/d лежит в пределах 50—500, что определяет область допустимых амплитуд, равную соответственно $0,05 \text{ рад} < \varphi < 0,5 \text{ рад}$.

4. Отношение первой собственной поперечной частоты колебаний

$$\omega_{1n} \approx 4,1 \cdot 10^4 \frac{d}{l^2} \quad (9)$$

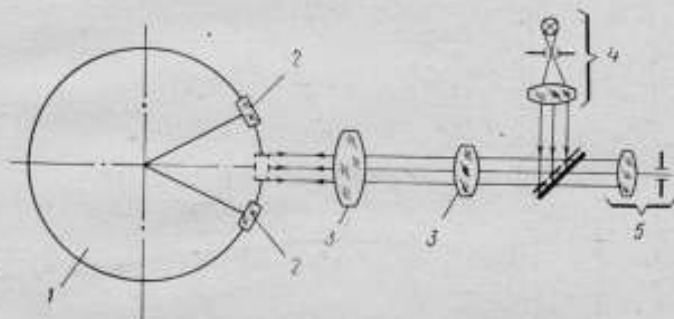


Рис. 2. Автоколлимационное устройство для измерения амплитуды колебаний:

1 — платформа установки; 2 — зеркало; 3 — объектив; 4 — источник света; 5 — окуляр

к частоте колебаний маятника ω

$$\frac{\omega_{1n}}{\omega} \geq 10 \quad (10)$$

устраняет возможное влияние резонанса торсиона. Исходя из условий (7) и (10), длина торсиона

$$l = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 4,1^4 \cdot 10^{16} \text{с}}{\pi G \omega_{1n}^4}} = 0,5 \text{ м} \quad (11)$$

(значение $\omega_{1n} = 1200 \text{ рад/с}$ определено по условию (10), исходя из верхнего предела частотного диапазона). Диаметр торсиона, согласно (4) и (7), определяется по формуле

$$d = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi} \cdot \frac{\omega^2 l J}{G}}. \quad (12)$$

Для измерения амплитуды колебаний в установке применено автоколлимационное устройство, схема которого приведена на

рис. 2. На платформе закреплен ряд зеркал, углы между плоскостями которых ψ точно известны. Амплитуда колебаний составляет

$$\varphi_0 = \frac{\psi}{2} \pm \operatorname{arctg} \frac{s}{2f'}, \quad (13)$$

где s — отсчитанное в поле зрения окуляра расстояние между метками, отраженными от пары зеркал (знак «минус» соответствует

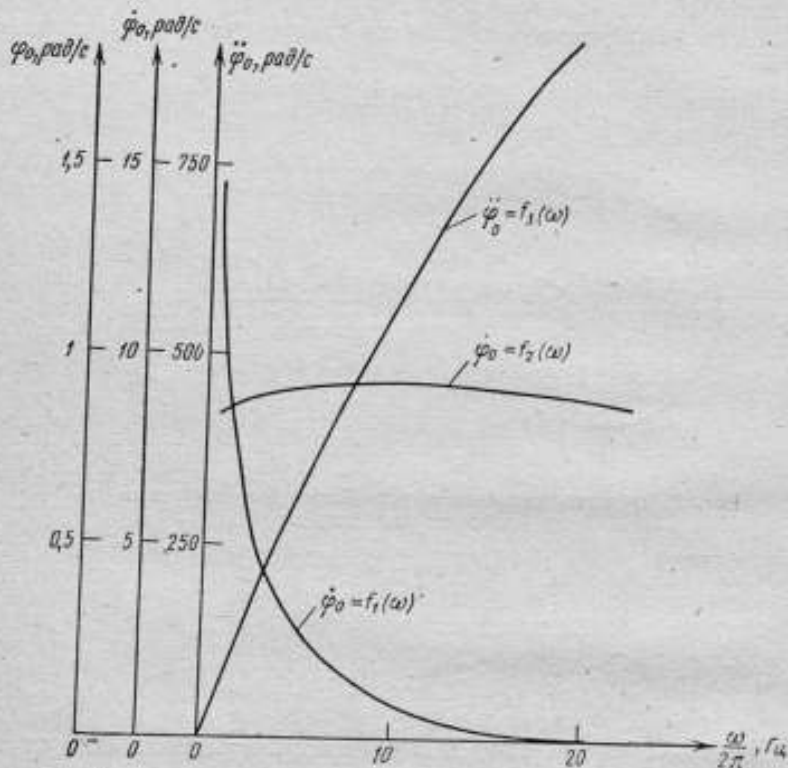


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики установки, соответствующие максимальным амплитудам

случаю, если метки «перехлестывают» друг друга); f' — фокусное расстояние объектива.

Приведенная погрешность автоколлиматора 0,1—0,5%. Выходное напряжение проверяемого прибора измеряется путем сравнения с помощью коммутатора на электроннолучевом осциллографе выходного напряжения преобразователя и напряжения постоянного тока, измеряемого по цифровому вольтметру Ф-200/1, с приведенной погрешностью 0,5%. Как показали исследования, форма воспроизводимых колебаний является практически гармонической. Влияние высших гармоник на поверхность градуи-

ровки акселерометров превышает 0,5—1,0%. Таким образом, погрешность градуировки, складывающаяся из погрешностей воспроизводящей и измерительной аппаратуры, не превышает 1—1,5%.

Амплитудно-частотные характеристики установки приведены на рис. 3.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шумилин В. П. Маятниковый метод измерения параметров угловых колебаний. Труды институтов Комитета стандартов, вып. 85 (145), Стандартгиз, 1966.
2. Тайц В. А., Цейтлин С. И. и др. Калибратор для измерения крутильных колебаний. Авт. свид. № 221361, «Бюлл. изобр.», 1971, № 11.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

В. П. ШУМИЛИН

ВНИИМ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ МАЯТНИКОВЫХ УСТАНОВОК ДЛЯ ГРАДУИРОВКИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Градуировка приборов в динамических условиях при непрерывном изменении воспроизводимых параметров (например, при снятии амплитудно-частотных характеристик), кроме основной составляющей погрешности, вызванной неточностью и несовершенством измерительной аппаратуры, характеризуется динамическими составляющими, обусловленными неидеальностью воспроизводимого процесса. Эти составляющие зачастую не могут быть учтены при аттестации аппаратуры, измеряющей параметры процесса и, следовательно, могут оказывать влияние на результат градуировки. При градуировке приборов на установках маятникового типа с оптическими устройствами для измерения амплитуды колебаний, кроме погрешностей измерительных устройств, следует учитывать погрешности воспроизводящей аппаратуры, трудно контролируемые при измерении амплитуды. Маятниковые установки могут работать в режимах, когда область рабочих частот $\omega_1 < \omega < \omega_2$ значительно шире полосы частот в области резонанса подвижной системы [1, 2] и когда во всей области рабочих частот воспроизводится резонансный режим.*

Для метрологических целей предпочтителен резонансный режим, который характеризуется более широким динамическим диапазоном (за счет увеличения амплитуд) и близкой к гармонической формой колебаний. Проанализируем погрешности маятниковых низкочастотных резонансных установок.

На градуировку аддитивно влияют составляющие погрешности воспроизведения: частотная $\Delta\omega$, обусловленная гармониками $\Delta\varphi_n$, нестабильность амплитуды $\Delta\varphi_n$, обусловленная неуравновешенностью платформы и внешними вибрациями $\Delta\varphi_n$, а также составляющие погрешности измерения воспроизводимых параметров:

* См. стр. 13

основная $\Delta\varphi_n$ и дополнительная $\Delta\varphi_\phi$, вызванная влиянием формы колебаний.

Рассмотрим вначале составляющие погрешности, зависящие от качества воспроизводящей аппаратуры. Идеальная форма движения платформы установки — синусоида. Однако реальный процесс даже в резонансных установках является квазигармоническим. Причина этого заключается в неидеальности материалов, конструктивных и технологических недостатках (перекосы, несоосность и др.), которые приводят к различного рода нелинейным зависимостям вращающих моментов от параметров движения. Кроме того, возможно наличие гармоник в возмущающем моменте, которые увеличивают искажения, обусловленные свойствами маятниковой системы. Анализ технологических возможностей показывает, что влиянием $\Delta\omega$ можно пренебречь, так как современная частотоподающая аппаратура, например, генератор ГЗ-49, обладает очень высокой точностью и стабильностью ($\delta\omega = \Delta\omega/\omega \leq \leq 10^{-6}$). Можно не учитывать также составляющие $\Delta\varphi_n$ и $\Delta\varphi_\phi$, относительные значения которых благодаря стабилизации источников питания, применению виброзащитных средств и точной балансировке платформы установки можно уменьшить до $\delta_n = \Delta\varphi_n/\varphi_1 < 0,1\%$ и $\delta_\phi = \Delta\varphi_\phi/\varphi_1 < 0,05\%$ (φ_1 — амплитуда 1-й гармоники колебаний платформы). Следовательно, на погрешность воспроизведения наиболее значительное влияние оказывает наличие гармоник в спектре колебаний. Для оценки $\Delta\varphi$ исследуем дифференциальные уравнения движения платформы маятниковой установки

$$\ddot{\varphi} + \frac{H}{J} \dot{\varphi} + \left(\frac{K}{J} + a \frac{I}{J} \right) \varphi - c\varphi^3 = \left(\frac{A}{J} - \frac{a\varphi}{J} \right) I; \quad (1)$$

$$LI + RI + (A + a\varphi) \dot{\varphi} = U_1 \sin \omega t + U_3 \sin 3\omega t,$$

где J , H , K — момент инерции, коэффициент жидкостного трения в подшипниках и угловая жесткость торсиона соответственно; L , R , A — индуктивность, сопротивление и коэффициент электродинамического преобразования привода; U_1 , U_3 , I — амплитуды гармоник напряжения на зажимах электропривода и ток в его цепи; a и c — коэффициенты при нелинейных членах. Уравнения (1) учитывают зависимость коэффициента преобразования A от угла поворота φ и зависимость угловой жесткости K от величины φ^3 . Кроме того, гармонический сигнал возбуждения привода дополнен наиболее характерной 3-й гармоникой.

Если пренебречь величинами 2-го порядка малости, то система (1) сводится к уравнению

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi} + \left(\frac{R}{L} + \frac{H}{J} \right) \dot{\varphi} + \left(\frac{K}{J} + \frac{RH}{JL} + \frac{A^2}{JL} \right) \varphi + \\ + \frac{RK}{JL} = \frac{U_1 A}{JL} \sin \omega t + \lambda \frac{a}{A} \left[\varphi \ddot{\varphi} - \dot{\varphi} \dot{\varphi} + \left(\frac{R}{L} + \frac{H}{J} \right) \dot{\varphi} \varphi + \right. \end{aligned}$$

$$+ \left(3 \frac{Ac}{aJ} \dot{\varphi} \dot{\varphi}^2 - \frac{H}{J} \dot{\varphi}^2 + \frac{RH}{JL} + 3 \frac{A^2}{JL} \right) \dot{\varphi} \varphi + \\ + \frac{cAR}{aJL} \varphi^3 + \frac{RK}{JL} \varphi^2 - 2 \frac{U_1 A}{JL} \varphi \sin \omega t + \frac{U_2 A^2}{AJL} \sin 3\omega t \quad (2)$$

Решение уравнения (2) представляется в виде ряда

$$\varphi = \varphi^{(0)} + \lambda \varphi^{(1)} + \lambda^2 \varphi^{(2)} + \dots, \quad (3)$$

где λ — малый параметр.

$$\varphi^{(0)} = \frac{U_1 A \sin \omega t}{JLR(\omega)} - \text{порождающее решение.}$$

Отметим, что оператор $R(\omega)$ эквивалентен коэффициенту динамичности в периодическом решении уравнения второго порядка. В нашем случае

$$R(\omega) = \sqrt{\omega^6 + (r^2 - 2n)\omega^4 + (n^2 - 2rp)\omega^2 + p^2}, \quad (4)$$

$$\text{где } r = \frac{R}{L} + \frac{H}{J}; \quad n = \frac{K}{L} + \frac{RH}{LJ} + \frac{A^2}{JL}; \quad p = \frac{KR}{JL}.$$

В режиме резонанса, при котором $\frac{K}{L} = \omega^2$, равенство (4) преобразуется к виду, удобному для вычисления амплитуды i -й гармоники

$$R(\omega) = \sqrt{\left(1 - \frac{2}{i^2} + \frac{1}{i^4}\right) \omega^6 + \left[\frac{R^2}{L^2} \left(1 - \frac{2}{i^2} + \frac{1}{i^4}\right) + \frac{H^2}{J^2} + \frac{2A^2}{JL} \left(\frac{1}{i^2} - 1\right)\right] \omega^4 + \left(\frac{RH}{JK} + \frac{A^2}{JL}\right) \omega^2}, \quad (4a)$$

в частности, при $i = 1$ (заданная частота колебаний)

$$R(\omega) = \frac{\omega}{JL} \sqrt{(\omega LH)^2 + (RH + A^2)^2} \quad (4b)$$

Если ограничиться первыми двумя членами ряда (3), решение уравнения (4) примет вид

$$\varphi = \varphi_1 + \Delta\varphi_r = \frac{U_1 A \sin \omega t}{JLR(\omega)} + \frac{aU_1^2 A}{2J^2 L^2 R(\omega)} \left[-2 \left(\omega^2 \frac{H}{J} + R(\omega) \right) + \frac{3A^2 c U_1}{2aJ^2 L R(\omega)} \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 + \omega^2} \sin(\omega t + \psi_1) + \sqrt{\omega^2 \left(\frac{RH}{JL} + 3\frac{A^2}{JL}\right)^2 + 4R^2(\omega)} \sin(2\omega t + \psi_2) + \frac{A^2 U_1 c}{2aJ^2 L R(\omega)} \sqrt{9\omega^2 + \left(\frac{4U_2 J^3 L^2 R^3(\omega)}{cU_1^3 A^2} - \frac{R}{L}\right)^2} \sin(3\omega t + \psi_3), \right.$$

где

$$\varphi_1 = \varphi^0 + \Delta\varphi_1; \quad \Delta\varphi_r = \Delta\varphi_0 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3;$$

$$\psi_1 = \arctg \frac{R}{\omega L}; \quad \psi_2 = \arctg \frac{\omega \left(\frac{RH}{JL} + 3\frac{A^2}{JL} \right)}{2R(\omega)};$$

$$\psi_3 = \arctg \frac{3\omega}{\frac{4U_2 J^3 L^2 R^3(\omega)}{cU_1^3 A^2} - \frac{R}{L}}.$$

Анализ полученного решения, проводившийся исходя из реально достижимых значений параметров маятниковой системы, показал, что величины L и H мало влияют на $\Delta\varphi_r$. Влияние величины R заметно только на частотах менее 1 Гц при увеличении амплитуд 1-й и 3-й гармоник. При $A > 1$ погрешность $\Delta\varphi_r$ уменьшается. Величина U_1 существенно влияет на $\Delta\varphi_r$, увеличивая ее значение. На постоянное смещение и 2-ю гармонику влияет изменение коэффициента электродинамического преобразования, зависящее от параметра a . На 1-ю и 3-ю гармоники доминирующее влияние оказывает нелинейная зависимость позиционного момента от величины φ .

Зависимости амплитуд гармоник от частоты даны на рис. 1. Из графика следует, что влияние постоянного смещения примерно на порядок меньше влияния гармоник. Нелинейные зависимости $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_3$ от ω объясняются влиянием оператора R_{ω} , степень при котором определяется степенью при нелинейном члене исходного уравнения (1). Следует отметить также, что влияние гармоник в спектре возмущающего момента существенно меньше, чем влияние нелинейностей характеристик элементов маятниковой системы. Существенным является также то, что на частотах менее 1 Гц нелинейность способствует

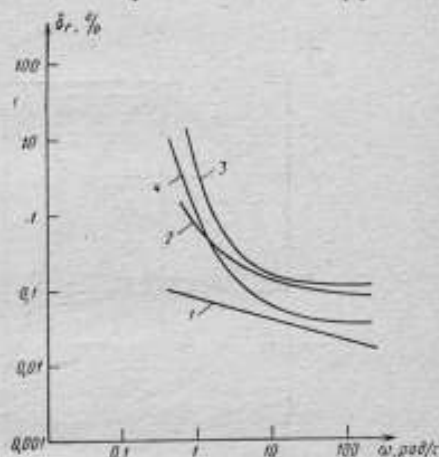


Рис. 1. Зависимости $\frac{\Delta\varphi_0}{\varphi_1} = f_1(\omega)$, $\frac{\Delta\varphi_2}{\varphi_1} = f_2(\omega)$, $\frac{\Delta\varphi_3}{\varphi_1} = f_3(\omega)$ и $\frac{\Delta\varphi_r}{\varphi_1} = f_4(\omega)$ (кривые 1—4 соответственно), полученные при $A = 1$ Н·м/А, $U = 10$ В, $U_2 = 100$ мВ, $L = 0,1$ Г, $R = 10$ Ом, $J = 10^{-2}$ кг·м², $H = 10^{-2}$ Н·м·с²; $k = \omega^2 J$ и $c = 10^{-3}$ Н·м.

росту амплитуды полезной 1-й гармоники, уменьшая удельный вес высших паразитных гармоник. Реальные параметры маятниковой системы, приведенные на рис. 1 (например, параметры установки ОКМ-1), дают гиперболическую зависимость $\delta_r = \Delta\varphi_r/\varphi_1$ от частоты. В диапазоне частот 1—100 рад/с минимальные (исходя из технологических возможностей) значения δ_r лежат в пределах 0,01—0,5%.

Рассмотрим составляющие погрешности, обусловленные качеством измерительной аппаратуры. Составляющая $\Delta\varphi_n$ представляет собой инструментальную погрешность, значение которой практически не зависит от параметров движения. Однако относительная погрешность $\delta_n = \Delta\varphi_n/\varphi_1$ вследствие зависимости φ_1 от ω (5) является функцией частоты. Для снижения этого влияния на различных диапазонах частот следует применять разные методы измерения амплитуды (см. таблицу)

Измерительный прибор	$\Delta\varphi_n$, рад	Диапазон частот, Гц	Диапазон амплитуд, рад	δ_n , %
Кодовый диск	$10^{-2}-10^{-3}$	0,01—0,5	более 3	0,01—0,3
Автоколлиматор	$10^{-4}-10^{-6}$	0,5—15	0,05—3	0,003—0,2
Интерферометр	$10^{-8}-10^{-4}$	15—500	$10^{-4}-0,1$	0,01—1,0

Составляющая $\Delta\varphi_i$ представляет собой векторную сумму разностей

$$\Delta\varphi_{\Phi i} = s_i - 2\varphi_1, \quad (i = 2, 3, \dots, n), \quad (6)$$

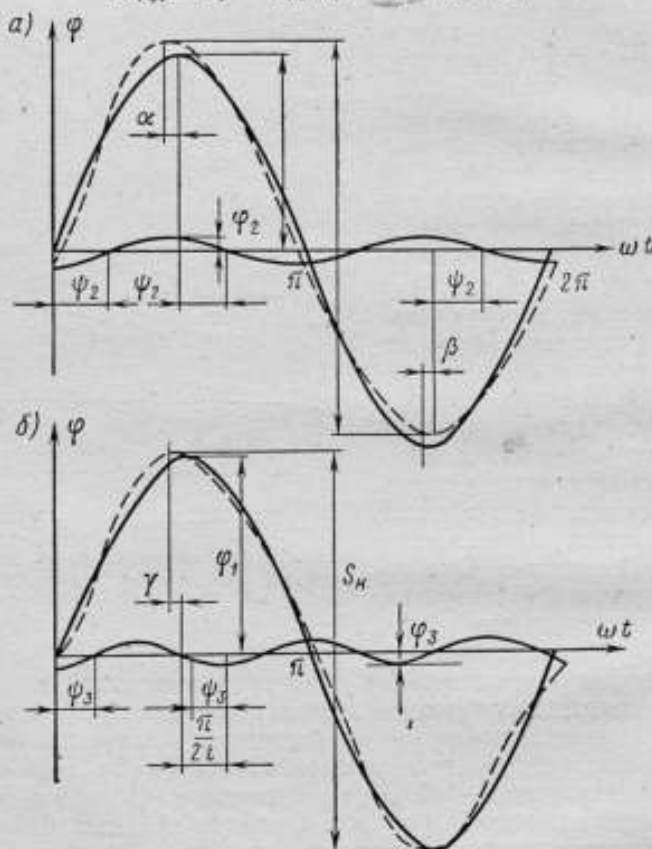


Рис. 2. К определению углов α , β (а) и γ (б).

где s_i — размах колебаний с учетом влияния i -й гармоники, измеренный одним из указанных в таблице приборов. Погрешность измерения $\Delta\varphi$ зависит от формы воспроизводимого процесса, определяемой амплитудами φ_i и фазами ψ_i гармоник. Значения s_i для четных s_e и нечетных s_n гармоник находятся по формулам

$$s_4 = \varphi_1 \cos \alpha + \varphi_1 \sin (\psi_i + i\alpha) + \varphi_1 \cos \beta + \varphi_i \sin (i\beta - \psi_i); \quad (7)$$

$$s_n = 2 \left[\varphi_1 \cos \left(\frac{\pi}{2i} - \psi_i + \gamma \right) + \varphi_i \sin i\gamma \right].$$

Углы α , β и γ (рис. 2) определяются из уравнений

$$\sin \alpha - \frac{\varphi_i}{\varphi_1} \cos (\psi_i + i\alpha) = 0;$$

$$\sin \beta - \frac{\varphi_i}{\varphi_1} \cos (i\beta - \psi_i) = 0; \quad (8)$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{2i} - \psi_i + \gamma \right) - \frac{\varphi_i}{\varphi_1} \cos i\gamma = 0.$$

Кривые, характеризующие погрешности $\delta_\Phi = \Delta\varphi_\Phi / 2\varphi_1$, обусловленные влиянием 2-й и 3-й гармоник, приведены на рис. 3. Влияние гармоник на погрешность измерения амплитуды не ска-



зывается лишь при некоторых сочетаниях φ_i и ψ_i . Для нечетных гармоник эти сочетания, изображены на рис. 4, а. Для четных гармоник (рис. 4, б) это — области, ограниченные осью абсцисс и кривыми. Расчеты, соответствующие реальным параметрам установок, показывают, что предельные значения δ_Φ соизмеримы с δ_r .

Перейдем к установлению предельных значений амплитудного диапазона. Амплитуда колебаний в частотном диапазоне 0,01—500 Гц при малых значениях момента сил трения составляет $\varphi_1 \approx \approx U_1 / \omega A$. Амплитуды скорости и ускорения соответственно определяются равенствами $\dot{\varphi}_1 \approx U_1 / A$ и $\ddot{\varphi}_1 \approx \omega U_1 / A$. Величина φ_1 зависит от упругих свойств и прочности материала торсиона. Расчет коэффициента угловой жесткости показывает, что в нижней части частотного диапазона при погрешности градуировки

$\delta \leq 0,1\%$ максимальное значение амплитуды лежит в пределах 10—30 рад. Максимальные значения амплитуды угловой скорости $\dot{\varphi}_{\max} \approx 10\text{--}30$ рад/с достигаются в области частот 0,5—20 Гц. Ограничения по скорости на частотах $f < 0,5$ Гц объясняются ограничениями по амплитуде колебаний. Снижение амплитуды скорости на частотах $f > 50$ Гц вызвано ограничениями по амплитуде ускорения. Ее предельные значения заключены в области 5000—10 000 рад/с², что объясняется конечностью значений механических характеристик элементов системы и прочностью со-

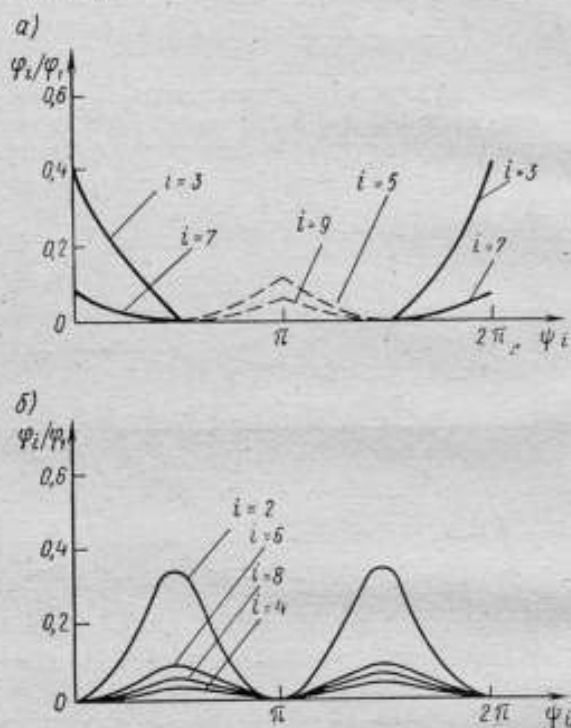


Рис. 4. Зависимости $\frac{\varphi_i}{\varphi_1} = f(i, \psi)$, соответствующие условно $\Delta\varphi_{\Phi}$ для нечетных (а) и четных (б) гармоник.

единений. Кроме того, величина $\ddot{\varphi}_{\max}$ ограничена погрешностями усилителя, растущими с увеличением его мощности. В области частот $f < 1$ Гц она ограничена упомянутыми выше допустимыми амплитудами колебаний. Частотный диапазон также обусловлен погрешностями градуировки. Ограничение нижнего предела его объясняется следующими причинами:

1. Технически сложно создать высокоточный генератор для частот менее 0,01 Гц.

2. Большое значение при работе на сверхнизких частотах имеет стабильность параметров установки и ее элементов. Например, при $f < 0,1$ Гц существенное влияние оказывает изменение режима усилителя (дрейф нуля и т. п.). При $f < 0,1-0,05$ Гц становится заметной пластичность материала торсиона.

3. Увеличение периода колебаний приводит к росту времени измерения, что в свою очередь повышает вероятность влияния внешних и внутренних факторов на параметры колебаний и точность их измерения.

4. Как уже указывалось, снижение частоты приводит к росту погрешности, поэтому, если задаться предельно допустимой погрешностью δ , равной 0,1%, то нижним реальным пределом частотного диапазона будет 0,1 Гц.

Верхний предел частотного диапазона определяется следующим:

1. При частоте $f > 500$ Гц амплитуда колебаний не превышает $\varphi = 10^{-3}$ рад. В этом случае, даже при условии применения одного из самых точных приборов — интерферометра ($\Delta\delta_n = 0,2''$) погрешность измерения $\delta_n \geq 0,1\%$.

2. При частотах более 200—500 Гц на погрешность образцовой установки влияет собственная частота ее элементов.

3. С ростом частоты уменьшается отношение длины торсиона к его диаметру, что приводит к увеличению деформации других элементов подвижной системы.

При учете перечисленных факторов диапазон частот может быть ограничен значением 500 Гц.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шумилин В. П. Измерение параметров угловых колебаний. «Измерительная техника», 1966, № 5.
2. Шумилин В. П. Методика расчета электродинамических вибраторов. Труды институтов Комитета стандартов, вып. 118 (178), Стандартгиз, 1967.

Поступила в редакцию
12.10.1971 г.

УСТАНОВКА ДЛЯ ГРАДУИРОВКИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ ТИПА «ПАДАЮЩИЙ ВИНТ»

Одной из актуальных задач является разработка устройства, создающего постоянные угловые ускорения заданной величины, т. е. разработка меры углового ускорения. На основании теоретических и экспериментальных данных установлено, что одним из простых и наиболее точных способов воспроизведения постоянного углового ускорения является преобразование линейного равноускоренного движения падающего груза в угловое ускорение. В спроектированной установке преобразователем является пара винт—гайка, расположенные вертикально (рис. 1). Винт 3 подвешен в резьбе гайки 4 на аэростатической опоре. Направляющая 6 винта 3 имеет радиальный аэростатический подшипник 7. Воздух к гайке 4 и подшипнику 7 подводится по каналам 5 и 8. Градуируемый угловой акселерометр 1 крепится к диску 2 винта 3. Токосъем со скользящими контактами отсутствует, так как в течение рабочего процесса винт делает от одного до пяти оборотов. Информация с акселерометра снимается с помощью проводников, которые при закручивании создают ничтожно малый противодействующий момент порядка 10^{-5} Н·м).

При выводе формулы углового ускорения условно принимаем, что механическая система имеет две степени свободы, допускающие поступательное и вращательное движение винта. Для составления дифференциального уравнения движения вращающихся частей установки воспользуемся методом Лагранжа второго рода. За обобщенную координату системы примем угол поворота винта φ . Кинетическая энергия подвижной части установки T будет складываться из кинетической энергии вращательного T_1 и поступательного T_2 движений. С учетом связи между поступательным и вращательным движениями получим

$$T = T_1 + T_2 = \frac{\dot{\varphi}^2 J}{2} + \frac{\dot{\varphi}^2 m}{2} \cdot \frac{h^2}{4\pi^2},$$

где $\dot{\varphi}$ — угловая скорость винта; J — момент инерции вращающихся частей установки; m — масса вращающихся частей; h — шаг резьбы.

Потенциальная энергия системы определяется как энергия в поле сил тяжести

$$\Pi = mg\varphi \frac{h}{2\pi},$$

где g — ускорение сил тяжести.

Необходимо также учесть момент внешних сил трения

$$M = -k_1\dot{\varphi} - k_2\dot{\varphi} \frac{h}{4\pi^2},$$

где k_1 и k_2 — коэффициент трения вращения и трения перемещения соответственно.

Пользуясь методом Лагранжа второго рода, получим

$$\varphi'' + \varphi' \frac{k_1 + k_2 \frac{h^2}{4\pi^2}}{J + m \frac{h^2}{4\pi^2}} = \frac{mg \frac{h}{2\pi}}{J + m \frac{h^2}{4\pi^2}}. \quad (1)$$

После решения уравнения (1) продифференцируем его дважды и, произведя необходимые преобразования, получим формулу углового ускорения

$$\ddot{\varphi} = \left(\frac{g}{2\pi J} \frac{h}{2\pi} - \omega_0 \frac{k_1 + k_2 \frac{h^2}{4\pi^2}}{J + m \frac{h^2}{4\pi^2}} \right) \exp \left(\frac{k_1 + k_2 \frac{h^2}{4\pi^2}}{J + m \frac{h^2}{4\pi^2}} t \right), \quad (2)$$

где t — время; ω_0 — начальная скорость.

Выразим k_1 , k_2 и J через параметры системы. Коэффициент k_1 зависит от проекции на горизонтальную плоскость боковой поверхности винта и площади внутренней поверхности аэростатического подшипника

$$k_1 = \frac{\mu}{\gamma_1 \cos \beta} \int_0^{\psi} \int_{r_1}^{r_2} r^3 d\psi dr + \frac{\mu \pi d^3 b}{4 \gamma_2}. \quad (3)$$

Проинтегрировав (3) и произведя соответствующие преобразования, получим

$$k_1 = \frac{\mu \psi}{4 \gamma_1 \cos \beta} (r_2^4 - r_1^4) - \frac{d^3 b}{4} \frac{\mu \pi}{\gamma_2}, \quad (4)$$

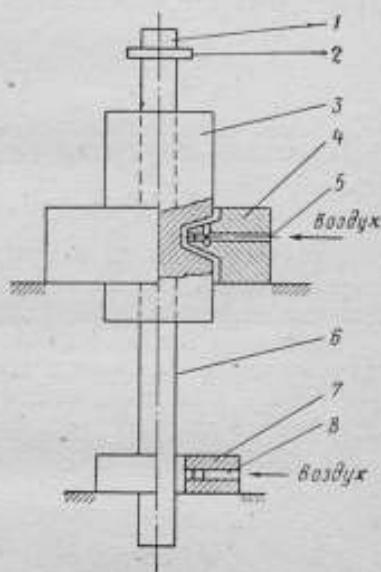


Рис. 1. Схема преобразователя

где μ — вязкость воздуха; β — угол профиля резьбы; γ_1 и γ_2 — воздушный зазор в резьбе и в аэростатическом подшипнике соответственно; r_1 и r_2 — внутренний и наружный радиус резьбы; d — диаметр направляющей; b — высота аэростатического подшипника; ψ — число витков резьбы гайки (в радианах).

Коэффициент k_2 зависит от проекции на вертикальную плоскость боковой поверхности резьбы гайки и площади поверхности аэростатического подшипника

$$k_2 = \frac{\mu h}{\gamma_1} \int_{r_1}^{r_2} dr + \frac{\mu \pi db}{\gamma_2}. \quad (5)$$

После интегрирования (5), получим

$$k_2 = \frac{\mu h}{\gamma_1} (r_2 - r_1) + \frac{\mu \pi db}{\gamma_2}. \quad (6)$$

При расчете k_1 и k_2 не учитывались силы аэродинамического сопротивления, так как они составляют не более $1 \cdot 10^{-4}\%$ от вращающих моментов.

Определим момент инерции, исходя из геометрических размеров и массы винта. Вначале найдем выражение для момента инерции резьбы с трапецидальным сечением, который складывается из моментов инерции упорной и прямоугольной резьбы.

Момент инерции упорной резьбы одного витка

$$J_1 = \rho \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \int_0^{h_1 \left(1 - \frac{r-r_1}{r_2-r_1}\right)} r^3 dr d\psi dz, \quad (7)$$

где ρ — плотность материала винта; h_1 — толщина витка резьбы на внутреннем радиусе. Проинтегрировав (7), получим

$$J_1 = 0,1\rho l h_1 (r_2^4 + r_2^3 r_1 + r_2^2 r_1^2 + r_2 r_1^3 - 4r_1^4).$$

Момент инерции винта относительно его оси вращения равен

$$J_2 = \pi \rho [0,2nh_1 (r_2^4 + r_2^3 r_1 + r_2 r_1^3 - 4r_1^4) + 0,5nh_2 (r_2^4 - r_1^4) + 0,5lr_1^4],$$

где n — число витков резьбы винта; h_2 — толщина витка прямоугольной резьбы; l — длина стержня винта; $0,5\rho\pi n h_2 (r_2^4 - r_1^4)$ — момент инерции прямоугольной резьбы; $0,5\rho l r_1^4$ — момент инерции стержня винта.

Остальные элементы вращающейся части установки имеют простую конфигурацию и определение их моментов инерции не представляет трудности.

При практическом применении формулы (2) силами трения можно пренебречь, так как момент внешних сил трения при макси-

мальных угловых скоростях будет равен $7,8 \cdot 10^{-5}$ Н·м, или не более 0,008% от вращающего момента. При этом формула для ускорения ε будет иметь простой вид

$$\ddot{\varphi} = \varepsilon = \frac{4\pi mhg}{4\pi^2 J + mh^2}. \quad (8)$$

Относительная погрешность углового ускорения, определяемого по формуле (8), равна

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial g} \Delta g + \frac{\partial\varepsilon}{\partial m} \Delta m + \frac{\partial\varepsilon}{\partial h} \Delta h + \frac{\partial\varepsilon}{\partial J} \Delta J \right), \quad (9)$$

где Δg , Δm , Δh — погрешности измерения ускорения силы тяжести, массы, шага резьбы винта соответственно; ΔJ — погрешность определения момента инерции вращающихся частей установки. После взятия частных производных и необходимых преобразований получим

$$\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\Delta g}{g} - \left(\frac{1}{2\pi} - \frac{J2\pi}{mh^2} \right) \Delta h + \frac{J2\pi}{m^2 h} \Delta m - \frac{2\pi}{mh} \Delta J. \quad (10)$$

Основную погрешность определения углового ускорения составляет погрешность определения момента инерции вращающихся частей установки, которая в свою очередь зависит от погрешности измерения линейных размеров и погрешности определения плотности $\Delta\rho$ материала.

Погрешность определения момента инерции методом сравнения с моментом инерции образцового цилиндра зависит от погрешности измерения радиуса образцового цилиндра ΔR , массы Δm и периодов угловых колебаний ΔT_0 , ΔT образцового цилиндра и испытуемой детали на упругом элементе.

$$\Delta J = \frac{RT}{T_0^2} \left(\frac{1}{2} RT \Delta m + mT \Delta R + mR \Delta T - mR \frac{T}{T_0} \Delta T_0 \right), \quad (11)$$

где R — радиус образцового цилиндра; T_0 и T — период угловых колебаний образцового цилиндра и детали соответственно.

Для рассматриваемой установки момент инерции вращающихся частей без дополнительных масс определялся методом сравнения с образцовым цилиндром с погрешностью 0,15% и составил $9,235 \cdot 10^{-9}$ кг·м². Вычисленная из выражения (10) погрешность определения углового ускорения, воспроизводимого установкой, составила $\Delta\varepsilon/\varepsilon = 0,0025$.

Экспериментальные исследования установки производились с помощью углового акселерометра ЛХ-200, предварительно отградуированного в динамическом режиме с погрешностью 3—4%. По результатам этой градуировки чувствительность углового акселерометра была приближенно оценена в 11,8—12,2 мВс²/рад.

Показания углового акселерометра регистрировались электронно-лучевым осциллографом С1-37. Материалы исследования представлены в виде осциллограмм. При воспроизведении установкой постоянного углового ускорения присутствие периодических составляющих углового ускорения не было обнаружено, что подтверждается осциллограммами (рис. 2). Как видно из осциллограммы, приведенной на рис. 2, а, уровень углового ускорения нарастает к концу процесса.

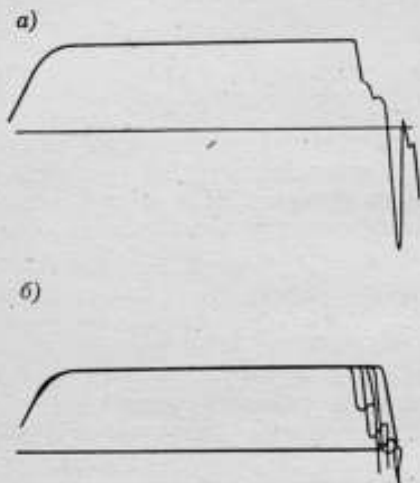


Рис. 2. Осциллограммы воспроизведения постоянного углового ускорения при:
а — однократной и б — пятикратной записи

Это вызвано реакцией акселерометра на центростремительное ускорение. О воспроизводимости установки можно судить по осциллограмме, приведенной на рис. 2, б, где пять раз записано одно и то же значение углового ускорения.

В результате градуировки углового акселерометра ЛХ-200 на описанной установке его чувствительность была определена в $11,95 \text{ мВс}^2/\text{рад}$, т. е. на $0,42\%$ отличалась от ранее измеренной чувствительности среднего значения.

В заключение необходимо отметить, что разработанная установка позволяет производить градуировку угловых акселерометров в диапазоне $1-80 \text{ рад/с}^2$ с расчетной погрешностью $0,25\%$. При этом шаг резьбы винта равен $0,040 \text{ м}$, внутренний диаметр — $0,038 \text{ м}$. Наружный диаметр резьбы составляет $0,085 \text{ м}$ и имеет семь витков. Для расширения верхнего предела необходимо увеличить шаг резьбы, номинальное значение которого выбирается из выражения $h = 2\pi \sqrt{\frac{J}{m}}$, при максимальном значении углового ускорения. Так, например, для получения максимального углового ускорения 240 рад/с^2 шаг резьбы должен быть $0,087 \text{ м}$ при тех же значениях J и m . Для расширения диапазона воспроизведения угловых ускорений в нижнем пределе необходимы дополнительные исследования.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

А. И. МИРОНОВ, И. И. СМЫСЛОВ, С. А. ЮЛДАШБЕКОВ

НИИ машиноведения

СТАТИЧЕСКАЯ ГРАДУИРОВКА ДВУХБАЛОЧНЫХ ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИХ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

В экспериментальных исследованиях все большее распространение получают измерения угловых ускорений с помощью угловых акселерометров*, в частности тензометрических.

Предлагаемый способ статической градуировки двухбалочных тензометрических угловых акселерометров (рис. 1), заключающийся в использовании ускорения силы тяжести, заменяет в простейшем случае градуировку на специальных стендах**. Действительно, если установить акселерометр горизонтально и арретировать одну из балочек, то другой его чувствительный элемент зарегистрирует вес балочки. Угловое ускорение, которое вызывает такой же сигнал акселерометра, определяется равенством

$$e = \frac{g}{r}, \quad (1)$$

где g — ускорение силы тяжести; r — радиус инерции балочки. Чувствительность акселерометра находим по формуле

$$\gamma_e = \frac{e}{\epsilon} = \frac{eR}{g}, \quad (2)$$

где ϵ — разность сигналов до и после поворота акселерометра на 180° ; R — радиус места заделки балочки.

Градуировку акселерометра можно производить также путем нагружения балочек известными силами в месте расположения его центра масс. Для этого можно использовать динамометр. Такая градуировка названа универсальной, поскольку в этом

* Раевский Н. П. Датчики механических параметров машин. Изд. АН СССР 1959.

** См. стр. 26

случае акселерометр может занимать любое положение в пространстве.

Характерной особенностью двухбалочных акселерометров является снижение чувствительности с повышением скорости вращения, вызванное действием центробежных сил инерции. Для учета влияния этой погрешности следует имитировать действие не только тангенциальных ускорений, но и центробежных (также с помощью грузов или динамометров), эквивалентных силам инерции. Такую градуировку авторы назвали полной, так как она учитывает действие всех сил в реальных условиях. Полная градуировка, являясь развитием универсальной, за-

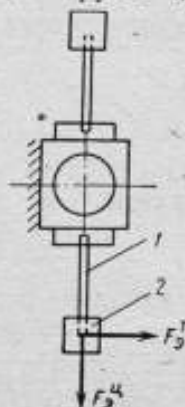


Рис. 1. Схема нагружения эквивалентными силами при полной градуировке двухбалочного тензометрического акселерометра:

1 — балочка; 2 — инерционный элемент; F_3^T — сила, эквивалентная тангенциальной при определении углового ускорения; F_3^K — сила, эквивалентная центробежной при определении угловой скорости

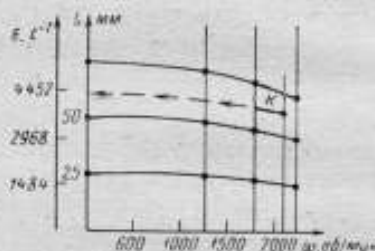


Рис. 2. График полной градуировки:

1 — отклонение луча осциллографа; ϵ — действительное угловое ускорение, соответствующее отклонению луча осциллографа

ключается в том, что операции простой градуировки (при которой производится ступенчатое нагружение силами, эквивалентными тангенциальным) повторяются на каждой ступени нагружения силами, эквивалентными центробежным, т. е. соответствующим определенным скоростям вращения акселерометра, и по этим данным строится семейство кривых (рис. 2). Каждая градуировочная кривая соответствует определенной ступени нагружения эквивалентной тангенциальной силой, имеющей место при постоянстве эквивалентного углового ускорения. При пользовании графиком одновременно с регистрацией углового ускорения следует регистрировать угловую скорость. По этим данным на график наносится экспериментальная точка *К*. Затем точка переносится (с использованием интерполяции между соседними кривыми) на ось ординат, по которой отсчитывается угловое ускорение. Из рис. 2

видно, что ускорение регистрировалось примерно при 2100 об/мин и его измеренное значение (~ 4000 рад/с²) отличалось от действительного (~ 4400 рад/с²) на 10%. Систематические и случайные погрешности описываемой статической градуировки, как показал опыт, не превышают долей процента, что вполне приемлемо для экспериментального исследования машин. Изложенный метод позволяет производить поверку акселерометра на месте его эксплуатации.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

Ю. А. БЫЧКОВ, В. А. ИВАНОВ, Л. П. СМОЛЬНИКОВ
ВНИИМ

ТОЧНОСТЬ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПОСТОЯННОГО УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ

Постановка задачи

При испытаниях угловых акселерометров возникает необходимость задания постоянного во времени углового ускорения с требуемой точностью в течение времени измерения t_n . Для этого

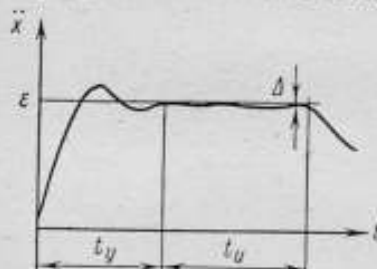


Рис. 1. Закон изменения постоянного углового ускорения

целесообразно использовать электромеханические системы, позволяющие реализовать угловое ускорение ϵ в виде ускорения выходного вала электродвигателя. Требуемый закон изменения ускорения графически представлен на рис. 1. Время t_y установления заданного ускорения не должно превышать некоторой предельной величины $t_{y \max}$, определяемой допустимой скоростью вала испытательной установки, т. е. $t_y \leq t_{y \max}$.

В течение времени t_n ускорение \ddot{x} поддерживается постоянным, причем величина погрешности воспроизведения заданного ускорения $\Delta = \epsilon - \ddot{x}$ не должна превышать некоторого значения Δ_{\max} , характеризующего точность источника ускорения, т. е. $\Delta \leq \Delta_{\max}$.

Продолжительность интервала t_n не должна быть меньше величины $t_{n \min}$, определяемой условиями измерений, т. е. $t_n \geq t_{n \min}$.

Описанные в работах [1—3] электромеханические системы, предназначенные для поддержания постоянства ускорения, не могут непосредственно использоваться при построении рассматриваемой системы регулирования постоянного ускорения ввиду

специфики работы метрологических устройств. Перечисленные требования ставят перед исследователями две основные задачи: обеспечение заданной погрешности системы $\Delta \leq \Delta_{\max}$ в течение времени измерения t_n и обеспечение необходимых динамических свойств системы, позволяющих получить время установления процесса $t_y \leq t_{y \max}$, а также требуемое время измерения. Рассмотрим первую задачу.

Основные структурные схемы

Можно предложить три структурные схемы регулирования углового ускорения (рис. 2).

В схеме рис. 2, а обратная связь осуществляется по углу поворота выходного вала, при этом входное воздействие изменяется по полуквадратичной параболе.

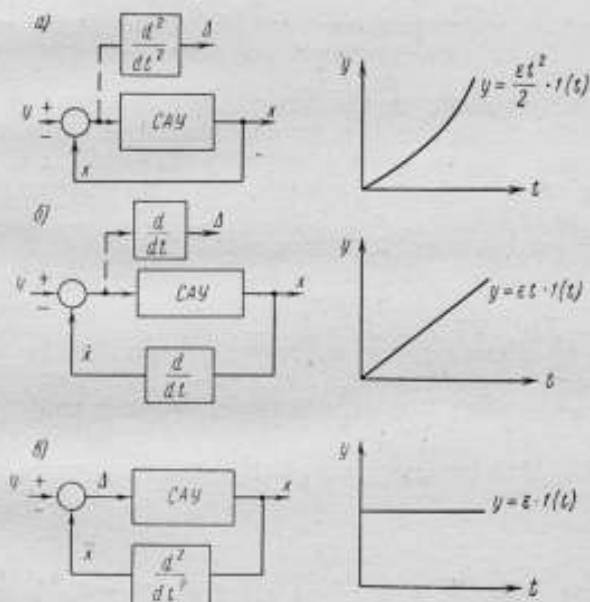


Рис. 2. Структурные схемы регулирования углового ускорения, в которых обратная связь осуществляется:

а — по углу поворота выходного вала; б — по скорости выходного вала; в — по ускорению. САУ — система автоматического управления, включающая двигатель, а также усилительные и другие устройства; x — угол поворота выходного вала двигателя, приведенный к входному воздействию; y — входное воздействие (напряжение).

При реализации структурной схемы рис. 2, б используется обратная связь по скорости выходного вала источника, а входное воздействие изменяется по линейному закону.

В структурной схеме, показанной на рис. 2, в, осуществлена обратная связь по ускорению, что позволяет использовать

постоянное управляющее воздействие, величина которого пропорциональна заданному значению ускорения.

Сравнение перечисленных структурных схем показало, что схема рис. 2, а наименее удобна в эксплуатации ввиду того, что для ее реализации необходимо входное устройство, обеспечивающее сравнительно сложный закон изменения входного воздействия y , а также измеритель угла поворота выходного вала. Что же касается структурных схем рис. 2, б и в, то необходимое при их построении измерение скорости (а также ускорения) двигателя осуществляется относительно просто при помощи тахогенератора.

Отметим, что структурные схемы, представленные на рис. 2, не соответствуют типовым структурным схемам следящих систем и их точность в теории следящих систем [4—5] не рассматривается.

Определение погрешностей электромеханических источников постоянного ускорения

Схемы исследуемых систем показаны на рис. 3.

Обозначим составляющие погрешности воспроизведения Δ , обусловленные управляющим и возмущающим воздействием, соответственно Δ_y и Δ_f и определим, чему они равны для различных видов воздействия y и f .

В схеме рис. 2, а погрешность воспроизведения

$$\Delta = \ddot{y} - \ddot{x} = \frac{d^2}{dt^2} (y - x).$$

Изображение Лапласа составляющей погрешности, вызванной управляющим воздействием, как видно из соответствующей рис. 2, а схемы рис. 3, а (при $F(p) \equiv 0$) имеет вид

$$\Delta_y(p) = \frac{p^2}{1 + \frac{kW(p)}{p^v} \cdot \frac{1}{p}} Y(p) = \frac{ep^v}{p^{v+1} + kW(p)},$$

где

$$k = k_1 k_2; W(p) = W_1(p) W_2(p); v = v_1 + v_2;$$

$$W_1(p) = \frac{b_{m_1} p^{m_1} + \dots + 1}{a_{n_1} p^{n_1} + \dots + 1}; \quad W_2(p) = \frac{b_{m_2} p^{m_2} + \dots + 1}{a_{n_2} p^{n_2} + \dots + 1};$$

$$W(p) = \frac{b_m p^m + \dots + 1}{a_n p^n + \dots + 1} = \frac{B(p)}{A(p)};$$

$W_1(p)$, $W_2(p)$, $W(p)$ — рациональные дроби от p .

В схеме, показанной на рис. 2, б, погрешность воспроизведения

$$\Delta = \dot{y} - \dot{x} = \frac{d}{dt} (y - \dot{x}).$$

Изображение Лапласа составляющей погрешности, вызванной управляющим воздействием, как видно из соответствующей рис. 2, б схемы рис. 3, б (при $F(p) \equiv 0$), равно

$$\Delta_v(p) = \frac{p}{1 + \frac{kW(p)}{p^v}} Y(p) = \frac{ep^{v-1}}{p^v + kW(p)}.$$

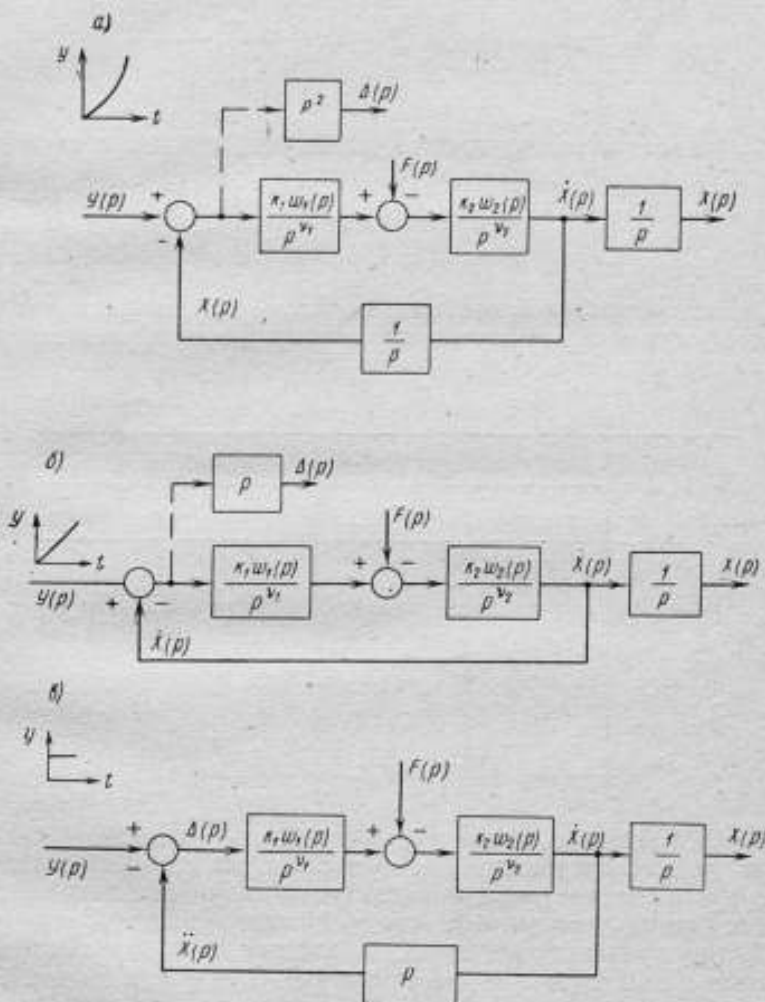


Рис. 3. Структурные схемы электромеханических систем постоянного ускорения
 $Y(p)$, $X(p)$, $\Delta(p)$, $F(p)$ — изображения по Лапласу, соответственно управляющего воздействия, величины угла поворота выходного вала двигателя, погрешность воспроизведения заданного ускорения и возмущающего воздействия; $k_1 \omega_1(p)/p^{v_1}$ — передаточная функция группы звеньев, представляющих собой усилители и другие необходимые устройства; $k_2 \omega_2(p)/p^{v_2}$ — передаточная функция двигателя.

В схеме рис. 2, *в* погрешность воспроизведения составляет

$$\Delta = y - \ddot{x}.$$

Изображение Лапласа составляющей погрешности, вызванной управляющим воздействием, как видно из соответствующей рис. 2, *в* схемы рис. 3, *в* (при $F(p) \equiv 0$), имеет вид

$$\Delta_y(p) = \frac{1}{1 + \frac{kW(p)}{p^v}} Y(p) = \frac{\epsilon p^{v-1}}{p^v + kW(p)p}.$$

Установившаяся погрешность может быть найдена с помощью теоремы о конечном значении функции:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \Delta_y(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \Delta_y(p).$$

Отнеся установившуюся погрешность $\Delta_y(\infty)$ к заданной величине ускорения ϵ , получим выражения для относительной погрешности δ_y (табл. 1).

Таблица 1

Схема	Погрешность δ_y в % при v , равном			
	-1	0	1	2
Рис. 3, <i>а</i>	$\frac{1}{1+k}$	0	0	0
Рис. 3, <i>б</i>	1	$\frac{1}{1+k}$	0	0
Рис. 3, <i>в</i>	1	1	$\frac{1}{1+k}$	0

Из табл. 1 видно, что возможность получения погрешности от управляющего воздействия, не превышающей заданной, в схеме рис. 3, *в* в отличие от схем рис. 3, *а*, *б* принципиально осуществима при наличии хотя бы одного интегрирующего звена.

Составляющая погрешности, вызванная возмущающим воздействием, при $Y(p) \equiv 0$ для схемы рис. 3, *а* равна

$$\Delta_f(p) = \frac{p^2 \frac{k_2 W_2(p)}{p^{v_2}} \cdot \frac{1}{p}}{1 + \frac{kW(p)}{p^v} \cdot \frac{1}{p}} F(p) = \frac{p^{v_1+2} k_2 W_2(p)}{p^{v+1} + kW(p)} F(p).$$

Составляющая погрешности, вызванная возмущающим воздействием, при $Y(p) = 0$, для схемы рис. 3, б равна

$$\Delta_f(p) = \frac{\rho \frac{k_2 W_2(p)}{\rho^{v_2}}}{1 + \frac{k W(p)}{\rho^v}} F(p) = \frac{\rho^{v_1+1} k_2 W_2(p)}{\rho^v + k W(p)} F(p).$$

Соответственно в схеме рис. 3, а

$$\Delta_f(p) = \frac{\rho \frac{k_2 W_2(p)}{\rho^{v_1}}}{1 + \frac{k W(p)}{\rho^v}} F(p) = \frac{\rho^{v_1-1} k_2 W_2(p)}{\rho^{v-1} + k W(p)} F(p).$$

Как известно [4], возмущающее воздействие в электромеханических системах чаще всего представляет собой момент сопротивления двигателя, который в основном создается силами сухого трения. Этот момент может быть аппроксимирован одной из следующих функций или совокупностью их:

- 1) $f(t) = C 1(t)$; $F(p) = C/p$; 2) $f(t) = Ct 1(t)$; $F(p) = C/p^2$;
- 3) $f(t) = C \sin \Omega t$.

Найдем величины составляющих погрешности, вызванной возмущающим воздействием, для каждого из трех случаев.

В первом и втором случаях установившаяся погрешность может быть найдена с помощью теоремы о конечном значении функции и отнесена к величине ϵ . В третьем случае благодаря тому, что частота изменения возмущающего воздействия Ω практически всегда намного больше частоты среза системы, для схемы рис. 3, б справедливо следующее приближенное равенство:

$$\begin{aligned} \text{mod } \Delta_{f_{уст}} &= \text{mod} \left. \frac{\rho \frac{k_2 W_2(p)}{\rho^{v_2}}}{1 + \frac{k W(p)}{\rho^v}} C \right|_{p=j\Omega} = \\ &= \text{mod} \left. \frac{C \rho^{v_1+1} k_2 W_2(p)}{\rho^v + k W(p)} \right|_{p=j\Omega} \approx \text{mod} \left. \frac{C k_2 W_2(p)}{\rho^{v-v_1-1}} \right|_{p=j\Omega} \end{aligned}$$

Очевидно, что это выражение справедливо также и для схем рис. 3, а, в. Отнеся установившуюся погрешность к величине ϵ , получим выражения для относительной погрешности δ_f (или $\text{mod } \delta_{f_{уст}}$), сведенные в табл. 2.

Структурные схемы систем постоянного ускорения, не содержащие интегрирующих звеньев

Как видно из табл. 1, для уменьшения или сведения к нулю погрешностей по управляющему воздействию необходимо интегрирующее звено. Если же нет возможности ввести такое звено

Таблица 2

Вид возмущающего воздействия	Схема	Погрешность	$V_1 : V$					
			-2:1	-1:0	0:0	0:1	1:1	1:2
$C1(t)$	Рис. 3, а	$\delta_f \frac{C}{\varepsilon} 100\%$	$\frac{k_2}{1+k}$	0	0	0	0	0
	Рис. 3, б	$\delta_f \frac{C}{\varepsilon} 100\%$	k_2	$\frac{k_2}{1+k}$	0	0	0	0
	Рис. 3, в	$\delta_f \frac{C}{\varepsilon} 100\%$	∞	k_2	0	$\frac{k_2}{1+k}$	0	0
	Рис. 3, а	$\delta_f \frac{C}{\varepsilon} 100\%$	∞	$\frac{k_2}{k}$	0	0	0	0
$Cf(t)$	Рис. 3, б	$\delta_f \frac{C}{\varepsilon} 100\%$	∞	∞	$\frac{k_2}{1+k}$	$\frac{k_2}{k}$	0	0
	Рис. 3, в	$\delta \frac{C}{\varepsilon} 100\%$	∞	∞	k_2	∞	$\frac{k_2}{1+k}$	$\frac{k_2}{k}$
$C \sin \Omega t$	Рис. 3, а, б, в	$\text{mod } \delta_f \text{уст} \frac{C}{\varepsilon} \times \times k_2 W_2(j\Omega) $	1	1	Ω	1	Ω	1

в систему, то требуемого эффекта можно добиться, используя положительную обратную связь. Структурная схема системы с дополнительной обратной связью показана на рис. 4. Цепь главной обратной связи не замкнута, поскольку эта схема справедлива для всех рассмотренных выше систем.

Для схемы рис. 4, очевидно, справедливо соотношение

$$k_{в.к} W_{в.к}(p) = \frac{kW(p)}{1 - k_c k W(p)} = \frac{kB(p)}{A(p) - k_c kB(p)}$$

Рис. 4. Структурная схема с положительной обратной связью

$$= \frac{k(b_m p^m + \dots + 1)}{(a_n p^n + \dots + a_{n-1} p + 1) - k_c k (b_m p^m + \dots + b_{m-1} p + 1)}$$

С другой стороны, замкнутый внутренний контур должен обладать астатизмом первого порядка, т. е. иметь передаточную функцию

$$k_{в.к} W_{в.к}(p) = \frac{k_{в.к} B(p)}{p A_{в.к}(p)}$$

Сравнивая эту функцию с выражением для $k_{n,k} W_{n,k}(p)$, получаем

$$k_{n,k} = \frac{k}{a_{n-1} - b_{n-1}}; \quad k_c = \frac{1}{k}; \quad A_{n,k}(p) = \frac{A(p) - B(p)}{p}.$$

Очевидно, что погрешности δ_y для схем рис. 3, а, б, в в этом случае будут такими же, как в табл. 1 при $\nu = 1$.

Изображения Лапласа погрешности по возмущающему воздействию при использовании положительной обратной связи для схем рис. 3, а, б, в соответственно имеют вид:

$$\Delta_I(p) = \frac{p^2 \left(\frac{1}{p} - k_c \right) k_2 W_2(p)}{1 + \left(\frac{1}{p} - k_c \right) kW(p)} F(p) = \frac{p^2 (k-p) \frac{k_2}{k} W_2(p)}{p + (k-p) W(p)} F(p);$$

$$\Delta_I(p) = \frac{p(1-k_c) k_2 W_2(p)}{1 + (1-k_c) kW(p)} F(p) = \frac{p(k-1) \frac{k_2}{k} W_2(p)}{1 + (k-1) W(p)} F(p)$$

и

$$\Delta_I(p) = \frac{(p-k_c) k_2 W_2(p)}{1 + (p-k_c) kW(p)} F(p) = \frac{(kp-1) \frac{k_2}{k} W_2(p)}{1 + (kp-1) W(p)} F(p).$$

Выражения относительной погрешности δ_f (или $\text{mod } \delta_{f_{\text{уст}}}$) для приведенных трех видов возмущающего воздействия сведены в табл. 3.

Таблица 3

Вид возмущающего воздействия	Погрешность	Схема		
		Рис. 3, а	Рис. 3, б	Рис. 3, в
$C1(t)$	$\delta_f \frac{C}{\varepsilon} 100\%$	0	0	∞
$C1(t)$	$\delta_f \frac{C}{\varepsilon} 100\%$	0	$\frac{k_2(k-1)}{k^2}$	∞
$C \sin \Omega t$	$\text{mod } \delta_{f_{\text{уст}}} \frac{C}{\varepsilon} \cdot \frac{k_2}{k} \times$ $\times W_2(j\Omega) $	$ \Omega k - j\Omega $	$ \Omega (k-1) $	$ \Omega k\Omega - 1 $

При построении структурной схемы системы, не содержащей интегрирующего звена, следует учитывать, что поддержание постоянного ускорения необходимо и возможно лишь в ограниченном интервале времени. Можно выбрать структуру так, чтобы скорость выходной величины изменялась по экспоненте с большой постоянной времени. Экспонента в ограниченном интервале времени аппроксимируется отрезком прямой, следовательно, уско-

ренне в этом интервале с известным приближением можно считать постоянным.

Поясним этот принцип построения на примере конкретной структурной схемы (рис. 5). Первое звено на этой схеме соответствует усилителю, а второе — двигателю, у которого электро-механическая постоянная времени больше учетверенной постоянной времени якорной цепи.

Передаточная функция замкнутой системы имеет вид

$$\Phi(p) = \frac{k_1 k_2}{T_1 T_2 T_3 p^3 + (T_1 T_2 + T_2 T_3 + T_1 T_3) p^2 + (T_1 + T_2 + T_3 + k_1 k_2) p + 1} = \frac{k_1 k_2}{T_1 T_2 T_3 (p - P_3) (p^2 + a_1 p + b_1)} = \frac{D_1}{p - P_3} + \frac{D_2 p + D_3}{p^2 + a_1 p + b_1},$$

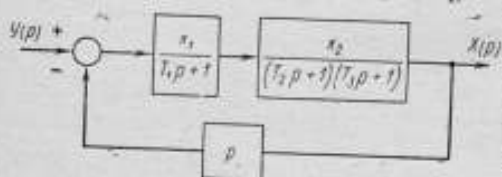


Рис. 5. Структурная схема без интегрирующего звена

где коэффициенты D_1 , D_2 и D_3 найдутся методом неопределенных коэффициентов, а параметры системы таковы, что $(\frac{a_1}{2})^2 - b_1 < 0$. Плоскость корней показана на рис. 6, где p_1 — полюс усилителя; p_2 и p_3 — полюсы двигателя, P_1 , P_2

и P_3 — полюсы замкнутой системы. Как видно из расположения корней [6], составляющая переходного процесса, обусловленная парой комплексно сопряженных корней P_1 и P_2 , быстро затухает и далее переходный процесс в основном определяется вещественным корнем P_3 , ближайшим к мнимой оси. Поэтому можно приближенно записать

$$\Phi(p) = \frac{X(p)}{Y(p)} \approx \frac{D_1}{p - P_3}.$$

Из плоскости корней рис. 6 видно, что при выбранном двигателе (т. е. при корнях p_2 и p_3) это приближенное равенство тем точнее, чем больше корень p_1 , т. е. чем меньше постоянная времени усилителя T_1 .

Схема рис. 5 соответствует структурной схеме рис. 3, б, следовательно, $Y(p) = \varepsilon/p^2$ и

$$X(p) = \frac{D_1}{p - P_3} Y(p) = \frac{D_1 \varepsilon}{P_3} \cdot \frac{P_3}{p - P_3} \cdot \frac{1}{p^2};$$

$$\dot{X}(p) = \frac{D_1 \varepsilon}{P_3} \cdot \frac{P_3}{p - P_3} \cdot \frac{1}{p}; \quad \dot{x}(t) = \frac{D_1 \varepsilon}{P_3} (1 - e^{-P_3 t}).$$

После разложения $e^{-P_3 t}$ в ряд и удержания первых двух членов получим

$$\dot{x}(t) \approx \frac{D_1 \varepsilon}{P_3} [1 - (1 - P_3 t)] = D_1 \varepsilon t,$$

следовательно,

$$\ddot{x}(t) = D_1 e.$$

Погрешность вычисления ускорения $\Delta \ddot{x}(t)$ в конце процесса измерения t_k определяется отброшенными при разложении $e^{-P_1 t}$ членами

$$\Delta \ddot{x}(t_k) = D_1 e \frac{(P_1 t_k)^n}{n!}, \quad n = 2, 3, 4, \dots$$

Пример. На основании выведенных соотношений произведем расчеты для структурной схемы рис. 3, б. В качестве звена $k_2 W_2(p)$ возьмем двигатель П12, позволяющий получить максимально возможное для таких двигателей постоянное угловое ускорение. Звено $k_1 W_1(p)$ представляет собой усилитель мощности и предварительный усилитель, построенные на безынерционных элементах (тиристорах, транзисторах). Порядок астатизма системы нулевой ($\nu_1 = \nu_2 = 0$).

Предположим, что к двигателю приложено линейно изменяющееся возмущающее воздействие $f(t) = Ct$ (t), причем с целью упрощения будем считать,

что $C = e$. Двигатель характеризуется следующими данными [7]: коэффициент передачи $k_2 = 1,43$ рад/с/В; электромеханическая постоянная времени (совместно с приводимым механизмом) $\tau_{эм} = 200 \cdot 10^{-3}$ с; постоянная времени якорной цепи $\tau_a = 30 \cdot 10^{-3}$ с.

Суммарная постоянная времени усилителей $T_1 = 10 \cdot 10^{-3}$ с, а их коэффициент передачи k_1 нуждается в определении.

Пусть необходимая точность поддержания постоянного углового ускорения составляет 2%, тогда на основании табл. I и 2 можно записать

$$\delta = \delta_y + \delta_f \approx \frac{1}{1+k} 100 + \frac{k_2}{1+k} 100 = 2,$$

откуда требуемый коэффициент усиления системы $k \approx 50$, следовательно, коэффициент усиления усилителей равен $k_1 = k/k_2 \approx 35$.

Если необходимо свести к нулю погрешность от управляющего воздействия, а ввести в систему интегрирующее звено невозможно, то, как указывалось выше, система может быть построена по схеме

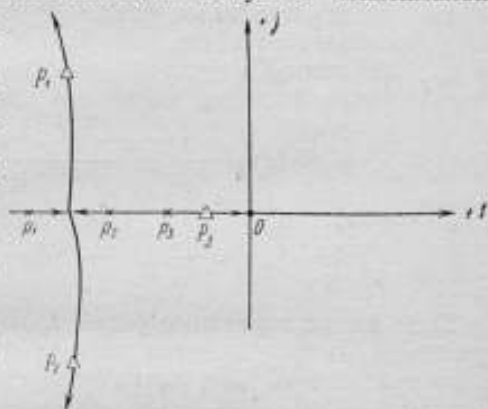


Рис. 6. Плоскость корней

рис. 4. Точность поддержания постоянного углового ускорения в этом случае будет определяться только погрешностью от возмущающего воздействия и на основании табл. 3 можно записать

$$\delta = \delta_f = \frac{k_2(k-1)}{k^2} 100 = 2,$$

откуда требуемый коэффициент усиления системы $k \approx 70,5$, следовательно, коэффициент усиления усилителей $k_1 = k/k_2 \approx 50$, коэффициент положительной обратной связи $k_c = 1/k \approx 0,014$.

Если постоянное угловое ускорение предполагается измерять с помощью аппроксимации кривой разгона двигателя отрезком прямой на ограниченном интервале времени, то система должна быть построена по схеме рис. 5, где $T_2 T_3 = \tau_{2\text{м}} \tau_{3\text{н}}$; $T_2 + T_3 = \tau_{3\text{м}}$. В нашем случае $T_2 = 16,3 \cdot 10^{-2}$ с, $T_3 = 3,7 \cdot 10^{-2}$ с. Передаточная функция замкнутой системы

$$\Phi(p) = \frac{1,01}{p+0,2} - \frac{1,01p+134}{p^2+133p+82,44 \cdot 10^4},$$

а ее полюсы

$$P_{1,2} = -66,4 \mp j906; P_3 = -0,2.$$

Если время измерения равно $t_x = 1$ с, то относительная погрешность воспроизведения постоянного углового ускорения $D_1\epsilon$ в процентах при удержании первых двух членов разложения составит

$$\Delta \ddot{x}(1) = 100 \left[\frac{(-0,2 \cdot 1)^2}{2 \cdot 1} + \frac{(-0,2 \cdot 1)^3}{3 \cdot 2 \cdot 1} \right] \approx 1,9\%.$$

Полученные соотношения позволяют при заданной точности рассчитывать параметры проанализированных структурных схем систем постоянного углового ускорения для различных видов возмущающего воздействия. Таким образом, по результатам расчета точности можно предварительно выбрать ту или иную структуру системы, однако окончательный выбор может быть сделан только после анализа динамики структурных схем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Башарин А. В. Системы автоматического управления главным электроприводом наклонного и вертикального судоподъемника. В сб. «Электропривод и автоматизация промышленных установок». ГЭИ, 1960.
2. Булгаков А. А. Электронные устройства автоматического управления. ГЭИ, 1958.
3. Смольников Л. П. Об управлении главным приводом реверсивного стана в функции ускорения. Изв. ЛЭТИ, вып. 41, 1960.

4. Васильев Д. В., Митрофанов Б. А., Рабкин Г. Л., Самохвалов Г. Н., Семеникович А. А., Фатеев А. В., Чернин Н. И. Проектирование и расчет следящих систем. «Судостроение», 1964.

5. Яворский В. Н., Бессонов А. А., Коротьев А. И., Потопов А. М. Проектирование инвариантных следящих приводов. «Высшая школа», 1963.

6. Удерман Э. Г. Метод корневого годографа в теории автоматического управления. «Библиотека по автоматике», вып. 88, ГЭИ, 1963.

7. Каталог-справочник. Электрические машины постоянного тока единой серии П1-22 габаритов и двигатель-генераторы. Изд-во стандартов, 1964.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

Ю. А. БЫЧКОВ, В. А. ИВАНОВ, А. Н. РАСТОРГУЕВ
Л. П. СМОЛЬНИКОВ

ВНИИМ

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ И СИНТЕЗ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПОСТОЯННОГО УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ

Постановка задачи

Системы, предназначенные для задания поверяемому прибору постоянного углового ускорения, могут быть выполнены в виде электромеханических приводов, выходной величиной которых является ускорение вала электродвигателя. Задача обеспечения заданной точности в течение времени измерения решена в предыдущей статье авторов.* Рассмотрим задачу обеспечения необходимых динамических свойств системы, позволяющих получить минимальное время установления заданного ускорения при условии сохранения требуемого времени измерения.

Структурная схема

Исследуемая электромеханическая система состоит из двигателя независимого возбуждения и питающего его инерционного усилителя. Уравнения динамики системы в обобщенных функциях и безразмерной форме имеют вид

$$\begin{aligned} \tau_y D e &= u - e; \\ \tau_a D i &= e - i - \omega; \\ \tau_{\omega} D \omega &= k (i - i_c). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь u — напряжение, подводимое к усилителю, $|u| \leq 1$; e — выходное напряжение усилителя; i — ток якоря двигателя; D — оператор обобщенного дифференцирования; ω — скорость вращения двигателя; i_c — статическая составляющая тока якоря, обусловленная действием сил сопротивления, приведенных к валу двигателя (полагаем, что статический момент является реактивным, т. е. $i_c = |i_c| \operatorname{sign} \omega$); $\tau = t/T_0$, где T_0 — базовая величина

* См. стр. 34

времени; $\tau_y = T_y/T_0$; $\tau_n = T_n/T_0$; $\tau_{эм} = T_{эм}/T_0$ — относительные постоянные времени усилителя, цепи якоря двигателя и электрохимическая соответственно.

Обобщенная структурная D -схема [1] исследуемой системы показана на рис. 1, а. На этой схеме $k = 1$, если $|i| \geq |i_c|$, и $k = 0$, если $|i| < |i_c|$ при $\omega = 0$; если же $\omega \neq 0$, то $k = 1$ независимо от соотношения i и i_c . В соответствии с этим алгорит-

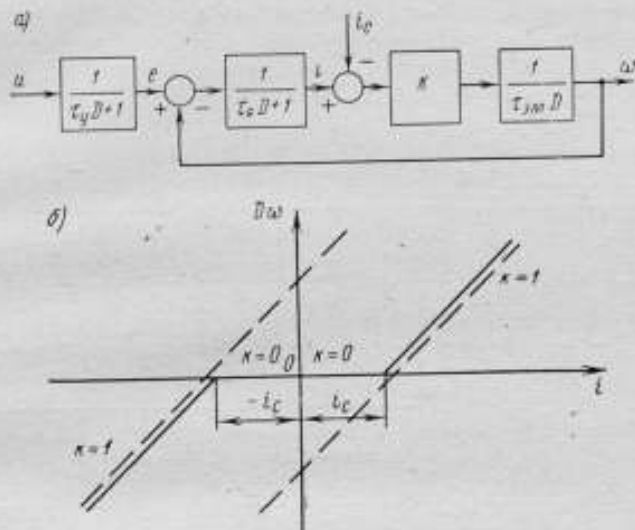


Рис. 1. Обобщенная структурная D -схема исследуемой системы (а) — $\omega = 0$; и характеристика звена K (б);
— $\omega \neq 0$

мом на рис. 1, б построена характеристика звена k , согласно которой его коэффициент передачи

$$\begin{aligned} k &= 0, \text{ если } \omega = 0 \text{ и } |i| < |i_c|; \\ k &= 1, \text{ если } \omega = 0 \text{ и } |i| \geq |i_c|; \\ k &= 1, \text{ если } \omega \neq 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Исходная D -схема электрохимической системы представляет собой схему кусочно-линейной системы с участками линейности, соответствующими участкам постоянства коэффициента k .

Составленная математическая модель пригодна для исследования динамических процессов в тех случаях, когда в качестве усилителя, питающего двигатель, использован генератор или управляемый ртутный выпрямитель, охваченный дифференцирующей обратной связью.

На основании третьего уравнения системы (1) можно заключить, что при $i_c = \text{const}$ ускорение пропорционально току якоря.

В связи с этим задача минимизации времени установления заданного ускорения может быть сформулирована как задача оптимального по быстродействию управления током якоря и сведена к расчету схемы управления током, позволяющей поддерживать его постоянным и равным заданному в течение максимально возможного времени.

Для исследования динамики кусочно-линейных систем наиболее удобен метод типовых фазовых траекторий [1], основанный на применении аппарата обобщенного преобразования Лапласа,

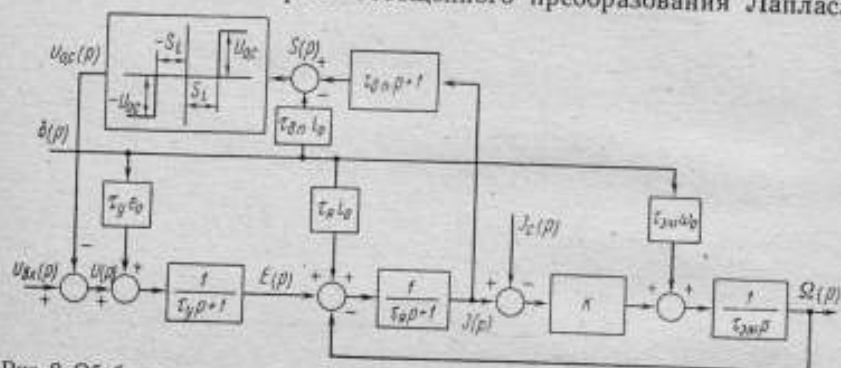


Рис. 2. Обобщенная структурная p -схема замкнутой системы постоянного углового ускорения

который позволит решить задачу управления током, т. е. не только выполнить анализ динамики, но и осуществить синтез электро-механической системы постоянного ускорения, отвечающий требованиям к его динамическим свойствам.

После выполнения обобщенного преобразования Лапласа над системой (1) получим

$$\begin{aligned} \tau_y p E(p) &= U(p) - E(p) + q_{1-}(p); \\ \tau_a p I(p) &= E(p) - I(p) - \Omega(p) + q_{2-}(p); \\ \tau_m \Omega(p) &= k [I(p) - I_c(p)] + q_{3-}(p), \end{aligned} \quad (3)$$

где полиномы предначальных условий соответственно равны $q_{1-}(p) = \tau_y i_0$; $q_{2-}(p) = \tau_a i_0$; $q_{3-}(p) = \tau_m \omega_0$. Следуя методике [1], на основании уравнений (3) построим структурную p -схему (рис. 2 без цепи обратной связи). На основании этой схемы можно получить изображение любой величины, характеризующей состояние системы, с учетом всех воздействий, рассматривая эти воздействия поочередно и независимо друг от друга.

Изображения координат

Так как задачей исследования в нашей постановке является расчет схемы управления током, то вначале получим изображение тока. Запишем передаточные функции системы по току для каж-

дого из входных сигналов в отдельности, полагая остальные сигналы равными нулю (на основании схемы рис. 2 без обратной связи по току). Передаточная функция по входу управляющего воздействия

$$W_U(p) = \frac{\tau_{зм} p}{(\tau_y p + 1) [(\tau_n p + 1) \tau_{зм} p + k]}$$

передаточная функция по δ -входу

$$W_\delta(p) = \frac{\tau_y \tau_{зм} \epsilon_0 p + \tau_n \tau_{зм} i_0 p (\tau_y p + 1) - \tau_{зм} \omega_0 (\tau_y p + 1)}{(\tau_y p + 1) [(\tau_n p + 1) \tau_{зм} p + k]}$$

передаточная функция по входу возмущающего воздействия

$$W_c(p) = \frac{k}{(\tau_n p + 1) \tau_{зм} p + k}$$

В силу справедливости для схемы рис. 2 принципа суперпозиции запишем изображение тока так:

$$I(p) = W_U(p) U(p) + W_\delta(p) \delta(p) + W_c(p) I_c(p)$$

Принимая во внимание, что $U(p) = u/p$, $\delta(p) = 1$, $I_c(p) = i_c/p$, найдем

$$\begin{aligned} I(p) &= \frac{\tau_{зм} p}{(\tau_y p + 1) [(\tau_n p + 1) \tau_{зм} p + k]} \cdot \frac{u}{p} + \\ &+ \frac{\tau_y \tau_{зм} \epsilon_0 p + \tau_n \tau_{зм} i_0 p (\tau_y p + 1) - \tau_{зм} \omega_0 (\tau_y p + 1)}{(\tau_y p + 1) [(\tau_n p + 1) \tau_{зм} p + k]} + \\ &+ \frac{k}{(\tau_n p + 1) \tau_{зм} p + k} \cdot \frac{i_c}{p} \end{aligned}$$

Полученное изображение тока должно быть представлено в виде суммы изображений выходных координат типовых элементарных звеньев при подаче на их вход единичного ступенчатого воздействия [1]. В данном случае

$$I(p) = \frac{\alpha_1 \tau_y p + \alpha_0}{\tau_y p + 1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{\beta_1 T p + \beta_0}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + k} \cdot \frac{1}{p} = I^1(p) + I^2(p), \quad (4)$$

где $T^2 = \tau_n \tau_{зм}$, $2\zeta T = T_{зм}$, а выражения для коэффициентов α_1 , α_0 , β_1 , β_0 сведены в табл. 1. Как видно из этой таблицы, в коэффициенты изображения тока входят предначальные значения напряжения усилителя ϵ_0 и скорости ω_0 , знание которых необходимо при переходе системы с одного участка постоянства параметров на другой. Поэтому необходимо найти также изображения скорости и напряжения усилителя. Выполнив преобразования, аналогичные проделанным для тока, начиная с определения пере-

данных функций для скорости по каждому из входов, на основании схемы рис. 2 получим изображение скорости

$$\Omega(p) = \frac{\alpha_1 \tau_y p + \alpha_0}{\tau_y p + 1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{\beta_1 T p + \beta_0}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + k} \cdot \frac{1}{p} = \Omega^1(p) + \Omega^2(p), \quad (5)$$

где T и ζ имеют тот же смысл, что и в (4), а выражения для коэффициентов $\alpha_1, \alpha_0, \beta_1, \beta_0$ сведены в табл. 1.

Коэффициенты изображений тока и скорости

Таблица 1

$I(p)$	$\alpha_1 = i_0$
	$\alpha_0 = \frac{i_0 (T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2) - 2\zeta T \tau_y (u - e_0)}{T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2}$
	$\beta_1 = \frac{2\zeta (e_0 - \omega_0 - i_0) (T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2) + 2\zeta T^2 (u - e_0)}{T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2}$
	$\beta_0 = k \frac{2\zeta T \tau_y (u - e_0) - (i_0 - i_c) (T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2)}{T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2}$
$\Omega(p)$	$\alpha_1 = \omega_0$
	$\alpha_0 = \frac{\omega_0 (T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2) + k \tau_y^2 (u - e_0)}{T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2}$
	$\beta_1 = k \frac{(i_0 - i_c) (T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2) - 2\zeta T \tau_y (u - e_0)}{2\zeta (T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2)}$
	$\beta_0 = k \frac{(u - i_c - \omega_0) (T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2) - k \tau_y^2 (u - e_0)}{T^2 - 2\zeta T \tau_y + k \tau_y^2}$

Изображение напряжения усилителя легко получаем из рис. 2

$$E(p) = \frac{1}{\tau_y p + 1} U(p) + \frac{\tau_y e_0}{\tau_y p + 1} \delta(p) = \frac{\alpha_1 \tau_y p + \alpha_0}{\tau_y p + 1} \cdot \frac{1}{p}, \quad (6)$$

где $\alpha_1 = e_0, \alpha_0 = u$.

Сравнивая формулы (4)–(6), находим, что изображения $\Omega^1(p), I^1(p)$ и $E(p)$ подобны и представляют собой изображения выходной координаты инерционного звена 1-го порядка. Изображения $I^2(p)$ и $\Omega^2(p)$ также подобны и при $\zeta < 1$ представляют собой изображения выходной координаты колебательного звена (при $k = 1$). Следовательно, для анализа динамики рассматриваемой системы могут быть использованы одни и те же типовые фазовые траектории инерционного звена 1-го порядка и колебательного звена.

Оптимальное управление

Для источников постоянного углового ускорения, работающих в повторно-кратковременном режиме, расчет схемы управления током сводится к расчету такой схемы ограничения, при которой заданное значение тока (a следовательно, и заданное угловое ускорение) было бы достигнуто за минимальное время без перегулирования.

Исследуемая система, как видно из (4) и (5), имеет третий порядок, поэтому, согласно теории оптимального управления [2], требуемое значение тока будет достигнуто за минимальное время не более, чем за два интервала управления, на каждом из которых управляющий сигнал u принимает предельно допустимое, но разное по знаку значение. Если оптимальное управление реализуется с помощью обратной связи, то в ее цепи должен быть использован релейный элемент, выходной сигнал которого $u_{o.c} = -2u$. На вход релейного элемента необходимо подать сигнал s , являющийся линейной функцией тока и нелинейной функцией производной от тока по времени. Характеристика соответствующего нелинейного преобразователя определяется линией переключения, которая, в свою очередь, зависит от статической составляющей тока якоря.

Однако при работе электромеханических источников постоянного углового ускорения в повторно-кратковременном режиме, когда предначальные условия всех рабочих циклов одинаковы, переключение управления u происходит в одной и той же точке кривой переключения, а сигнал s на входе релейного элемента в цепи обратной связи линейно зависит от производной тока по времени. Уравнение для сигнала s в обобщенных функциях приобретает вид

$$S = \tau_{д.п} Di + i. \quad (7)$$

Таким образом, расчет схемы управления током сводится к определению зависимости коэффициента заданной величины ограничиваемого тока для каждой заданной величины i_c .

На рис. 2 показана полная структурная p -схема исследуемой системы. Оптимальное управление по току реализуется с помощью релейной обратной связи. Изображение входного сигнала релейного элемента найдем, выполнив обобщенное преобразование Лапласа над уравнением (7)

$$S(p) = \tau_{д.п} pI(p) - \tau_{д.п} i_0 + I(p). \quad (8)$$

При этом изображения выходного сигнала релейного элемента и входного сигнала системы следующие: $U(p) = u_{o.c}/p = 2u/p$; $U_{вх}(p) = u/p$.

Расчет схемы управления током

В результате предшествующего анализа получена структурная схема (рис. 2) и изображения всех необходимых величин. В качестве базовой величины T_0 для времени возьмем электромехани-

ческую постоянную времени двигателя. Предположим, что $\tau_y = 0,2$, $\tau_x = \tau_{эм} = 1$, тогда $T = 1$; $\xi = 0,05$; $i_c = 0,05$. Пусть предначальные условия нулевые ($e_0 = i_0 = \omega_0 = 0$), а разгон двигателя начинается при $u_{вх} = +1$. Из формул (4)–(6) с учетом соотношений (2) находим, что на первом участке линейности системы, соответствующем $k = 0$

$$E(p) = \frac{a_0}{\tau_y p + 1} \cdot \frac{1}{p} = \frac{u}{\tau_y p + 1} \cdot \frac{1}{p} = \frac{1}{0,2p + 1} \cdot \frac{1}{p}; \quad (9)$$

$$\begin{aligned} I(p) &= \frac{a_0}{\tau_y p + 1} \cdot \frac{1}{p} + \frac{\beta_1 T p}{T^2 p^2 + 2\xi T p} \cdot \frac{1}{p} = \\ &= \frac{(T a_0 + \tau_y \beta_1) \frac{p}{2\xi} + \left(a_0 + \frac{\beta_1}{2\xi} \right)}{\left(\frac{T p}{2\xi} + 1 \right) (\tau_y p + 1)} \cdot \frac{1}{p} = \\ &= \frac{1}{(p + 1)(0,2p + 1)} \cdot \frac{1}{p}; \quad (10) \\ \Omega(p) &= 0. \end{aligned}$$

Как видно из формулы (9), $E(p)$ представляет собой изображение выходной координаты инерционного звена 1-го порядка. Согласно (10), на этом этапе движения системы $I(p)$ представляет

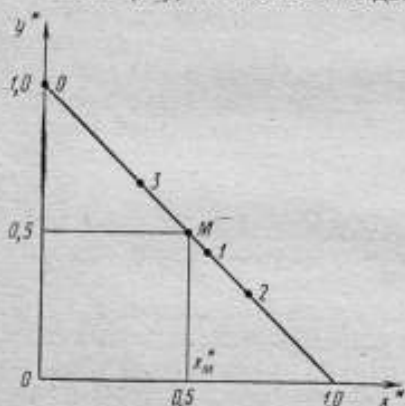


Рис. 3. Типовая фазовая траектория инерционного звена первого порядка

собой изображение выходной координаты инерционного звена 2-го порядка, у которого $T_1 = T/2\xi = 1$, $T_2 = \tau_y = 0,2$. Для инерционного звена 2-го порядка находим [1]: $\varphi^* = 33^\circ$; $e_1^* = 1,42$; $e_2^* = 2,28$; $y_{\max} = 0,3$.

Типовая фазовая траектория инерционного звена 1-го порядка приведена на рис. 3, а обозначения осей координат и масштабы по ним сведены в табл. 2. Движение изображающей точки на рассматриваемом этапе начинается в точке 0, затем она движется по фазовой траектории в системе координат $(\Delta e_1, \tau_y \Delta e_1^*)$.

Типовая фазовая траектория звена 2-го порядка, соответствующая данным параметрам, дана на рис. 4. В рассматриваемом случае удобнее пользоваться точной, а не аппроксимированной кривой, поскольку движение изображающей точки происходит на ее начальном участке. Отложив по оси Δi на рис. 4 отрезок $i_1 = i_c$, на фазовой траектории получим точку I, в которой ток якоря станет равным его статической составляющей, двигатель начнет вращаться и произойдет изменение параметров системы, связан-

ное с изменением значения коэффициента k . Найдем абсциссу x_{11} точки I в системе координат (x_1, x_2) и по формуле $\tau_1 = -T \ln(1 - x_1)$ [1] определим время изменения тока при неподвижном двигателе. Зная время, находим абсциссу точки I в системе коор-

Таблица 2

Обозначения осей координат и масштаб по ним (рис. 3)

x^*	y^*	Масштаб
Δe_1	$\tau_y \Delta e_1'$	1,0
Δe_2	$\tau_y \Delta e_2'$	0,44
$-\Delta i_{11}$	$-\tau_y \Delta i_{11}'$	-0,105
Δi_{11}	$\tau_y \Delta i_{11}'$	0,445
$\Delta \omega_{11}$	$\tau_y \Delta \omega_{11}'$	0,021
$-\Delta \omega_{11}$	$-\tau_y \Delta \omega_{11}'$	-0,09
$-\Delta e_3$	$-\tau_y \Delta e_3'$	-1,87

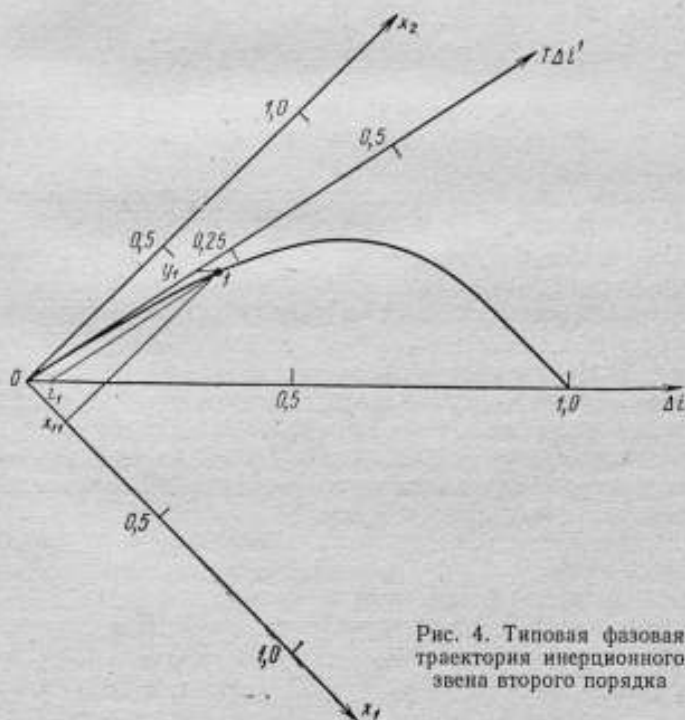


Рис. 4. Типовая фазовая траектория инерционного звена второго порядка

динат (x^*, y^*) на рис. 3. Для наглядности результаты будем переносить на фазовую плоскость в прямоугольную систему координат (i, i') , показанную на рис. 5.

Итак, предначальные условия в момент, предшествующий началу вращения двигателя, определяем по фазовым траекториям рис. 3 и 4 ($e_0 = e_1 = 0,56$; $i_0 = i_1 = 0,05$; $\omega_0 = \omega_1 = 0$). При дальнейшем движении системы изображения тока, скорости и напряжения находим из (4)–(6). Для исследования необходимо построить типовые фазовые траектории инерционного звена 1-го порядка и колебательного звена. Первая из них приведена на



Рис. 5. Фазовая плоскость i, i'

рис. 3. Для колебательного звена по заданному значению ζ находим $\varphi^* = 60^\circ$. Соответствующая типовая фазовая траектория построена на рис. 6 в координатах (x^*, y^*) .

Используя для преобразования системы координат колебательного звена методику [1] и табл. 1, получим системы координат $\Delta i_{21}, T\Delta i_{21}$ и $(\Delta \omega_{21}, T\Delta \omega_{21})$ (рис. 6) и определим масштабы по их осям.

Устанавливаем соответствие [1] между старой системой координат (x, y) и новыми $(-\Delta i_{11}, -\tau_y \Delta i_{11}, \Delta \omega_{11}, \tau_y \Delta \omega_{11})$ и $\Delta e_2, \tau_y \Delta e_2$ (рис. 3). Начала старых и новых систем на рис. 3 и 6 совмещены, а по осям отложены приращения координат.

В новых системах координат изображающая точка движется по фазовым траекториям (рис. 3 и 6) вплоть до следующего изменения структуры системы, которое произойдет, когда сработает релейный элемент в цепи обратной связи.

Поясним порядок определения значений тока и скорости в любой момент времени. Предположим, что в некоторый момент времени изображающая точка находится в точке M (рис. 3). Находим приращение напряжения усилителя $\Delta e_{1M} = 0,22$ в системе координат $\Delta e_2, \tau_y \Delta e_2$, следовательно, напряжение в этот момент $e_n = e_1 + \Delta e_{1M} = 0,56 + 0,22 = 0,77$. В системе координат $(-\Delta i_{11}, -\tau_y \Delta i_{11})$ на этом же рисунке определяем первую состав-

ляющую приращения тока $\Delta i_{1m}^1 = -0,0525$. По известной величине x_m^* находим время $\Delta t_{1m} = -\tau_y \ln(1 - x_m^*) = 0,14$, необходимое для перевода изображающей точки из точки I в точку M . По величине Δt_{1m} определим угол $\sigma_m = 0,12$ рад, соответствующий положению изображающей точки на фазовой траектории (рис. 6) в этот же момент времени. Это положение изображающей точки также обозначено буквой M . В системе координат $(\Delta i_{21}, T\Delta i_{21}')$ находим вторую составляющую приращения тока $\Delta i_{1m}^2 = 0,142$.

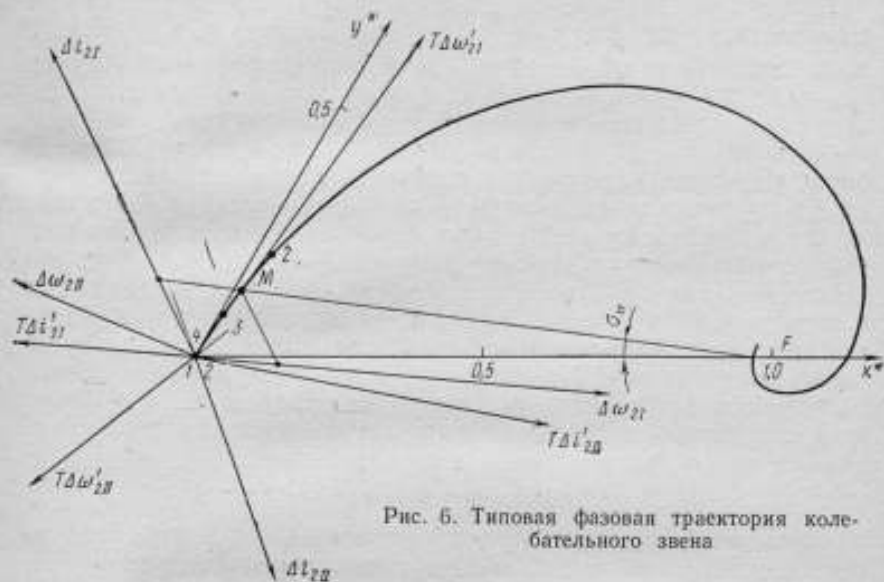


Рис. 5. Типовая фазовая траектория колебательного звена

Полное приращение тока в точке M равно $\Delta i_{1m} = \Delta i_{1m}^1 + \Delta i_{1m}^2 = -0,0525 + 0,142 = 0,09$, следовательно, значение тока в этот момент $i_m = i_1 + \Delta i_{1m} = 0,05 + 0,09 = 0,14$.

Значение скорости определяем аналогично току. Вообще при исследовании систем с помощью нескольких типовых фазовых траекторий положение изображающей точки на каждой из них в один и тот же момент времени устанавливается без труда благодаря тому, что все типовые фазовые портреты имеют дополнительную координатную ось с отметками времени; в случае колебательного звена промежутки времени определяются по углу поворота радиуса-вектора [1].

Предположим, что в точке 2 (рис. 5) сигнал s стал равен s_1 (рис. 2) и произошло включение реле в цепи обратной связи. Вследствие этого управляющее воздействие на входе усилителя скачком изменится от $u = +1$ до $u = -1$, что повлечет за собой новое изменение структуры системы. Новые значения коэффициентов изображений, как и ранее, находим на основании табл. 1 и фор-

мулы (6). Преобразовав системы координат [1], получим новые системы: $\Delta i_{111}, \tau_y \Delta i_{111}; -\Delta \omega_{111}, -\tau_y \Delta \omega_{111}; -\Delta e_3, -\tau_y \Delta e_3$ (рис. 3) и $\Delta i_{211}, T \Delta i_{211}, \Delta \omega_{211}; T \Delta \omega_{211}$ (рис. 6), в которых будет двигаться изображающая точка вплоть до очередного изменения структуры системы.

При дальнейшем разгоне двигателя после переключения реле в цепи обратной связи неизбежно наступит момент, когда производная тока по времени станет равной нулю (точка 3 на рис. 5). Выберем такое значение $\tau_{д.п.}$, при котором в точке 3 вновь будет выполняться равенство $s = s_1$. Приравняв величины s в точках 2 и 3, получим $\tau_{д.п.} i_2 + i_2 = i_3$. Для рассматриваемого случая $\tau_{д.п.} = (0,22 - 0,20) / 0,65 = 0,031$. Таким образом, найдено значение $\tau_{д.п.}$, при котором заданный ток i_3 будет достигнут за минимальное время (для данной величины i_2). Последовательно перебирая ряд точек 2, получим зависимость $\tau_{д.п.}$ от заданного тока.

На практике сигнал производной тока по времени часто снимается с обмотки дополнительных полюсов двигателя. В этом случае коэффициент $\tau_{д.п.}$ имеет физический смысл относительной постоянной времени указанной обмотки. Так как изменение ее в сколько-нибудь широких пределах затруднительно, то в реальной системе могут быть введены различные устройства для обеспечения рассчитанного значения $\tau_{д.п.}$ (включение дополнительных сопротивлений, дифференцирующих RC-цепей и т. д.) Выбор того или иного способа реализации необходимой обратной связи зависит от конкретной схемы и ее параметров.

Скользящий режим

После попадания изображающей точки в точку 3 (рис. 5) начинается скользящий режим по току, характеризуемый непрерывным переключением реле в цепи обратной связи по току и постоянным значением тока, а следовательно, и постоянной величиной углового ускорения.

На этом этапе движения $I(p) = i_3/p$. Из схемы рис. 2 находим,

$$\Omega(p) = \frac{\alpha_1 \tau_{эм} p + \alpha_0}{\tau_{эм} p} \cdot \frac{1}{p}, \quad (11)$$

где

$$\alpha_1 = \omega_0; \alpha_0 = k(i_3 - i_c);$$

$$E(p) = \frac{\alpha_1 \tau_{эм} p + \alpha_0}{\tau_{эм} p} \cdot \frac{1}{p}; \quad (12)$$

где

$$\alpha_1 = i_3 + \omega_0; \alpha_0 = k(i_3 - i_c).$$

Выражения (11) и (12) подобны и представляют собой изображения выходной координаты интегрирующего звена. Типовая фазовая траектория интегрирующего звена (рис. 7) построена в системе координат x^*, y^* . Параллельно оси x^* расположена ось времени τ . Изображающая точка движется по фазовой траектории

в системах координат $\Delta\omega_3, \tau_{ин} \Delta\omega_3$ и $\Delta e_3, \tau_{ин} \Delta e_3$. Приращение напряжения усилителя за время движения от точки 3 до 4 равно $\Delta e_{34} = e_4 - e_3 = 1 - 0,25 = 0,75$. Нанеся точку 4 на фазовую траекторию и снеся ее на ось времени τ , получим время движения в скользящем режиме $\Delta t_{34} = 4,4$, которое является максимально возможным временем поддержания заданного тока i_3 и постоянного углового ускорения, пропорционально этому току. Приращение скорости за время движения в скользящем режиме численно равно приращению напряжения усилителя $\Delta x_{34} = 0,75$.

По окончании скользящего режима реле в цепи обратной связи отключается и на последнем этапе движения системы $u = +1$. Предначальные значения координат в точке 4 следующие: $e_0 =$

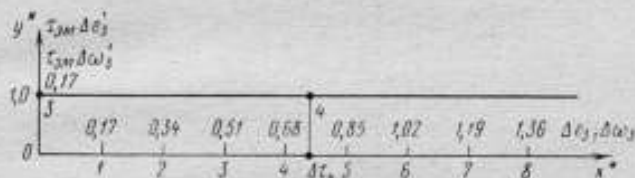


Рис. 7. Типовая фазовая траектория интегрирующего звена

$= e_4 = 1, i_0 = i_4 = 0,22; \omega_0 = \omega_4 = 0,78$. Приняв во внимание, что на последнем этапе $e = e_4 = \text{const}$, из (4) и (5) с помощью табл. 1 находим изображения

$$I(p) = \frac{i_0}{p} + \frac{\beta_1 T p + \beta_0}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + k} \cdot \frac{1}{p}; \quad (13)$$

$$\Omega(p) = \frac{\omega_0}{p} + \frac{\beta_1 T p + \beta_0}{T^2 p^2 + 2\zeta T p + k} \cdot \frac{1}{p},$$

которые подобны и, помимо изображений постоянных составляющих, содержат изображение выходной координаты колебательного звена, типовая фазовая траектория которого показана на рис. 6. Изображающая точка движется по этой траектории в преобразованных системах координат $\Delta i_{2III}, T \Delta i_{2III}$ и $\Delta \omega_{2III}, T \Delta \omega_{2III}$ (на рисунке не показаны). Результаты, полученные при исследовании движения изображающей точки по траектории рис. 6, для наглядности перенесены на фазовую плоскость i, i' рис. 5. Как видно из этого рисунка, в системе координат i, i' изображающая точка по выходе из точки 4 движется по спирали вокруг точки с координатами (0,05, 0).

Построение переходного процесса

Как следует из предыдущего анализа, время, соответствующее любому положению изображающей точки на типовой фазовой траектории, определяется по очень простым формулам, вследствие чего построение переходного процесса в изучаемой системе не

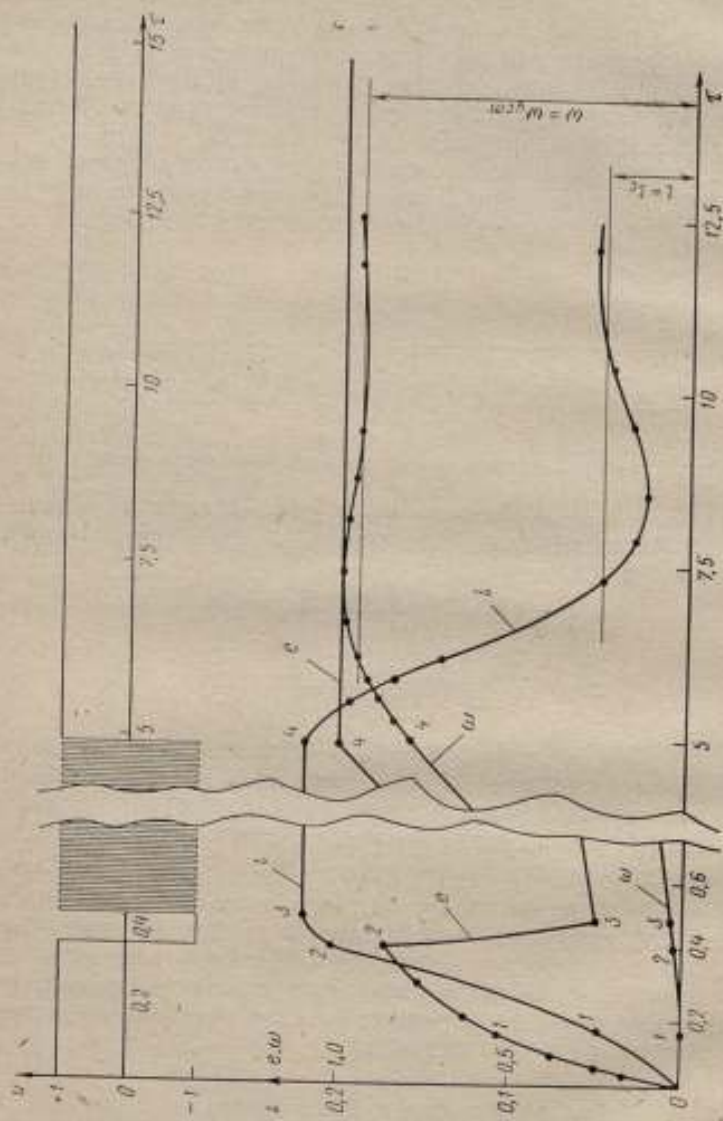


Рис. 8. Кривые переходных процессов в исследуемой системе

представляет труда. Переходные процессы, а также закон изменения во времени управляющего воздействия показаны на рис. 8. На всех кривых цифрами отмечены характерные положения изображающей точки при ее движении по фазовым траекториям. Угловое ускорение определяется по формуле

$$\varepsilon = D\omega = k(i - i_c)/\tau_{эм}$$

На участке скользящего режима, где $\varepsilon = \text{const}$, ось времени разорвана, а масштаб времени слева и справа от разрыва для наглядности различен.

Таким образом, рассчитаны параметры обратной связи, позволяющие получить минимальное время установления заданного углового ускорения и максимально возможное время его поддержания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Смоляников Л. П. Расчет нелинейных электромеханических систем. «Энергия», 1968.
2. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. «Наука», 1966.

Поступила в редакцию
7.07.1971 г.

Ю. Л. РОЗОВ, А. Е. СИНЕЛЬНИКОВ

ВНИИМ

О ВОСПРОИЗВЕДЕНИИ ПОСТОЯННЫХ ЛИНЕЙНЫХ И УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ МЕТОДОМ РАВНОУСКОРЕННО ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАТФОРМЫ

Так как время поддержания постоянства ускорения при использовании этого метода ограничено в случае линейного перемещения платформы установки величиной перемещения, а в случае углового — скоростью, то прежде всего необходимо решить, что следует понимать под постоянным ускорением. Понятие постоянной величины в измерительной технике не следует принимать как абсолютное, оно должно определяться: видом и характеристиками измеряемой величины (в случае поверки или градуировки прибора — видом и характеристиками воспроизводимой образцовым или поверочным средством величины) и характеристиками средства измерения (характеристиками поверяемого или градуируемого прибора). Не претендуя на абсолютную строгость формулировки, будем считать, что на прибор в течение некоторого промежутка времени действовало постоянное ускорение, если дополнительная погрешность, вызванная нестабильностью измеряемой величины и ограниченностью времени измерения, не превышает 30% от погрешности в «идеальном» случае, когда указанные факторы отсутствуют. Норма 30% была выбрана, исходя из критерия пренебрежимо малой погрешности [1]. (См. М. Ф. Маликов, Основы метрологии, 1949, М.).

Рассмотрим методику выбора основных характеристик образцовых и поверочных средств. При линейном движении платформы без начальной скорости (рис. 1) ее перемещение составляет

$$x = \int_0^{t_{нл}+t_{ол}+t_{кл}} [a(t) dt] dt = \int_0^{t_{нл}} [a_n(t) dt] dt + \\ + \frac{a_0^2 t_{ол}^2}{2} + \int_{t_{нл}+t_{ол}}^{t_{нл}+t_{ол}+t_{кл}} [a_k(t) dt] dt,$$

где $a(t)$ — ускорение платформы; $a_n(t)$ — ускорение на начальном (до достижения требуемого постоянного ускорения a_0 ; $a_k(t)$ — ускорение на конечном участке (участок торможения); $t_{нл}$, $t_{ол}$, $t_{кл}$ — время движения на соответствующих участках.

При ограничении перемещения платформы предельным значением x_{\max} максимальное время поддержания постоянного ускорения равно

$$t_{ол \max} = \sqrt{\frac{2}{a_0} \left(x_{\max} - \int_0^{t_{нл}} \left[\int a_n(t) dt \right] dt - \int_{t_{нл}+t_{ол}}^{t_{нл}+t_{ол}+t_{кл}} \left[\int a_k(t) dt \right] dt \right)}$$

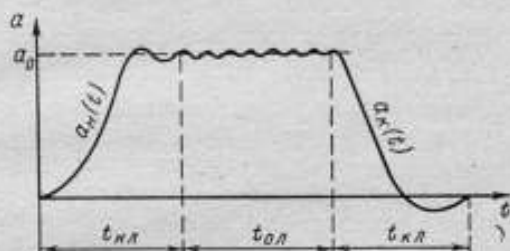


Рис. 1. График линейного движения платформы без начальной скорости

При угловом перемещении платформы ее скорость составляет

$$\omega = \int \varepsilon(t) dt = \int_0^{t_{н\omega}} \varepsilon_n(t) dt + \varepsilon_0 t_{о\omega},$$

а максимальное время поддержания постоянного ускорения $t_{о\omega \max}$ при ограничении угловой скорости ω значением ω_{\max} равно

$$t_{о\omega \max} = \frac{1}{\varepsilon_0} \left[\varepsilon_{\max} - \int_0^{t_{н\omega}} \varepsilon_n(t) dt \right],$$

где ε — угловое ускорение. Так как $a_n(t_{нл}) = a_0$ и $a_k(t_{нл} + t_{ол} + t_{кл}) = 0$, то $t_{нл} = f_{1л}(a_n, a_0)$ и $t_{кл} = f_{2л}(a_k)$. Аналогично $\varepsilon_n(t_{н\omega}) = \varepsilon_0$ и $t_{н\omega} = f_{1\omega}(\varepsilon_n, \varepsilon_0)$.

При угловом движении платформы, когда основным является ограничение угловой скорости, время движения на конечном участке принципиального значения не имеет и влияет лишь на производительность установки. Таким образом, максимальное время поддержания постоянного ускорения зависит как от вида и характеристик функций $a_n(t)$, $a_k(t)$, $\varepsilon_n(t)$, так и от значений a_0 и ε_0 . За это время в процессе поверки или градуировки прибора должны быть измерены: параметры образцового или поверочного средства, необходимые для нахождения задаваемого ускорения, и выходная величина прибора.

Однако реальное время, в течение которого возможно измерение выходной величины прибора, составляет $t_{1л\max} < t_{0л\max}$; $t_{1у\max} < t_{0у\max}$ в силу инерционных свойств прибора и зависит, с одной стороны, от вида и характеристик $a_n(t)$ и $\epsilon_n(t)$, а с другой — от параметров прибора, определяющих его динамические характеристики. Естественно, чем больше время $t_{0л\max}$ и $t_{1л\max}$ ($t_{0у\max}$ и $t_{1у\max}$), тем точнее будут произведены указанные операции. Для этого необходимо, в первую очередь, уменьшить время разгона двигателя $t_{нл}$ ($t_{ну}$), однако при этом, как правило, возрастает время установления показаний прибора (проявление его инерционных свойств). Таким образом, при разработке новых или использовании имеющихся средств поверки и градуировки для каждого типа прибора может быть найден оптимальный вид функций $a_n(t)$ и $\epsilon_n(t)$. При этом следует иметь в виду, чем точнее поверяемый прибор, тем меньше остается времени на измерение его выходного сигнала (из-за увеличения времени установления показаний) и, следовательно, тем выше погрешность измерения. И наконец, в силу технологических или конструктивных несовершенств образцового или поверочного средства, задаваемое им ускорение, кроме постоянной составляющей на (участке измерения), как правило, содержит и переменные, причем частота их обычно пропорциональна скорости перемещения платформы

$$\omega_x = \omega(t) + \sum_{i=1}^n A_i \cos i\omega(t)t; \quad \omega(t) = \epsilon_0 t.$$

Тогда

$$\epsilon = \frac{d\omega_x}{dt} = \epsilon_0 \left(1 - 2t \sum_{i=1}^n i A_i \sin i\epsilon_0 t^2 \right),$$

где A_i — амплитуда i -й составляющей ускорения.

Аналогичное выражение может быть получено и для случая линейного перемещения платформы. Как видно из последнего выражения, спектральные свойства измеряемого сигнала непостоянны во времени (за время измерения сигнала его спектр «пробегает» по оси частот все значения от 0 до $\omega_{пред}$), которое зависит от максимального времени поддержания постоянного ускорения. При прохождении измеряемого сигнала через акселерометр, который в первом приближении может быть представлен линейным динамическим звеном второго порядка, его амплитудный спектр существенно искажается в области частот, близких к резонансной и больших ее, что в свою очередь может привести к недопустимо большим погрешностям измерения. В связи с этим необходимо проанализировать влияние переменной составляющей ускорения на показания поверяемого прибора в зависимости от момента времени измерения.

Дифференциальное уравнение, описывающее работу прибора в рассматриваемом режиме, имеет вид

$$y'' + 2hy' + \omega_0^2 y = \varepsilon_0 \left(1 - 2t \sum_{i=1}^n i A_i \sin i \varepsilon_0 t^2 \right), \quad (1)$$

где h — коэффициент демпфирования; ω_0 — частота собственных колебаний.

Заметим, что решение уравнения (1) следует искать лишь при $t \ll t_{\text{ол max}}$ (или $t_{\text{су max}}$ соответственно).

Так как решить это уравнение в аналитической форме известными методами, по-видимому, невозможно, целесообразно вос-

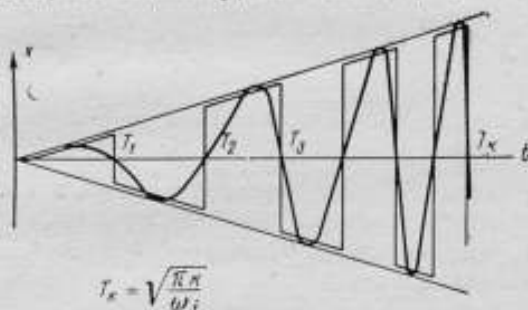


Рис. 2. Кусочно-линейная аппроксимация возмущающего воздействия

пользоваться кусочно-линейной аппроксимацией возмущающего воздействия (рис. 2), т. е. представить каждое слагаемое в правой части в виде

$$2ti\varepsilon_0 A_i \sin i\varepsilon_0 t^2 = B_i t \sin i\varepsilon_0 t^2 = B_i t \sum_j (-1)^j [1(t - T_j) - 1(t - T_{j+1})],$$

где

$$B_i = 2i\varepsilon_0 A_i; \quad T_j = \sqrt{\frac{\pi j}{\varepsilon_0 t}} \quad \text{при } t < t_{\text{ол max}}.$$

Решение же уравнения (1) с учетом (2) легко находится для каждого участка времени (T_j, T_{j+1}) , если задаться значениями $y(t_0)$ и $\dot{y}(t_0)$, а конечные значения каждого интервала $y(T_j)$ и $\dot{y}(T_j)$ полагать начальными условиями для интервала (T_{j+1}, T_{j+2}) и т. д.

Естественно, что соотношение между амплитудами постоянной и переменной составляющих выходного сигнала зависит от динамических свойств акселерометра, т. е. от коэффициентов h и ω_0 , а также от соотношения T_j и ω_0 .

Рассмотрим случай, когда основная частота переменной составляющей больше частоты собственных колебаний системы. При этом период основной гармонике

$$\begin{aligned} \Delta T_k &= T_k - T_{k-1} = \sqrt{\frac{\pi k}{\varepsilon_0 \dot{\varepsilon}}} - \sqrt{\frac{\pi(k-1)}{\varepsilon_0 \dot{\varepsilon}}} = \\ &= \sqrt{\frac{\pi k}{\varepsilon_0 \dot{\varepsilon}}} \left(1 - \sqrt{\frac{k-1}{k}}\right) \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\varepsilon_0 \dot{\varepsilon} k}} < \frac{1}{\sqrt{\omega^2 - h^2}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Очевидно, что это неравенство будет выполняться для всех $j \geq k$. Нетрудно показать, что для интервала времени (T_k, T_{k+1}) решение уравнения (1) при правой части (2) имеет вид

$$\begin{aligned} y_k(t) &= c_1 e^{-h(t-T_k)} \cos \sqrt{\omega^2 - h^2} (t - T_k) + c_2 e^{-h(t-T_k)} \times \\ &\times \sin \sqrt{\omega^2 - h^2} (t - T_k) + \frac{(-1)^k}{\omega^2} t. \end{aligned} \quad (4)$$

Так как решение (4) рассматривается лишь в интервале (T_k, T_{k+1}) , т. е. на одном «периоде», то приближенно можно принять $e^{-h(t-T_k)} \approx 1$, следовательно, выходной сигнал акселерометра можно представить в виде

$$\begin{aligned} y_k(t) &\approx c_1 \cos \sqrt{\omega^2 - h^2} (t - T_k) + \frac{(-1)^k}{\omega^2} t + \\ &+ c_2 \sin \sqrt{\omega^2 - h^2} (t - T_k). \end{aligned} \quad (5)$$

Не нарушая общности рассмотрения, будем считать, что в момент времени T_k имеем $y(T_k) = 0$ и $\dot{y}(T_k) = 0$.

Тогда

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{(-1)^{k+1} T_k}{\omega^2}; \quad c_2 = \frac{(-1)^{k+1}}{\omega^2 \sqrt{\omega^2 - h^2}}; \\ y_k(t) &\approx (-1)^{k+1} \frac{T_k}{\omega^2} \cos \sqrt{\omega^2 - h^2} (t - T_k) + \\ &+ (-1)^{k+1} \frac{T_k}{\sqrt{\omega^2 - h^2} \omega^2} \sin \sqrt{\omega^2 - h^2} (t - T_k) + (-1)^k \frac{t}{\omega^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

Наконец, учитывая неравенство (3) и разлагая в ряд выражение (6), можно получить с точностью до членов порядка малости $(\Delta T_k)^3$ окончательное соотношение

$$y_k(t) \approx (-1)^k \frac{T_k}{\omega^2} \cdot \frac{(\omega^2 - h^2)(t - T_k)^2}{2}. \quad (7)$$

Конечные значения y_k в интервале (T_k, T_{k+1})

$$y_k(T_{k+1}) = (-1)^k \frac{T_k}{\omega^2} (\omega^2 - h^2) \frac{(T_{k+1} - T_k)^2}{2};$$

$$\dot{y}(T_{k+1}) = (-1)^k \frac{T_k}{\omega^2} (\omega^2 - h^2) (T_{k+1} - T_k) \quad (8)$$

рассматриваем в качестве начальных условий для интервала времени (T_{k+1}, T_{k+2}) .

Точное решение уравнения (1) при правой части ϵ в этом интервале имеет вид

$$y_{k+1}(t) = c_1 e^{-h(t-T_{k+1})} \cos \sqrt{\omega^2 - h^2} (t - T_{k+1}) + c_2 e^{-h(t-T_{k+1})} \sin \sqrt{\omega^2 - h^2} (t - T_{k+1}) + \frac{(-1)^{k+1}}{\omega^2} t. \quad (9)$$

Рассуждая аналогичным образом, получаем

$$y_{k+1}(t) \approx (-1)^{k+1} \frac{T_{k+1}}{\omega^2} \cdot \frac{(\omega^2 - h^2)}{2} (t - T_{k+1})^2. \quad (10)$$

Очевидно, что для любого участка $(j, j+1)$ при $j > k$

$$y_j(t) \approx (-1)^j \frac{T_j}{\omega^2} \cdot \frac{(\omega^2 - h^2)}{2} (t - T_j)^2. \quad (11)$$

Учитывая, что

$$t - T_j \leq \Delta T_{j+1} \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{\epsilon_0 j}},$$

можно записать

$$y_j(t) < y_j(T_{j+1}) \approx (-1)^j \frac{T_j}{\omega^2} \cdot \frac{(\omega^2 - h^2)}{2} \times$$

$$\times \Delta T_{j+1}^2 \approx (-1)^j \frac{(\omega^2 - h^2)}{2\omega^2} \cdot \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi j}{\epsilon_0 j}} \cdot \frac{\pi}{\epsilon_0 j} =$$

$$= (-1)^j \frac{\omega^2 - h^2}{8} \cdot \frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{\epsilon_0^{\frac{3}{2}} j^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{j}}, \quad (12)$$

т. е. огибающая максимальных значений выходного сигнала убывает не медленнее, чем величина, обратная корню из времени (на рис. 3 штриховая линия).

В области низких частот, когда основная частота переменной составляющей меньше частоты собственных колебаний акселерометра, переменная составляющая практически не искажается (переходными процессами в системе можно пренебречь), а огибающая максимальных значений выходного сигнала линейно возрастает (как и на входе) во времени (на рис. 3 — левая часть).

Самой опасной является область вблизи резонансной частоты, т. е. при значениях T_k , близких $\frac{1}{\sqrt{\omega^2 - \eta^2}}$. В этом случае переменная составляющая в выходном сигнале резко возрастает и ее значение может стать недопустимо большим.

Зная характер изменения амплитуд A_i с ростом i можно для каждой области определить погрешность, вызванную влиянием переменных составляющих, и выбрать временные участки, на которых целесообразно производить измерения.

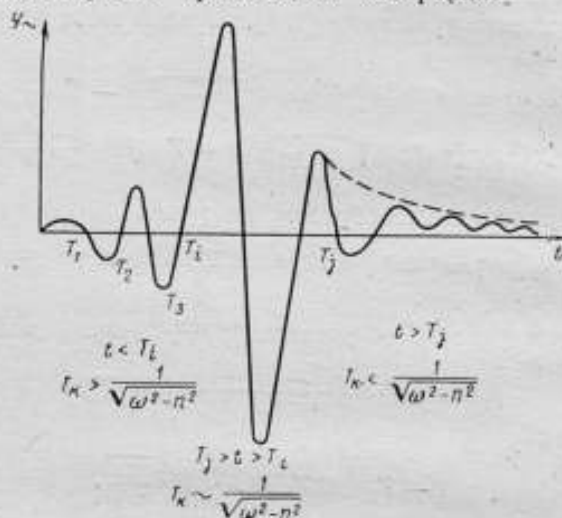


Рис. 3. Огибающая максимальных значений выходного сигнала

Таким образом, даже при общем рассмотрении вопроса о проверке акселерометров с помощью равноускоренно движущихся платформ становится очевидной невозможность однозначной оценки погрешности поверки. Последняя зависит от характеристик поворочной или образцовой установки воспроизводимого ускорения, параметров поверяемого прибора и средств измерения его выходного сигнала. Поэтому в паспорте установки должны быть приведены все рассмотренные выше характеристики, необходимые для определения погрешности конкретного прибора для заданного значения постоянного ускорения. С другой стороны, целесообразно создание установки с регулируемыми характеристиками $a_n(t)$; $a_k(t)$; $e_n(t)$, что позволит снизить до минимума погрешности поверки.

В заключение следует отметить, что аналогично может быть решен вопрос об использовании для поверки и градуировки приборов равнозамедленных платформ.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

В. А. ИВАНОВ

ВНИИМ

ДВИЖЕНИЕ ПРИВОДА ДЛЯ ГРАДУИРОВКИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Градуировка угловых акселерометров приводит к необходимости разработки и исследования приводов, задающих корпусу прибора движение с постоянным угловым ускорением. Основным элементом рассматриваемого ниже варианта привода (см. рисунок) является кулачок 1, профиль которого представляет собой виток параболической спирали $r = k_1 \sqrt{\alpha}$ (r — радиус кулачка, α — угол поворота кулачка, k_1 — коэффициент). Кулачок 1 укреплен на оси платформы, воспроизводящей угловые ускорения. Боковая поверхность его выполнена в виде специального бисерного экрана для рассеивания отраженного света. Она облучается источником когерентного излучения, в данном случае лазером 3. Поток излучения направлен к оси платформы. Излучаемый и отраженный сигналы направляются на детектор биений 4, а затем на преобразующее устройство 5 и двигатель 6 платформы. При движении платформы с постоянным угловым ускорением проекция скорости точки отражения 2 на направление излучения неизменна, что обеспечивает постоянство доплеровского сдвига частот прямого и отраженного сигналов. Управляя двигателем 6 по разности доплеровской f и заданной f_0 частот, можно обеспечить движение платформы с ускорением, близким к заданному.

Рассмотрим движение привода. Принимая во внимание профиль кулачка, а также зависимость* для доплеровской частоты f , запишем

$$f = \frac{\omega k_1 \dot{\alpha}}{c \sqrt{\alpha}},$$

где ω — круговая частота источника когерентного излучения; c — скорость света.

* В. Д. Андреев. Теория инерциальной навигации (корректируемые системы). «Наука», 1967.

При движении диска с постоянным ускорением ε_0

$$\alpha = \frac{\varepsilon_0}{2} t^2; \quad r = k_1 t \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2}}; \quad \dot{r} = k_1 \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{2}},$$

что позволяет выразить задаваемое ускорение ε_0 через параметры системы

$$\varepsilon_0 = \frac{f_0^2 c^2}{2\omega^2 k_1^2}. \quad (1)$$

Рассмотрим движение платформы, когда двигатель *б* астатический по скорости, например, синхронный. В этом случае устрой-

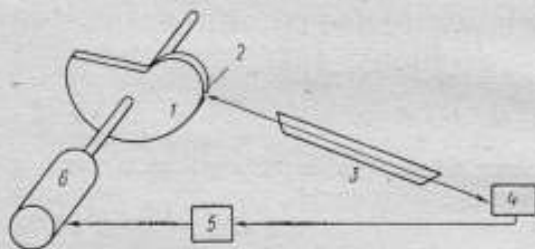


Схема привода

ство *б* осуществляет деление разности $f - f_0$ и усиление мощности полученного в результате деления сигнала, а движение платформы описывается уравнением.

$$\frac{\omega k_1 \dot{\alpha}}{c \sqrt{\alpha}} - f_0 = \frac{\dot{\alpha}}{2\pi k_2},$$

где k_2 — постоянная, определяемая коэффициентом деления и числом пар полюсов синхронного двигателя.

Для начальных условий $t = 0$, $\alpha = \alpha_0$ интеграл полученного уравнения с учетом (1) принимает вид

$$\frac{\alpha - \alpha_0}{2\pi f_0 k_2} - \frac{\sqrt{2\alpha} - \sqrt{2\alpha_0}}{\sqrt{\varepsilon_0}} + t = 0. \quad (2)$$

Теперь исследуем случай, когда ускорение, развиваемое двигателем *б*, пропорционально приложенному напряжению, а устройство *б* служит для преобразования разности частот $f - f_0$ в напряжение с последующим усилением. Здесь уравнение движения платформы принимает вид

$$\frac{\omega k_1 \dot{\alpha}}{c \sqrt{\alpha}} - f_0 = \frac{J \ddot{\alpha}}{k_3}, \quad (3)$$

где J — суммарный момент инерции относительно оси вращения платформы; k_3 — коэффициент усиления.

Первый интеграл уравнения (3) запишем в виде

$$\sqrt{\frac{2\alpha}{\varepsilon_0}} - t = \frac{J\dot{\alpha}}{f_0 k_3} + c_1. \quad (4)$$

Приняв в (4) $t + c_1 = \tau$; $\alpha = \tau^2 x$, получим уравнение с разделяющимися переменными

$$\tau \frac{dx}{d\tau} = \frac{f_0 k_3}{J \sqrt{\varepsilon_0}} \sqrt{2x} - 2x - \frac{f_0 k_3}{J},$$

интегрирование которого приводит к выражению

$$\int \frac{dx}{\frac{f_0 k_3}{J} \sqrt{\frac{2x}{\varepsilon_0}} - 2x - \frac{f_0 k_3}{J}} = \ln \frac{\tau}{V c_2}.$$

Подстановка $x = y^2$ позволяет выразить полученный интеграл через элементарные функции

$$\tau^2 \left(y^2 - \frac{f_0 k_3}{J \sqrt{2\varepsilon_0}} y + \frac{f_0 k_3}{2J} \right) \left[\frac{2J \sqrt{2\varepsilon_0} y - f_0 k_3 (1+v)}{2J \sqrt{2\varepsilon_0} y - f_0 k_3 (1-v)} \right]^{\frac{1}{v}} = c_2' \quad (\text{для } v^2 > 0)$$

и

$$\tau^2 \left(y^2 - \frac{f_0 k_3}{J \sqrt{2\varepsilon_0}} y + \frac{f_0 k_3}{2J} \right) e^{\frac{2}{iv} \operatorname{arctg} \frac{2J \sqrt{2\varepsilon_0} y - f_0 k_3}{iv f_0 k_3}} = c_2'' \quad (\text{для } -v^2 > 0),$$

где

$$v = \sqrt{1 - \frac{4J\varepsilon_0}{f_0 k_3}}; \quad i = \sqrt{-1}.$$

Принимая во внимание (4) и ранее сделанные подстановки, окончательно получим для начальных условий $\alpha = \alpha_0$, $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_0$ при $t = 0$

$$\begin{aligned} & \left[\alpha - \frac{f_0 k_3}{J \sqrt{2\varepsilon_0}} (t + c_1) \sqrt{\alpha} + \frac{f_0 k_3}{2J} (t + c_1)^2 \right] \times \\ & \times \left[\frac{2J \sqrt{2\varepsilon_0 \alpha} - f_0 k_3 (t + c_1) (1+v)}{2J \sqrt{2\varepsilon_0 \alpha} - f_0 k_3 (t + c_1) (1-v)} \right]^{\frac{1}{v}} = c_2' \quad (\text{для } v^2 > 0); \\ & \left[\alpha - \frac{f_0 k_3}{J \sqrt{2\varepsilon_0}} (t + c_1) \sqrt{\alpha} + \frac{f_0 k_3}{2J} (t + c_1)^2 \right] \times \\ & \times e^{\frac{2}{iv} \operatorname{arctg} \frac{2J \sqrt{2\varepsilon_0 \alpha} - f_0 k_3 (t + c_1)}{iv f_0 k_3 (t + c_1)}} = c_2'' \quad \text{для } (-v^2 > 0), \end{aligned}$$

где

$$c_1 = \sqrt{\frac{2\alpha_0}{\varepsilon_0}} - \frac{J\dot{\alpha}_0}{f_0 k_3};$$

$$\dot{c}_2 = \left[\alpha_0 - \frac{f_0 k_3}{J \sqrt{2\varepsilon_0}} c_1 \sqrt{\alpha_0} + \frac{f_0 k_3}{2J} c_1^2 \right] \left[\frac{2J \sqrt{2\varepsilon_0} \alpha_0 - f_0 k_3 c_1 (1 + v)}{2J \sqrt{2\varepsilon_0} \alpha_0 - f_0 k_3 c_1 (1 - v)} \right]^{\frac{1}{v}};$$

$$c_2'' = \left[\alpha_0 - \frac{f_0 k_3}{J \sqrt{2\varepsilon_0}} c_1 \sqrt{\alpha_0} + \frac{f_0 k_3}{2J} c_1^2 \right] e^{\frac{2}{iv} \operatorname{arctg} \frac{2J \sqrt{2\varepsilon_0} \alpha_0 - f_0 k_3 (t + c_1)}{iv f_0 k_3 c_1}}.$$

В заключение отметим, что изменяя профиль кулачка $r(\alpha)$, можно варьировать законы движения платформы в достаточно широких пределах. Для случая привода, астатического по скорости, точные интегралы находятся для любой однозначной зависимости $r(\alpha)$, причем, как и ранее, непосредственно получается явное выражение для функции, обратной $\alpha(t)$. Поверхность кулачка может быть выполнена зеркальной. При этом изменяется оптическая схема привода.

Поступила в редакцию
2.07.1974 г.

Г. Т. ГРИГОРЧУК, А. П. ЕГОРОВ,
О. И. КОЛЕСНИК, Г. Ф. СЕМЕНОВА

ВНИИМ

СИНХРОННЫЙ ПРИВОД В РЕЖИМАХ ЗАДАНИЯ УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ

Изменяя частоту трехфазного тока, подводимого к статору синхронного реактивного двигателя (СРД), можно регулировать скорость вращения в широких пределах. Частотный метод управления — практически единственный метод плавного регулирования скорости вращения СРД. К достоинствам его следует отнести жесткость регулировочных механических характеристик [1].

Если на СРД подать напряжение с линейным изменением частоты во времени, то при сохранении синхронного вращения ротора двигателя с частотой питающего напряжения угловая скорость ротора будет изменяться по закону

$$\omega = \varepsilon t, \quad (1)$$

где ε — заданное угловое ускорение ротора; t — время.

В этом случае погрешность воспроизведения углового ускорения ε будет однозначно определяться погрешностью задания частоты f питающего напряжения и качеством исполнительного двигателя.

Для обеспечения постоянной перегрузочной способности двигателя на всем диапазоне регулирования напряжения и частоты питания принимаем следующий закон регулирования [2]:

$$\frac{U}{U_n} = \frac{f}{f_n} = \text{const}, \quad (2)$$

где U_n — номинальное напряжение питания; f_n — номинальная частота напряжения питания.

Таким образом, двигатель управляется по жесткой, наперед заданной программе с учетом динамических возможностей привода.

Динамическая характеристика может быть получена из уравнения движения привода

$$M_c + M_{ac} - M_{ст} = J \frac{d\omega}{dt}, \quad (3)$$

где $M_{ст}$ — момент сопротивления на валу двигателя; J — момент инерции привода, приведенный к валу двигателя; M_c и M_{ac} — составляющие соответственно синхронного и асинхронного электромагнитного момента двигателя; ω — угловая скорость вращения ротора.

На макете установки была исследована система частотного управления с заданием ускорения в аналоговой форме. В качестве

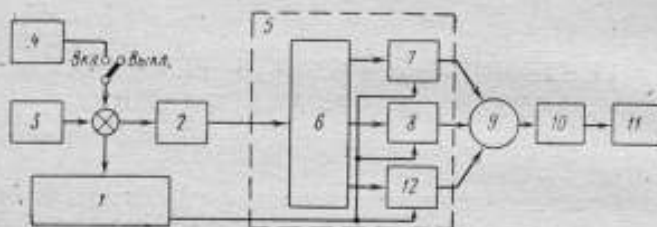


Рис. 1. Функциональная схема синхронного привода

исполнительного двигателя использовался стандартный СРД типа ДРС—150 м. Номинальный момент на валу ротора составляет 10 кГсм. Устройство управления двигателем обеспечивает постоянство его перегрузочной способности.

На рис. 1 изображена структурная схема синхронного привода. Она содержит генератор линейно-нарастающего напряжения 3, которое с помощью преобразователя аналог—частота 2 преобразуется и поступает на блок автономного преобразователя 5. Последний состоит из кольцевого коммутатора 6, сдвигающего фазу на 120 эл. град., трех однофазных инверторов 7, 8, 12 и синхронно-реактивного двигателя 9, кинематически связанного с акселерометром 10 и тахогенератором 11. Генератор 4 служит для задания переменных угловых ускорений. Все устройство питается от источника питания 1.

При задании постоянных угловых ускорений на двигатель подается напряжение линейно-изменяющейся частоты, которое определяется режимом генератора 3. Тогда угловое ускорение $\epsilon = d\omega/dt$, или

$$\epsilon = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t} = \frac{\Delta\omega}{t}, \quad (4)$$

где ω_1 и ω_2 — начальная и конечная скорость вращения двигателя соответственно; t — время нарастания частоты.

При задании переменных угловых ускорений на преобразователь аналог—частота 2 подается синусоидальное напряжение

$U = A \sin \omega t$ с генератора 4. В этом случае двигатель питается изменяющейся по синусоидальному закону частотой. Тогда угловое ускорение

$$e = (\omega_2 - \omega_1) 2\pi f = \Delta\omega 2\pi f, \quad (5)$$

где f — частота генератора 4; $\Delta\omega$ — амплитуда изменения угловой скорости двигателя.

Характеристика линейности преобразователя аналог — частота дана на рис. 2. Преобразователь имеет два рабочих диапазона.

Результаты экспериментов записывались на шлейфовом осциллографе Н-700. При исследовании привода были решены следующие задачи: выбран оптимальный режим регулирования, определена точность выполнения задания по скорости, найдено максимальное угловое ускорение, вычислена погрешность воспроизведения углового ускорения. Расчеты подтверждаются осциллограммами.

Работа привода при задании линейно-нарастающей скорости иллюстрируется осциллограммами, представленными на рис. 3, а при задании гармонических колебаний скорости — осциллограммами рис. 4. На нижней оси осциллограмм приведена прямая задания (она совпадает с нулевым уровнем осциллографа) скорости в аналогичной форме, т. е. линейно-нарастающее напряжение, снятое с выхода генератора 3. Выше ее расположена прямая изменения скорости вращения двигателя, т. е. результат выполнения задания по скорости двигателем. Сигнал снимается с тахогенератора 11 постоянного тока ИЭ-3А, сочлененного с валом исполнительного двигателя. Измерение нарастания скорости дублируется частотомером ЧЗ-12. Внизу знаками t_n и t_k отмечены времена начала и конца разгона двигателя.

На осциллограммах рис. 3, а, б, в показан линейный разгон двигателя со скорости $n_1 = 500$ об/мин до скорости $n_2 = 1300$ об/мин, т. е. $\Delta\omega = 83,5$ рад/с в интервале времени $t_k - t_n$. Масштаб времени на осциллограммах 0,1 с. Тогда $e = \Delta\omega t = 83,9 \cdot 0,7 = 120$ рад/с².

При изменении тока управления в два раза (от 5 до 10А) двигатель не выходит из синхронизма.



Рис. 2. Характеристика линейности преобразователя аналог — частота

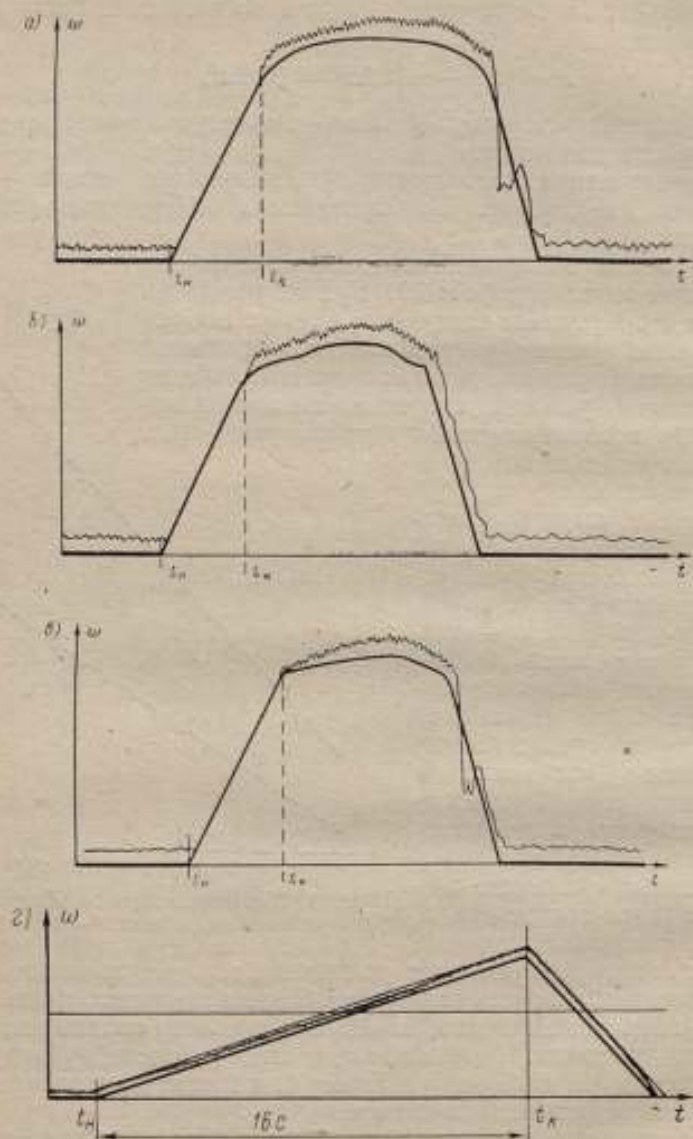


Рис. 3. Осциллограмма линейного нарастания скорости при величине тока:

а — 7,5; б — 8; в — 10; г — 7,5 А, время линейного нарастания скорости 16 с, угловое ускорение 4,7 рад/с².

Осциллограммы рис. 4 иллюстрируют невыполнение задания приводом по скорости. Эти режимы задавались искусственно, в одном случае (рис. 4, а) недостаточен ток управления $I_y = 5A$, а на осциллограмме (рис. 4, б) задаваемое ускорение значительно превышает расчетное для данного двигателя (двигатель вышел из

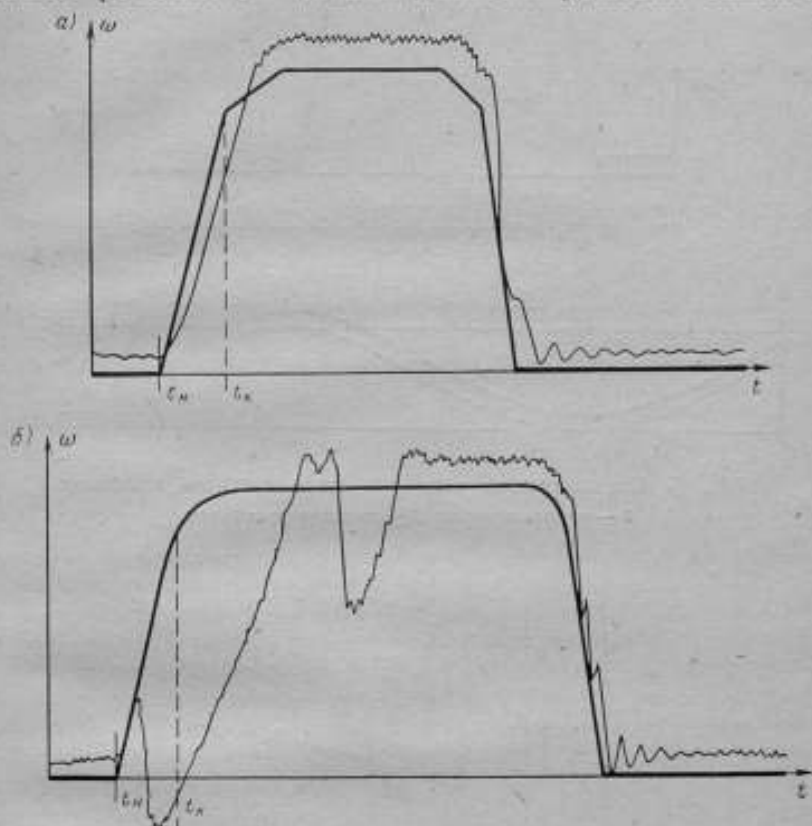


Рис. 4. Осциллограмма линейно-нарастающей скорости для случаев, когда: а — ток управления меньше расчетного; б — ускорение превышает расчетное

синхронизма). Рис. 5 иллюстрирует линейный разгон двигателя, соответствующий ускорению $\epsilon = 208,2 \text{ рад/с}^2$, а рис. 6 — работу привода в режиме задания гармонических колебаний скорости. Частота колебаний $f_1 = 0,01 \text{ Гц}$, а $f = 0,06 \text{ Гц}$, причем переключение с частоты $0,01 \text{ Гц}$ на $0,06 \text{ Гц}$ произведено ступенчато в процессе работы привода. Амплитуда колебаний скорости $\Delta\omega = 65 \text{ рад}$.

В результате экспериментов установлено, что привод устойчиво работает в режиме постоянных и переменных угловых ускорений в диапазоне $5\text{--}200 \text{ рад/с}^2$, что соответствует продолжительности процесса $20\text{--}0,5 \text{ с}$. В режиме переменных угловых уско-

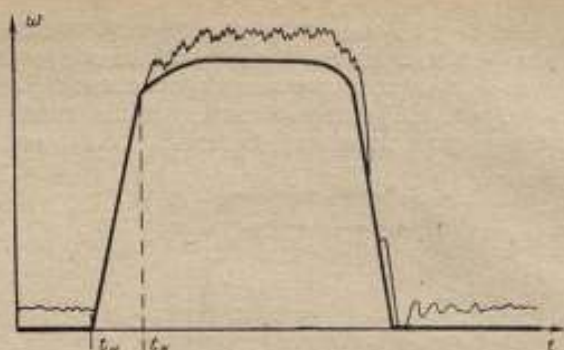


Рис. 5. Осциллограмма линейного нарастания скорости

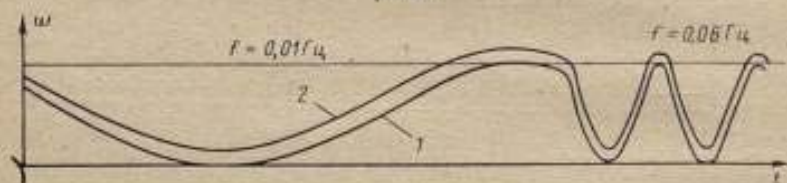


Рис. 6. Осциллограмма заданного гармонического колебания
1 — кривая задания; 2 — выполнение задания

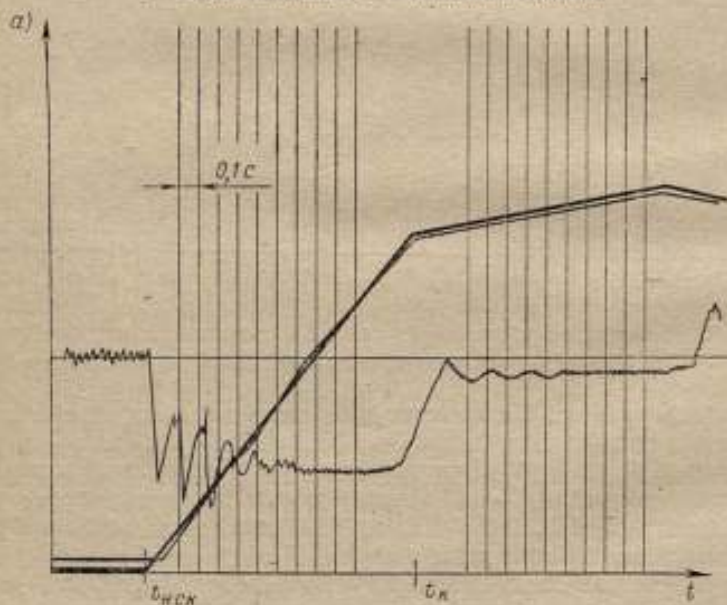


Рис. 7,а. Осциллограмма постоянного углового ускорения при 138 рад/с².

рений наиболее устойчиво он работает в диапазоне частот 0,01 — 5 Гц. Погрешность задания углового ускорения не превышает 2% от диапазона воспроизводимого ускорения. Привод позволяет исследовать акселерометры при снятии частотных характеристик, а также при градуировке в режиме постоянных и переменных угловых ускорений.

Исследование акселерометра в различных режимах на одной установке без демонтажа акселерометра исключает систематичес-

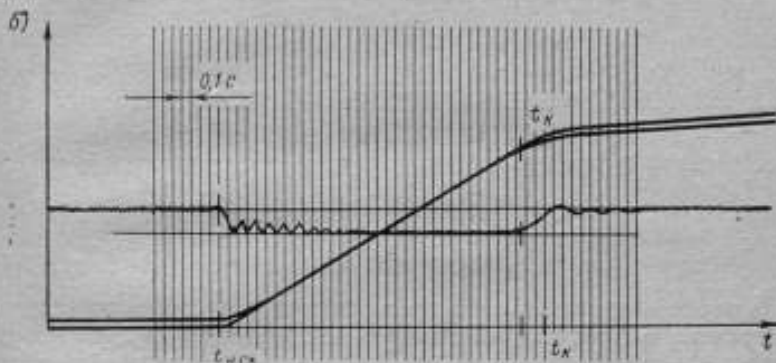


Рис. 7.6. Осциллограмма постоянного углового ускорения

кую погрешность при сравнении его статических и динамических характеристик.

На макете привода были проведены исследования низкочастотного акселерометра. Градуировка осуществлялась в режимах постоянных и переменных угловых ускорений.

На осциллограммах рис. 7 на нижней оси приведена кривая задания, на верхней записан сигнал с исследуемого акселерометра, а средняя ось — кривая скорости двигателя, т. е. выполнение задания по скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берлин Е. М., Егоров Б. А., Кулик В. Д., Скосырев И. С. Системы частотного управления синхронно-реактивными двигателями. «Энергия», 1968.
2. Постников И. М., Ралле В. В. Синхронные реактивные двигатели. Киев, «Техника», 1970.

Поступила в редакцию
7.09.1971 г.

В. А. ИВАНОВ, В. М. МЕНЧКОВ, В. П. ШУМИЛИН
ВНИИМ

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ УГЛОВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ, ЗАЩИЩЕННЫЙ ОТ ВНЕШНИХ ВИБРАЦИЙ

Оптическая схема

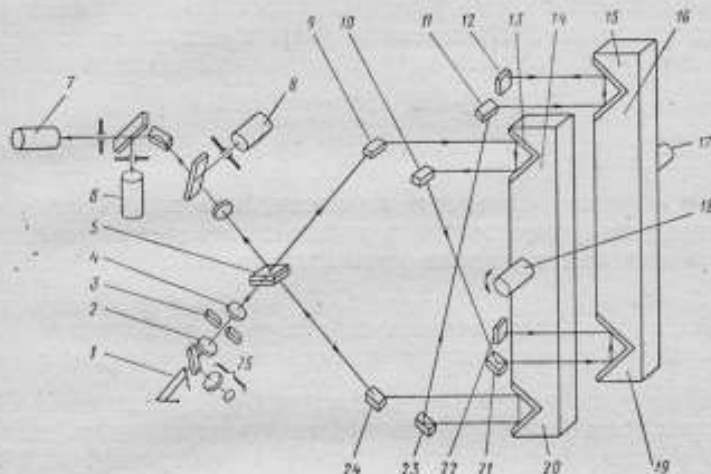
Интерферометры широко применяются для измерения линейных размеров, деформаций и вибраций по одной или двум координатам. Из известных устройств только интерферометр фирмы «Sorelet» [1], а также описанный в работе [2] предназначены для измерения угловых перемещений относительно одной из осей системы координат. Однако они не инвариантны к угловым перемещениям вокруг двух других координатных осей.

Отличительной особенностью спроектированного интерферометра [3] является наличие специальных мер для защиты от внешних вибраций. Интерферометр предназначен для измерения однокоординатных угловых смещений в диапазоне от $1''$ до $5''$. Ориентировочная погрешность измерений $\delta\varphi \approx 0,1''$.

Информация об угловом смещении воспроизводится в дискретной форме. Кроме того, по выходному сигналу можно судить о направлении движения и начале отсчета, которое соответствует симметричному расположению подвижных зеркал интерферометра относительно его неподвижной оптической системы. Принципиальная оптическая схема изображена на рисунке.

Источник света 1 через конденсор 2 освещает щель 3, находящуюся в фокальной плоскости объектива 4. Выходящий из него параллельный пучок света делится светоделительной пластинкой 5 на два пучка, которые с помощью зеркал 9 и 24 направляются на блок подвижных ортогональных диэдров 13 и 20, соединенных при помощи коромысла 14 с валом 18, угловые перемещения которого контролируются. Отразившись от отклоняющих зеркал 10, 23, 11, 21, находящихся на корпусе интерферометра, лучи направляются на диэдры 19 и 15, укрепленные на коромысле 16, вал которого 17 неподвижен и соосен с валом 18. После отражения от опорных зеркал 12 и 22 лучи возвращаются в интерферометр по перво-

начальному пути, образуя в поле зрения окуляра интерференционные полосы равной толщины. Блок зеркал 15 и 19 идентичен подвижному. Таким образом, с точки зрения воздействия внешних вибраций валы 18 и 17 находятся в одинаковых условиях и должны смещаться синфазно и на равные величины. Однако, благодаря компенсации этих смещений с помощью неподвижного блока зеркал, интерферометр оказывается практически нечувствительным к вибрации основания исследуемого объекта. Путем соответствующей



Принципиальная оптическая схема

щих геометрических построений легко показать, что при повороте коромысла 18 на угол φ образуется разность хода лучей

$$\Delta = 4l \sin \varphi, \quad (1)$$

где l — расстояние между вершинами диэдров (коэффициент «4» обусловлен двойным отражением от подвижных диэдров 13 и 20). Смещению на одну интерференционную полосу $\Delta = \lambda = 3 \cdot 10^{-7}$ м при $l = 0,18$ м соответствует угол поворота $\varphi = 0,12^\circ$.

В установке применена фотоэлектрическая регистрация смещений полос с помощью двух фотоэлектронных умножителей (ФЭУ) 6 и 7, сигналы которых смещены по фазе на $\pi/2$. Такая система позволяет определить знак смещения и отсчитывать смещение на $1/4\lambda$, что соответствует повороту оси на угол $\varphi \approx 0,03^\circ$. Применение наряду с монохроматическим белого источника света 25 и третьего ФЭУ 8 позволяет регистрировать по прохождению ахроматической полосы «нулевое» положение подвижной системы 14.

В установке применен метод реверсивного света интерференционных полос. Однако с целью исследования дестабилизирующих факторов используется также метод однонаправленного счета.

Разница в величинах углового смещения с помощью этих методов равна приращению скорости (без учета направления) за время измерения.

Погрешности измерения

Влияние расположения оси вращения коромысла

При повороте пары зеркал на угол φ относительно нулевого положения, при котором прямая l , соединяющая вершины двугранных зеркал 13 и 20 , перпендикулярна направлению падающих на нее лучей, разность хода изменяется на величину

$$\Delta = 4(AO + OB) \sin \varphi = 4l \sin \varphi, \quad (2)$$

где AO , OB — отрезки, соединяющие грани диэдров с осью вращения.

Таким образом, изменение разности хода зависит лишь от расстояния между вершинами двугранных зеркал и не зависит от расположения оси вращения относительно вершин зеркал.

Влияние поступательных перемещений и поворотов интерферометра и блока зеркал вокруг осей x и z

Одной из причин снижения точности интерференционных измерений являются вибрации, вызывающие взаимные смещения деталей прибора и приводящие к нестабильности интерференционной картины. Неподвижность зеркал интерферениометра обеспечивается жестким креплением их к массивному корпусу. Значительно сложнее избежать взаимных перемещений собственно интерферометра и объекта измерений. Эти перемещения можно разложить на шесть составляющих: поступательные перемещения по осям x , y , z и повороты вокруг осей.

Рассмотрим влияние на изменение разности хода лучей поступательных и угловых перемещений собственно интерферометра и коромысла с двугранными зеркалами. Выберем направления системы координат по осям x , y и z , параллельным соответственно: лучам, направленным на двугранные зеркала, коромыслу в начальном положении и ребрам двугранных зеркал.

Рассмотрим влияние на изменение разности хода лучей поступательных и угловых перемещений собственно интерферометра и коромысла с двугранными зеркалами. Выберем направления системы координат по осям x , y и z параллельным соответственно: лучам, направленным на двугранные зеркала, коромыслу в начальном положении и ребрам двугранных зеркал.

Поступательные перемещения как интерферометра, так и блока с двугранными зеркалами вдоль всех трех осей не влияют на устойчивость интерференционной картины, так как при этом либо не изменяется длина пути лучей в ветвях интерферометра (при перемещениях вдоль осей y , z), либо в обеих ветвях она изменяется на

одну и ту же величину (при перемещении вдоль оси x). По этой же причине прибор не чувствителен к поворотам собственно интерферометра и блока с двугранными зеркалами вокруг оси z . Не влияет на изменение разности хода и поворот интерферометра вокруг оси x , так как при этом не изменяется длина пути в ветвях интерферометра. Однако поворот блока двугранных зеркал вокруг этой же оси x может повлиять на точность измерений. Это влияние описывается формулой.

$$\begin{aligned} \Delta_x = \Delta_{x'} + \Delta_{x''} = & -8(y_{16} - y_{17}) \operatorname{tg} \varphi \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \\ & + 8 \frac{(h_{16} - h_{17})(\cos \varphi - 2)}{\cos \varphi} \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \frac{32l}{\cos^2 \varphi} \sin^4 \frac{\varphi}{2} \times \\ & \times \left(-2 \cos 2\varphi \sin^2 \frac{\varphi}{2} + 2 \sin^2 \varphi \cos \varphi + \cos 2\varphi \right) + \\ & + 8 \frac{h_8 - h_9}{\cos^2 \varphi} \sin^2 \frac{\varphi}{2} [\cos^2 \varphi + 4 \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi \cos^2 \varphi - 4 \cos 2\varphi \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \\ & + 2 \cos 2\varphi + 4 \cos \varphi \sin^2 \frac{\varphi}{2} - 2 \cos \varphi - 8 \cos 2\varphi \sin^4 \frac{\varphi}{2} + \\ & + 8 \sin \varphi \cos \varphi \operatorname{tg} \varphi \sin^2 \frac{\varphi}{2} + 4 \cos^2 \varphi \sin^2 \frac{\varphi}{2}] + \\ & + \left(\frac{18(y_8 - y_9)}{\cos^2 \varphi} \cos^2 \varphi \operatorname{tg} \varphi \sin^2 \frac{\varphi}{2} - 4 \cos 2\varphi \sin^2 \frac{\varphi}{2} + \right. \\ & \left. + 2 \cos^2 \varphi \sin \varphi \operatorname{tg} \varphi - 2 \cos 2\varphi \right) \sin \varphi \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad (3) \end{aligned}$$

где $(y_8 - y_9)$ и $(y_{16} - y_{17})$ — разности координат точек падения лучей на зеркала 13, 20, 15 и 19; $(h_8 - h_9)$ и $(h_{16} - h_{17})$ — разности отрезков лучей, заключенных между ребрами этих зеркал.

Анализ (3) показывает, что величина Δx пренебрежимо мала.

Влияние поворотов прибора вокруг оси y

Интерферометр, выполненный по данной схеме, не чувствителен к вибрациям, вызывающим одновременные и равные по величине и направлению угловые смещения блока зеркал или собственно интерферометра вокруг оси y . Это объясняется следующим. Изменение разности хода до линии, перпендикулярной направлению лучей, отраженных от первой пары зеркал 23 и 20, определяется формулой $\Delta'y = 4l\varphi$. Поворот пар зеркал 10, 21 и 13, 11 не приводит к изменению разности хода в ветвях интерферометра. Смещения этих зеркал вызывают равные изменения длины лучей в обеих ветвях интерферометра. Разность хода, возникающая после отражения лучей от двугранных зеркал 15 и 19 и опорных зеркал 22 и 12, вычисляется аналогично. Таким образом, измене-

ние разности хода вследствие поворота интерферометра вокруг оси y составит

$$\Delta y = \Delta' y + \Delta'' y = 4l\varphi - 4l\varphi = 0. \quad (4)$$

Влияние погрешности определения расстояния между вершинами диэдров

Исследуем зависимость $\Delta = 4l \sin \varphi$. После дифференцирования уравнения $\sin \varphi = \Delta/4l$ получим

$$\alpha\varphi = \frac{\Delta dl}{4l^2 \cos \varphi} = \frac{\sin \varphi dl}{l \cos \varphi}.$$

Расстояние между вершинами dl может быть определено с погрешностью $\delta l \leq 0,005$ мм. Для угла поворота $\varphi = 1^\circ$ и $l = 18$ мм погрешность определения φ составляет $\delta\varphi \approx 0,1''$.

Влияние погрешности определения длины световой волны

Погрешности измерения угла $\delta\varphi$ и длины волны $\delta\lambda$ связаны зависимостью

$$\delta\varphi = \frac{\sin \varphi \delta\lambda}{\lambda \cos \varphi}. \quad (5)$$

При

$$\delta\lambda = 10^{-8} \text{ м}, \lambda = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \varphi = 1^\circ, \delta\varphi \approx 0,06.$$

Влияние начальных условий

Точность измерения угла поворота зависит от погрешности определения начального углового положения блока двугранных зеркал. Допустим, что в начальном положении блок зеркал отклонен на угол φ_0 относительно нулевого положения. При повороте вала на угол φ изменение разности хода в ветвях интерферометра описывается равенством

$$\Delta_{\varphi_0} = 4l [\sin(\varphi + \varphi_0) - \sin \varphi_0],$$

поэтому погрешность, вызванная начальными условиями, определяется разностью

$$\Delta_{\varphi_0} - \Delta_{\varphi}, \quad (6)$$

где $\Delta_{\varphi} = 4l \sin \varphi$. При $\varphi_0 = 30''$, $l = 0,18$ м, $\varphi = 1^\circ$, $\Delta_{\varphi} = 0,04''$.

Влияние непараллельности лучей интерферометра

Рассмотрим влияние непараллельности лучей первой и второй ветви, направленных на двугранные зеркала. Если лучи наклонены друг к другу на угол α , то это равноценно тому, что в одной

из ветвей начальный угол равен α . При этом разность хода составит

$$\Delta = 2l \sin \varphi + 2l [\sin (\varphi + \alpha)] - \sin \varphi = 4l \sin \varphi, \quad (7)$$

где φ — истинный угол поворота; φ_1 — его измеренное значение. Сопоставление (6) и (7) показывает, что величины $\Delta\varphi$ в обоих случаях одного порядка.

Влияние взаимной ориентации диэдров

Поворот двугранного зеркала вокруг его ребра не отражается на точности измерения угла φ . Разность длин отрезков лучей, отразившихся от зеркала до и после поворота на угол φ , составляет

$$\Delta\beta = \frac{2h(\cos \beta - \sin \beta)}{\cos \beta + \sin \beta} + \frac{2h(\cos \beta - \sin \beta)^2}{(\cos \beta - \sin \beta)(\cos \beta + \sin \beta)} \approx 0. \quad (8)$$

Поворот зеркала вокруг осей z и x также влияет на точность измерения угла, так как от этого зависит расстояние между вершинами зеркал. Если одно из зеркал повернуто вокруг оси x на угол α , то разница между длинами ребер диэдров при $a = 10$ мм и $\Delta\alpha_1 = 1'$ равна $\Delta a = 0,003$ мм. Тогда, согласно (4), погрешность измерения угла φ составит $\delta\varphi \approx 0,05''$. Если зеркало повернуть вокруг оси z , то вершина его у конца ребра сместится на величину $\Delta\alpha = \alpha \sin \varphi$, а это приводит к изменению расстояния между точками ребер зеркал $\Delta a_2 = \sqrt{\Delta\alpha_1^2 - \Delta\alpha^2 - \Delta\alpha_2^2}$. При $\alpha = 1'$ этой величиной можно пренебречь. Также пренебрежимо мало влияние поворота зеркала относительно других его ребер на начальный угол γ , который определяется из равенства $\operatorname{tg} \gamma = \Delta a/l$.

При значениях $\alpha = 1'$, $a = 10$ мм и $\gamma = 3''$ погрешность измерения угла γ составляет $\delta\varphi \approx 0,0004''$.

Влияние неортогональности диэдров

Оценим влияние погрешности изготовления диэдров. Допустим, что угол между гранями диэдров отличается от $\pi/2$ на величину β . Если пренебречь членами с множителями $\sin^2 \varphi$ и $\sin^3 \varphi$, получим

$$\Delta \approx l \sin \varphi - \frac{2h \sin \varphi}{\cos \beta - \sin (2\varphi - \beta)} + \frac{2h \sin \beta}{\cos \beta - \sin \beta}. \quad (9)$$

При $l = 190$ мм, $h = 10$ мм, $\beta = 10''$ и $\varphi = 1''$ погрешность измерения угла составляет $\delta\varphi \approx 0,03''$.

Влияние температурных деформаций

Колебания температуры окружающей среды могут вызвать изменение расстояния между ребрами двугранных зеркал

$$\Delta l = \alpha_t \Delta T l,$$

где ΔT — изменение температуры; α_l — коэффициент линейного расширения материала коромысла. При $\Delta T = 1^\circ$, $l = 0,18$ м, $\alpha_l = 0,0009$ 1/град (для инвара) $\Delta l = 1,6 \cdot 10^{-6}$ м. Погрешности измерения φ при этих условиях составляют $\delta\varphi \approx 0,025''$.

Влияние изменения показателя преломления

Точность измерения угла φ зависит также от изменения показателя преломления воздуха, вызванного изменением температуры ΔT , давления Δp и влажности ΔB . При условиях, близких к нормальным, это требует введения поправки на изменение разности хода Δ , равной

$$\sigma = (0,36\Delta p + 0,93\Delta T - 0,05\Delta B) \Delta \cdot 10^{-6}$$

При $\Delta p = 20$ мм рт. ст., $\Delta T = 1^\circ$ и $\Delta B = 10\%$ значение поправки не превышает $\sigma = 9 \cdot 10^{-6}$. При $\varphi = 1^\circ$ погрешность измерения составляет $\delta\varphi = 9 \cdot 10^{-6} \cdot 0,0174 \approx 0,04''$.

Влияние неплоскостности и микронеровностей зеркала

При неплоскостности зеркал, равной $0,02\lambda$ на длине 20 мм, разность хода изменяется на величину $\Delta = 0,64\lambda$, что соответствует погрешности измерения угла $\delta\varphi \approx 0,08''$.

Однако вследствие наличия большого числа зеркал в установке происходит усреднение изменения разности хода, поэтому можно допустить, что $\delta\varphi$ не превысит $0,05''$.

Выводы

1. Интерферометр позволяет измерять только угловое движение объекта по координате φ , оставаясь практически нечувствительным к поступательным и угловым перемещениям по координатам ψ и θ (вращение вокруг осей x и z).

2. Интерферометр отсчитывает угловое смещение в дискретной форме от равновесного положения блока зеркал, определяя также направление смещения.

3. Регистрируемый сигнал практически пропорционален φ (при $\varphi = 1^\circ$ влияние нелинейности составляет $\delta\varphi = \frac{\varphi - \sin \varphi}{\varphi} \approx 0,2\%$).

4. На погрешность измерения угла φ влияют: повороты вокруг оси x , точность длины коромысла и длины волны источника света, начальное положение коромысла, непараллельность лучей света, направленных на коромысло, взаимная ориентация диэдров, неортогональность диэдров, температурный градиент, рефракция света, неплоскостность зеркал. Все эти факторы приводят к сред-

ней квадратической погрешности измерения угла φ , не превышаю-
для $\varphi = 1^\circ$ значения

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n s_i^2}}{n-1} \approx 0,125''.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Revul d'optique, 1968, № 5—6.
2. Голубкова В. П., Коронкевич В. П. Лазерный интерферометр для определения положения объектов. «Измерительная техника», 1968, № 4.
3. Шумилин В. П., Хейфец М. М. Интерференционная система. Авт. свид. № 326443. «Бюлл. изобр.», 1972, № 4

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

МАГНИТОРЕЗОНАНСНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ УГЛА НА ТОНКОЙ МАГНИТНОЙ ПЛЕНКЕ

Измерение угловых параметров движения тел или отдельных их частей в большинстве случаев требует наличия преобразователя угла (ПУ), обладающего высокой чувствительностью. Из известных способов измерения угловых перемещений наиболее чувствительным считается оптический. Автором сделана попытка проанализировать возможность построения высокочувствительного ПУ с использованием ферромагнитного резонанса (ФМР) в тонких магнитных пленках (ТМП).

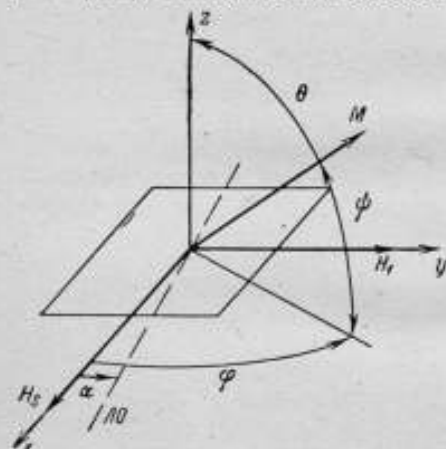


Рис. 1. Схема расположения тонкой магнитной пленки

Так как ферромагнетизм обусловлен электронными спинами, то для описания ФМР в тонких магнитных пленках используются представления, обычные для электронного или ядерного резонанса. В связи с анизотропией магнитных свойств пленки характеристики ФМР сильно зависят от ориентации его во внешнем магнитном поле. Это связано с тем, что пленка имеет преимущественную (энергетически выгодную) ось намагничивания.

Феноменологическая теория ФМР основывается на общепринятом способе описания движения намагниченности ТМП уравнением Ландау—Лифшица. В рамках постулатов этой теории [1] автором проанализирована зависимость резонансной частоты от угла поворота ТМП в магнитном поле, вектор напряженности ко-

того лежит в плоскости пленки. Пусть ТМП расположена так, как показано на рис. 1. Постоянное (или медленно изменяющееся) внешнее H_S и высокочастотное H_{\perp} поля действуют в плоскости пленки oxy , а легкая ось ($ЛО$) составляет угол α с направлением H_S .

Положение вектора намагниченности M характеризуется углами φ и ψ , при этом угол ψ мал в силу размагничивающего фактора. Тогда сигнал ФМР будет определяться видом зависимости $d\varphi/dt$. В предположении, что ТМП представляет собой однодоменную структуру с однородным намагничиванием, поведение M может быть описано обычными уравнениями магнитного резонанса

$$M = \gamma \tau - \frac{\lambda}{M^2} [M\tau], \quad (1)$$

где γ — гиромантическое отношение; τ — вращающий момент; λ — коэффициент затухания, а затухание вписано в форме Ландау—Лифшица.

Свободная энергия спиновой системы с одноосной анизотропией для данного случая определяется выражением

$$E = K_1 \sin^2(\varphi - \alpha) - H_S M \cos \psi \cos \varphi - H_{\perp} M \cos \psi \sin \varphi + \frac{1}{2} (4\pi M)^2 \sin \psi, \quad (2)$$

где K_1 — первая константа анизотропии.

Отсюда по известным правилам ($\tau = -[\tau \nabla E]$) можно найти вращающий момент. Из (1) можно получить выражение для φ , решение которого представимо в форме $\varphi = \varphi_p + \delta$, где равновесное значение φ_p определяется из условия минимума свободной энергии

$$\frac{\partial E}{\partial \varphi} = 0, \quad (3)$$

а δ — мало. При этом сигнал ФМР обусловлен величиной $d\varphi/dt = d\delta/dt$. Решение для δ получено, например, в [1]

$$\delta = \frac{H_{\perp} M \cos \varphi_p \gamma^2}{i\omega\lambda} \cdot \frac{e^{i\omega t}}{1 + i \left(\frac{\omega_0}{4\pi\lambda} \right) \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}, \quad (4)$$

где резонансная частота описывается выражением

$$\omega_0 = \gamma \sqrt{4\pi M [H_S \cos \varphi_p + H_K \cos 2(\alpha - \varphi_p)]}; \quad H_K = \frac{2K_1}{M}. \quad (5)$$

Таким образом, совместно рассматривая (3) и (5), можно найти зависимость резонансной частоты от ориентации ТМП. Как следует из (5), ФМР может наблюдаться на экстремально низких частотах. Оценим крутизну характеристики преобразователя. Рассмотрим случай перпендикулярности легкой оси внешнему полю, т. е.

$\alpha = \pi/2$. Вычисляя из (2) $dF/d\varphi$ и учитывая малость H_{\perp}/H_x и угла φ , запишем системы (3) и (5) в виде

$$\begin{aligned} K_1 \sin 2(\varphi_p - \alpha) + H_x M \sin \varphi_p &= 0; \\ \omega_0 &= \gamma (4\pi M H_k)^{\frac{1}{2}} [h_x \cos \varphi_p + \cos 2(\alpha - \varphi_p)]^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$H_0/H_k = h_x.$$

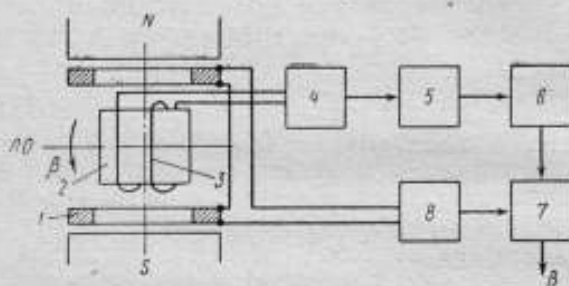


Рис. 2. Блок-схема радиоспектрометра:

1 — модуляционная катушка, 2 — тонкая магнитная пленка; 3 — катушка ВЧ-генератора; 4 — ВЧ-генератор; 5 — детектор; 6 — усилитель низкой частоты; 7 — синхронный детектор; 8 — генератор частоты модуляции

Для случая измерения малых углов при условии $\alpha = \frac{\pi}{2} + \beta$ (β — малое отклонение ТМП от первоначального направления) система (6) примет вид

$$\begin{aligned} 2\beta \cos \varphi_p - \sin 2\varphi_p + h_x \sin \varphi_p &= 0; \\ \omega_0 &= \gamma (4\pi M)^{\frac{1}{2}} [(h_x \cos \varphi_p - \cos 2\varphi_p) - 2\beta \sin 2\varphi_p]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Исходя из первого уравнения можно принять, что φ_p не зависит от β ввиду малости β . Тогда

$$\frac{\partial \omega_0}{\partial \beta} = \gamma (4\pi M H_k)^{\frac{1}{2}} \frac{2 \sin 2\varphi_p}{V (h_x \cos \varphi_p - \cos 2\varphi_p) - 2\beta \sin 2\varphi_p}. \quad (8)$$

Экстремально низкие частоты (радиодиапазон) ФМР имеют место при внешних полях H_x , сравнимых с полем анизотропии H_k . При $H_x \rightarrow H_k$ $\varphi_p \rightarrow 0$. Для типичных пермаллоевых пленок $H_k \approx 5$ эрстед, намагниченность насыщения $M = 10^2 + 10^3$ гс, $\gamma = 10^7$ рад·с⁻¹гс⁻¹. Тогда при повороте пленки на β рад резонансная частота изменится на $\Delta\omega \approx 10^8 \beta$ Гц. Таким образом, как видно из теории, можно получить высокую чувствительность, причем резонанс может быть возбужден на экстремально низких частотах.

Обычно эксперименты по ФМР в тонких пленках проводятся в достаточно сильных полях, так что рабочая частота находится в области СВЧ. Хасти [2] экспериментально подтвердил возможность наблюдения ФМР на низких частотах (радиодиапазон).

Для поиска резонанса на радиочастотах были изготовлены схемы, типичные для радиоспектрометров (рис. 2). На частотах в диапазоне 1—10 МГц удалось получить интенсивный устойчивый сигнал резонансного поглощения, мало критичный к однородности внешнего поля. Это дало возможность значительно уменьшить габариты магнитной системы и использовать пленку малых размеров.

Ввиду того, что релаксационные процессы намагничивания пленки происходят за 10^{-8} с, поля, изменяющиеся со звуковой частотой, можно считать квазипостоянными.

Поэтому магнитная система состояла только из модуляционных катушек, намотанных на немагнитный сердечник, представляющий собой неподвижную часть макета. Таким образом, постоянное поле отсутствовало, что упростило конструкцию преобразователя. Подвижной частью служил

валик, приводимый во вращение с помощью часового редуктора. На валике укреплялся чувствительный элемент, представляющий собой катушку радиочастотного генератора, намотанную на стеклянную подложку с напыленной тонкой пленкой пермаллоя. Сигнал ФМР преобразовывался в постоянный ток в соответствии с блок-схемой и одновременно наблюдался на осциллографе. Характерная зависимость выходного тока от угла поворота валика представлена на рис. 3. Магнитная система питалась током 70 мА на частоте 130 Гц от звукового генератора. Рабочая частота резонанса составляла 7,9 МГц. Опорное напряжение на синхронном детекторе составляло 1,5 В. Для каждого значения угла поворота фиксировалось пять точек в течение двух часов. Чувствительность преобразователя по порядку величины оказалась равной одной угловой минуте. Зона линейности составила 3 град.

В заключение следует заметить, что габариты, форма элементов и электрические режимы выбирались достаточно произвольно и, по-видимому, не являются оптимальными. Полученные результаты показывают возможность практического использования ФМР

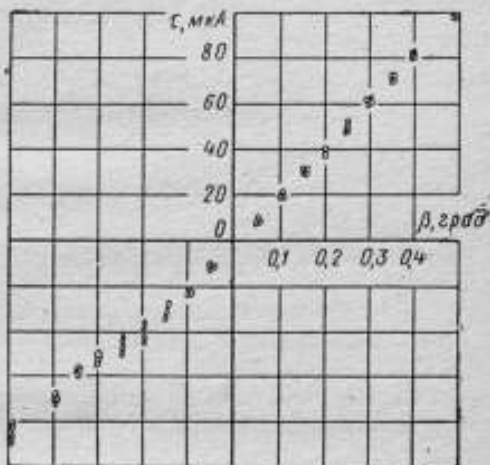


Рис. 3. Зависимость выходного тока от угла поворота валика

для измерения относительных угловых перемещений. Оптимальный подбор рабочих параметров и использование высококачественной (в смысле однодоменности) пленки позволят увеличить чувствительность до долей секунды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Суху Р. Тонкие магнитные пленки. «Мир», 1967.
2. Hasty T. E., Penn T. C. «IEEE Trans. Commun. and Electron.» 1964, № 74, p. 558—661.

Поступила в редакцию
6.10.1971 г.

А. И. МАЛЫШЕВ, Ю. Б. САДОМОВ, А. П. ШЕВЯКОВ

ГСКТБ и ОЗ по проектированию счетных машин

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ВОЛНОВЫХ ПЕРЕДАЧ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В СИСТЕМАХ ИЗМЕРЕНИЯ УСКОРЕНИЙ

Использование обычных зубчатых передач в системах измерения ускорений затрудняет получение необходимой точности. Перспективными в этом смысле являются волновые передачи (ВП). Точностные характеристики и плавность вращения выходного вала ВП значительно выше, чем в обычных передачах, ввиду многопарности и нескольких зон зацепления. При многопарном зацеплении и использовании симметричных зон погрешности изготовления отдельных зубьев усредняются и суммарная кинематическая погрешность значительно снижается.

Однако погрешности ВП и методы их аналитического представления исследованы явно недостаточно, что не позволяет с необходимой достоверностью производить их учет и компенсацию. В связи с этим авторы предлагают методику аналитического представления и учета погрешностей ВП, полученных при их испытаниях в условиях, близких к реальным.

Одной из основных задач обработки экспериментальных данных является определение детерминированной части погрешности ВП. Статистические методы [1] позволяют оценить ее как математическое ожидание погрешности ВП в функции угла поворота выходного вала.

Для учета случайной составляющей погрешности необходимо представить ее в аналитической форме, что также связано с применением статистических методов. Наконец, анализируя результаты экспериментальных исследований ВП, весьма важно оценить влияние случайного характера ее погрешности на характеристики всей системы, звеном которой является ВП. Получение такой оценки возможно только с помощью статистических методов, которым соответствуют наиболее общие критерии оценки характеристик систем.

Результаты измерения погрешности ВП могут быть представлены в виде двух кривых (для прямого и обратного ходов). Каждая

кривая содержит l циклов в соответствии с передаточным отношением исследуемой ВП. Длительность одного цикла α_n составит $360^\circ/n$. В свою очередь, каждые m циклов образуют участок, определяемый постоянством дисперсии погрешности ВП.

Для обеспечения требуемой статистической достоверности результатов обработки необходимо рассмотрение l кривых, соответствующих l устройствам одного типа.

Для определения зависимости математического ожидания погрешности ВП рассмотрим на всех участках совместно ml циклов, полученных наложением l кривых и m циклов каждого участка.

После такого наложения рассмотрим s сечений через каждые Δ углов поворота α выходного вала. Для всех сечений найдем оценки математических ожиданий ординат кривой погрешности

$$\overline{\Delta\alpha_{(i)}} = \frac{1}{ml} \sum_{p=1}^{ml} \Delta\alpha_{(i)p}^{(j)}, \quad (1)$$

где j — номер участка ($j = 1, \dots, q$), $q = \frac{n}{m}$; i — номер сечения ($i = 1, \dots, s$); p — номер ординаты в сечении.

Найденные значения математических ожиданий $\overline{\Delta\alpha_{(i)}}^{(j)}$ в совокупности представляют статистическую оценку детерминированной части погрешности ВП в функции угла поворота выходного вала. Вид этой функции в пределах каждого участка будет периодически повторяться от цикла к циклу.

Далее произведем корреляционный анализ погрешности ВП, для чего в каждом сечении j -го участка определим дисперсию

$$\sigma_{\Delta\alpha_{(i)}}^2 = \frac{1}{ml-1} \sum_{p=1}^{ml} (\Delta\alpha_{(i)p}^{(j)} - \overline{\Delta\alpha_{(i)}}^{(j)})^2, \quad (2)$$

Среднее значение дисперсии на j -м участке оценим по формуле

$$\overline{\sigma_{\Delta\alpha}^2} = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \sigma_{\Delta\alpha_{(i)}}^2. \quad (3)$$

Значения радиуса корреляции между сечениями для каждого участка могут быть определены в соответствии с [2].

Для аналитического представления детерминированной и случайной составляющих погрешности ВП целесообразно использовать разложения в ряд Фурье.

Для выявления основных составляющих детерминированной части погрешности ВП представим ее на каждом участке в виде

$$\overline{\Delta\alpha}^{(j)} \approx \frac{1}{2} a_0^{(j)} + \sum_{k=1}^n (a_k^{(j)} \cos k\omega_0\alpha + b_k^{(j)} \sin k\omega_0\alpha), \quad (4)$$

где $\omega_0 = \frac{2\pi}{\alpha_n}$; α — угол поворота выходного вала; $\frac{1}{2} a_0^{(j)}$ — постоянная составляющая погрешности на j -м участке; $a_k^{(j)}$ и $b_k^{(j)}$ —

амплитуды соответствующих гармонических составляющих погрешности.

Амплитуды $a_k^{(j)}$ и $b_k^{(j)}$ оценим по формулам

$$a_k^{(j)} = \frac{2\Delta}{a_n} \sum_{i=1}^n \overline{\Delta\alpha_{(i)}^{(j)}} \cos k\omega_0\alpha_i; \quad (5)$$

$$b_k^{(j)} = \frac{2\Delta}{a_n} \sum_{i=1}^n \overline{\Delta\alpha_{(i)}^{(j)}} \sin k\omega_0\alpha_i, \quad (6)$$

где $k = 1, \dots, n$.

При расчете достаточно ограничиться $n = 5$.

Между кривыми погрешности прямого и обратного ходов обычно имеет место некоторый сдвиг, определяемый как погрешность мертвого хода. С целью определения указанного сдвига следует для обратного хода найти также кривую математических ожиданий погрешности ВП по методике, описанной выше для прямого хода.

Оценив постоянные составляющие погрешности ВП для прямого и обратного ходов, найдем выражение для погрешности мертвого хода

$$\Delta_{м. х} = \left[\left(\frac{a_0}{2} \right)_{пр} - \left(\frac{a_0}{2} \right)_{обр} \right]. \quad (7)$$

В таблице представлены вычисленные для одного из участков экспериментальной кривой значения математических ожиданий погрешности ВП. Эти значения от цикла к циклу в пределах участка периодически повторяются. Число сечений в цикле выбрано равным 18.

Номер сечения (i)	$\overline{\Delta\alpha_{(i)}^{(j)}}$, угл. сек.	Номер сечения (i)	$\overline{\Delta\alpha_{(i)}^{(j)}}$, угл. сек.
1	17	10	53
2	6	11	16
3	12	12	11
4	4	13	20
5	28	14	-4
6	28	15	-16
7	57	16	0
8	74	17	17
9	65	18	20

Разложение кривой математических ожиданий погрешности ВП на данном участке имеет вид

$$\overline{\Delta\alpha^{(j)}} = 23 + 23 \cos \omega_0\alpha + 10 \sin \omega_0\alpha + \\ + 17 \cos 2\omega_0\alpha + 4 \sin 2\omega_0\alpha + \cos 3\omega_0\alpha +$$

$$+ 5 \sin 3\omega_0\alpha + 6 \cos 4\omega_0\alpha + 4 \sin 4\omega_0\alpha + \\ + 2 \cos 5\omega_0\alpha + 2 \sin 5\omega_0\alpha,$$

где $\omega_0 = 2\pi/4,5^\circ$; α — угол поворота выходного вала.

Аналогично представляются рядом Фурье и реализации случайной составляющей погрешности ВП.

В связи с тем, что ВП являются звеньями систем измерения ускорений, представляет интерес оценка достоверности аналитического представления их погрешности с учетом требований, предъявляемых к системе в целом. В настоящее время общим методом оценки характеристик систем и их звеньев является информационный (ΔI -метод), базирующийся на основных положениях теории статистических решений [3].

Выражения для ΔI (ΔI — средний риск) и функции потерь для звеньев и системы могут быть непосредственно получены через разность средних количеств требуемой и фактической выходной информации.

Действительно, для системы (звена), где X, \bar{X}, Y, \bar{Y} — соответственно требуемые и фактические сообщения о входных и выходных сигналах, имеем

$$\Delta I = I(Y, X) - I(\bar{Y}, \bar{X}) = \\ = \sum_x \sum_{\bar{x}} \sum_y \sum_{\bar{y}} p(y, \bar{y}, x, \bar{x}) |I(y, x) - I(\bar{y}, \bar{x})| = \\ = \sum_x \sum_{\bar{x}} \sum_y \sum_{\bar{y}} p(y, \bar{y}, x, \bar{x}) J_y^x, \quad (8)$$

где J_y^x является функцией потерь.

Входящие в (8) средние количества информации, согласно [4], соответственно выражаются через безусловные и условные энтропии. Таким образом, средний риск ΔI может быть найден, если известны значения упомянутых выше энтропий.

В результате анализа характеристик системы определяются допустимые значения показателей среднего риска $\Delta I_{\text{доп}}$ для ее звеньев.

Полагаем характеристики звена, следующего за ВП, соответствующими требуемым, а $\Delta I_{\text{доп}}$ для него заданным и определяемым только ошибками аналитического представления погрешности ВП. Тогда средний риск определяется как разность средних количеств информации, которые содержат в себе случайные составляющие погрешности ВП в пределах одного цикла до и после аппроксимации их рядом Фурье

$$\Delta I = H(X) - H(\bar{X}) = n |H(X_i) - H(\bar{X}_{i+1}/\bar{X}_i)|, \quad (9)$$

где n — число отсчетов случайной составляющей погрешности в цикле.

При этом отсчеты будут до аппроксимации рядом Фурье статистически независимыми, а после нее, в общем случае, — статистически зависимыми. Число отсчетов найдем по формуле

$$n = \frac{\alpha_n}{\alpha_k}, \quad (10)$$

где α_k — интервал корреляции.

При нормальном законе распределения [5]

$$H(X_i) = \log_2 \sqrt{2\pi\sigma_x^2}, \quad (11)$$

$$H\left(\frac{\bar{X}_{i+1}}{\bar{X}_i}\right) = \log_2 \sqrt{2\pi\sigma_x^2(1-r^2)}, \quad (12)$$

где σ_x^2 — дисперсия аппроксимированной случайной составляющей погрешности; r — радиус корреляции между соответствующими сечениями аппроксимированной погрешности ВП.

Рассмотрим определение ΔI на примере j -го участка.

Имея ml пар значений коэффициентов $a_1^{(j)}$ и $b_1^{(j)}$, для каждой из них найдем приближенное значение ординаты случайной составляющей погрешности в одном и том же для всех пар сечении

$$\Delta \tilde{\alpha}_i^{(j)} = a_1^{(j)} \cos \omega_0 \alpha_i + b_1^{(j)} \sin \omega_0 \alpha_i, \quad (13)$$

где i — номер выбранного сечения.

Получив для выбранного сечения ml аппроксимированных значений ординаты случайной составляющей погрешности ВП, аналогичные вычисления выполним для сечения, отстоящего от выбранного ранее на интервал $\alpha_k^{(j)}$. Располагая результатами указанных вычислений, найдем оценки дисперсии σ_x^2 и радиуса корреляции r .

При $|r| \leq 0,3$ на основании соображений, приведенных в [6], коррелированностью в дальнейшем будем пренебрегать. При этом в выражение для безусловной энтропии (11) вместо σ_x^2 следует подставить значение σ_x^2 .

При $|r| > 0,3$ энтропию на один отсчет аппроксимированной кривой погрешности ВП будем вычислять по формуле (12). Далее, используя (9), найдем значение среднего риска ΔI и сравним его с $\Delta I_{\text{доп}}$.

В случае, если $\Delta I > \Delta I_{\text{доп}}$, следует в соответствии с описанной выше методикой учесть коэффициенты Фурье $a_2^{(j)}$ и $b_2^{(j)}$, а также соответствующие новому виду аппроксимации радиус корреляции и дисперсию во вновь вычисляемом среднем риске.

Учет большего числа членов разложения с последующей оценкой значений ΔI следует производить до выполнения условия $\Delta I \leq \Delta I_{\text{доп}}$.

В результате описанного анализа будет найдено число членов разложения в ряд Фурье, отвечающее условию $\Delta I \leq \Delta I_{\text{доп}}$.

Проведенный анализ достоверности аналитического представления случайной составляющей погрешности ВП позволит более обоснованно произвести ее оценку с учетом общего для всей системы и ее звеньев критерия оптимальности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильева И. И., Лобунина И. И., Невельсон М. С. Применение статистических методов к анализу кинематической погрешности волновой передачи. Материалы семинара «Новые конструкции механизмов в приборостроении и технология их изготовления». ЛДНТП, 1971.
2. Горбачев Е. Д. Коррелометры с аппроксимацией. «Энергия», 1971.
3. Вальд А. Последовательный анализ. Основные идеи общей теории статистических решений. Физматгиз, 1960.
4. Фано Р. Передача информации. Статистическая теория связи. «Мир», 1965.
5. Пугачев В. С. Теория случайных функций. Физматгиз, 1961.
6. Садо́мов Ю. Б., Хо́хлов Л. М. Возможность определения многомерных функций распределения стационарных марковских процессов через двумерные и радиус корреляции. «Автоматика и вычислительная техника», 1968, № 4.

Поступила в редакцию
29.10.1971 г.

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

УДК 531.768.001.2

Д. В. ИГОШИН, И. М. ЛИТВИНОВ

ФНИИИТ

ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

В отечественной технической литературе описаны следующие типы угловых акселерометров: тензометрические с проволочными или полупроводниковыми тензопреобразователями [1], пружинные с трансформаторными [2] и фотоэлектрическими преобразователями перемещения [1], химотронные [3]. Данные о наиболее интересных зарубежных образцах приведены в табл. 1.

Существующие приборы можно разделить на: а) прецизионные — для систем управления и навигации, сравнительно низкочастотные и работающие в облегченных эксплуатационных условиях (в основном компенсационные) и б) грубые (погрешность 5—10%) — с более широким частотным диапазоном, работающие в жестких эксплуатационных условиях и выполненные по схеме прямого преобразования.

Приборов же, измеряющих угловые ускорения с погрешностью до 1% и менее при наличии большого количества дестабилизирующих факторов, нет, хотя потребность в них непрерывно растет. Необходимо разработать малогабаритные и точные приборы, работающие в температурном диапазоне $\pm 50^\circ\text{C}$ при воздействии линейных перегрузок в сотни g и поперечных угловых ускорений до 1000 рад/с^2 в частотном диапазоне, совпадающем с рабочим; при линейных вибрациях в любом направлении с амплитудой до сотен g в частотном диапазоне практически от нуля до нескольких килогерц.

Эта задача усложняется отсутствием точных средств градуировки и оборудования, создающего с необходимой точностью отдельные дестабилизирующие факторы, не говоря уже о комплексном воздействии хотя бы основных из них.

Возможные способы защиты углового акселерометра от внешних воздействий сведены в табл. 2.

На основании приведенных данных можно рекомендовать следующие направления проектирования высокоточных акселерометров, способных работать в жестких условиях:

Параметры	Тип акселерометра		
	№ 4525 (США)	№ 116 (США)	PRA (США)
Диапазон измерения	2—50 рад/с ²	10 ⁻³ —3000 рад/с ²	10—100 рад/с ²
Резонансная частота	30—150 Гц	—	50 Гц
Питание	±45 В постоянного тока, 40 Мг	10 В, 400—4000 Гц	28 В постоянного тока
Особенности конструкции	Маятниковый сбалансированный; преобразователь индуктивный; компенсационный; демпфирование жидкостное, воздушное и за счет обратной связи	Сейсмическая масса на пружине; преобразователь индуктивный; воздушное демпфирование	Сбалансированная сейсмическая масса, выходной сервоусилитель, жидкостное демпфирование, герметичное исполнение
Выходная характеристика	Напряжение 20 В $R_{\text{вых}} = 14 \text{ кОм} \pm 5\%$	Постоянное напряжение вплоть до 0,5 В (2,5 В), $R_{\text{вых}} = 3 \text{ кОм}$	$\pm 10 \text{ В}$ при $\pm 3 \text{ мА}$, выходная мощность 30 мВт, $R_{\text{вых}} = 15 \text{ кОм}$ (макс.)
Чувствительность	—	0,5 В постоянного тока на 10 ⁻³ рад/с ²	1—0,1 В на рад/с ²
Максимальная статическая погрешность (% от полной шкалы)	—	1%	0,5%
Повторяемость	—	0,1%	0,1%
Разрешающая способность	0,01%	0,0001 рад/с ²	0,005%

Стандартная температура

Параметры	Тип акселерометри		
	№ 4625 (США)	№ 116 (США)	PRA (США)
Допускаемая перегрузка	500—3000%	100%	200%
Срок службы	—	2 · 10 ⁶ циклов	1 · 10 ⁶ циклов
Постоянная времени	Зависит от диапазона	Зависит от степени демпфирования и не зависит от частоты	0,01 с (макс.)
Диапазон температуры	от -30 до +55° С	от -40 до +100° С	от -20 до +75° С
Уход нуля от температуры	0,1% на 1° С	0,02% на 1° С	0,4% от диапазона измерения
Уход чувствительности от температуры	0,04% на 1° С	0,02% на 1° С	0,04% на 1° С
Допустимые линейные перегрузки	10—30 g в зависимости от диапазона	до 25 g	до 20 g
Уход нуля от воздействия линейных перегрузок	—	0,5% на 1 g	0,01 рад/с ² на 1 g
Вибрации	± 5 g от 3 Гц до собственной частоты; ± 5 g от 700 до 2000 Гц	15 g до 2000 Гц	15 g от 20 до 2000 Гц
Габариты, вес	90 × 100 мм: квадратный фланец со стороной 146 мм; 0,9—1,3 кг	100 × 100 × 38 мм; 83 г	100 × 76 мм; 1,8 кг

Таблица 2

Внешние воздействия	Способы защиты
Вибрации и удары $a_{\text{вibr}}$ и $a_{\text{уд}}$	Амортизация преобразователя. Погружение сейсмической массы в жидкость. Получение ступенчатой АЧХ электрическими методами (фильтры). Введение компенсирующего сигнала от другого преобразователя, измеряющего вибрации и удары. Акселерометр со многими степенями свободы. Акселерометр с жидкой сейсмической массой
Линейные перегрузки a	Погружение сейсмической массы в жидкость. Введение сигнала коррекции от линейного акселерометра. Балансировка сейсмической массы (совмещение центра тяжести с осью вращения). Использование зависимости $U_{\text{вых}} = f(a)$ при обработке измерений. Акселерометр с жидкой сейсмической массой
Изменение температуры окружающей среды	Термостатирование преобразователя. Применение температурной компенсации. Выполнение углового акселерометра по компенсационной схеме. Использование зависимости $U_{\text{вых}} = f(t)$ при обработке результатов измерения. Калибровка акселерометра в процессе измерения. Применение струнного преобразователя
Изменение напряжения питания $U_{\text{пит}}$	Применение стабилизатора напряжения питания. Выполнение углового акселерометра по компенсационной схеме. Использование зависимости $U_{\text{вых}} = f(U_{\text{пит}})$ при обработке результатов измерения. Применение струнного преобразователя
Угловые ускорения, перпендикулярные оси чувствительности $\epsilon_{\text{бок}}$	Использование подвески инерционной массы на растяжках при одновременном ее уравновешивании. Использование зависимости $U_{\text{вых}} = f(\epsilon_{\text{бок}})$ при обработке результатов измерения. Введение сигнала коррекции от другого акселерометра
Угловые скорости ω	Равенство моментов инерции сейсмической массы относительно любой оси, перпендикулярной оси чувствительности. Балансировка сейсмической массы. Использование зависимости $U_{\text{вых}} = f(\omega)$ при обработке результатов измерения
Изменение параметров во времени	Искусственное старение деталей, узлов и приборов. Градуировка перед началом измерений или в процессе его (просто осуществляется в компенсационных акселерометрах)
Демпфирование	Жидкостное. Пневматическое. Электромагнитное. Электромагнитное с обратной связью (в компенсационных). Гистерезисное. Комбинированное

1. Выполнение акселерометра по компенсационной схеме (по крайней мере, для диапазона $100-10$ рад/с² и ниже). При этом ослабляются погрешности из-за изменения температуры и напряжения питания, а также из-за старения элементов электронной схемы, обеспечивается широкий диапазон измеряемых ускорений и частот, появляется возможность коррекции амплитудно-частотной характеристики в резонансной области и использования электромагнитного демпфирования.

2. Уравновешивание сейсмической массы в жидкости (при условии устранения ее движений, вызывающих погрешности измерения) либо применение жидкой сейсмической массы. В результате этого устраняется влияние механических воздействий, за исключением влияния поперечных угловых ускорений. В работе [4] отмечается, что угловой акселерометр с жидким ротором (сейсмической массой) обладает прочностью и высокой чувствительностью. Такой акселерометр успешно применяется в одной из находящихся в эксплуатации в США ракет с большим ускорением при разгоне. Условия работы приборного оборудования на этой ракете настолько тяжелые, что использование скоростных гироскопов практически невозможно.

3. Термостатирование акселерометра или отдельных его узлов. Это устраняет температурную погрешность, позволяет поддерживать постоянными положение центра тяжести и центра плавучести сейсмической массы, вязкость и удельный вес жидкости, что способствует поддержанию равенства средних удельных весов жидкости и сейсмической массы, а также стабильности АЧХ (в случае жидкостного демпфирования). Термостатирование акселерометра обычно осуществляется нагреванием его до $60-70^\circ\text{C}$. Для дополнительного подогрева требуется сравнительно небольшая мощность: в одном из макетов акселерометра, имеющего слой тепловой изоляции из жесткого пенопласта ЖТ-2 толщиной 5 мм, поддерживалась температура $+70^\circ\text{C}$ (температура окружающей среды была -70°C) при потреблении от сети питания 5 Вт.

4. Повышение затухания АЧХ в резонансной области. Это мера устраняет размыв записи сигнала акселерометра в процессе измерения, вызванный воздействием вибраций и ударов. Структурная схема акселерометра в этом случае должна выполняться таким образом, чтобы обеспечивать работу акселерометра согласно уравнению

$$J_2 \ddot{\varphi} + b(\dot{\varphi}, \varphi) \dot{\varphi} + c(\varphi) \varphi = M(t). \quad (1)$$

5. Введение в схему и конструкцию акселерометра устройств градуировки. Таким образом устраняются отдельные составляющие погрешности и обеспечивается проверка функционирования приборов.

6. Введение в схему и конструкцию акселерометра устройств для коррекции выходного сигнала в соответствии с интенсивностью внешних воздействий и соответственно сигналов от преобразователей. Это устраняет погрешности от дестабилизирующих факторов

7. Определение функциональных зависимостей выходного сигнала акселерометра от дестабилизирующих факторов и использование их при расшифровке и обработке результатов измерения. При этом обеспечивается предельная точность акселерометра.

Сейсмическая масса в акселерометре является чувствительным элементом и от качества ее во многом зависят свойства акселерометра, поэтому на основании предыдущего анализа можно сформулировать основные требования к ее конструкции:

1. Момент инерции сейсмической массы J_z должен быть минимальным для получения малых значений тока компенсации и необходимой частоты собственных колебаний. Это следует из выражений для выходного сигнала $U_{\text{вых}}$ и собственной частоты f акселерометра

$$U_{\text{вых}} = \frac{\varepsilon J_z R_{\text{вых}}}{RBl + \frac{cr}{k_{\text{ин}}k_y}}; \quad (2)$$

$$f_{\text{соб}} = \sqrt{\frac{Blk_y k_{\text{ин}} R}{4\pi^2 J_z r}}, \quad (3)$$

где ε — измеряемое угловое ускорение; $R_{\text{вых}}$ — выходное сопротивление акселерометра; R — расстояние от оси вращения сейсмической массы до точки приложения компенсирующего момента; B — индукция в зазоре магнитной системы; l — длина провода компенсационной катушки; r — сопротивление компенсационной катушки; c — жесткость системы подвески (торсиона); k_y — коэффициент усиления усилителя; $k_{\text{ин}}$ — передаточный коэффициент преобразователя перемещения сейсмической массы.

2. Для измерения низкочастотных угловых ускорений могут использоваться угловые акселерометры как с симметричной, так и с несимметричной формой сейсмической массы. Степень несимметрии определяется коэффициентом [5]

$$s = \frac{J_y - J_x}{J_z}, \quad (4)$$

где J_y и J_x — моменты инерции относительно осей, перпендикулярных оси чувствительности.

Если акселерометр предназначен для работы в условиях, когда угловые скорости вокруг осей, перпендикулярных оси чувствительности, не равны нулю, то сейсмическая масса должна быть изготовлена таким образом, чтобы $s = 0$. В противном случае возникает погрешность измерения углового ускорения, действующего вокруг оси чувствительности акселерометра.

3. Жесткость и трение в системе подвески сейсмической массы должны быть минимальными. Однако это практически невозможно осуществить для акселерометров, работающих в условиях поперечных угловых ускорений. В акселерометрах с камневыми опорами момент трения при действии поперечных угловых ускорений

может стать недопустимо большим, поэтому применение подобных опор, по-видимому, нецелесообразно. Более предпочтительным является использование торсионов, изготовленных из высококачественных пружинных материалов, например, бериллиевой бронзы Бр.Б2, или самого прочного из известных сплавов МР-47ВП. Предельно допустимую жесткость торсиона можно найти из выражения для относительной погрешности углового компенсационного акселерометра

$$\frac{\Delta U_{\text{вых}}}{U_{\text{вых}}} = \frac{\Delta J_z}{J_z} + \frac{\Delta k_i}{k_i} + \frac{\Delta k_{\text{пн}}}{k_{\text{пн}}} + \frac{c}{k_{\text{пн}} k_{\text{пн}} k_i k_y} \left(\frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta k_{\text{пн}}}{k_{\text{пн}}} + \frac{\Delta k_y}{k_y} \right). \quad (5)$$

Отсюда

$$c_{\text{max}} = \frac{\frac{\Delta U_{\text{вых}}}{U_{\text{вых}}} - \frac{\Delta J_z}{J_z} - \frac{\Delta k_i}{k_i} - \frac{\Delta k_{\text{пн}}}{k_{\text{пн}}}}{\frac{1}{k} \left(\frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta k_{\text{пн}}}{k_{\text{пн}}} + \frac{\Delta k_y}{k_y} \right)}, \quad (6)$$

где $k_i = 1/R_{\text{вых}}$ — передаточный коэффициент выходной цепи акселерометра; $k_{\text{пн}} = BIR$ — передаточный коэффициент преобразователя момента; $k = k_{\text{пн}} k_{\text{пн}} k_i k_y$ — полный передаточный коэффициент разомкнутой системы, или электрическая жесткость; c_{max} — максимально допустимая жесткость торсиона акселерометра при заданных относительных погрешностях звеньев системы.

Следовательно, для получения максимально возможной жесткости торсиона необходимо стремиться к достаточной стабильности всех звеньев системы, в том числе преобразователя перемещения и усилителя. Расчеты показывают, что при относительной нестабильности этих элементов, равной 5%, жесткость торсиона может быть доведена до 10% от величины, определяемой формулой

$$c = \omega_{\text{соб}}^2 J_z. \quad (7)$$

4. Средний удельный вес сейсмической массы должен быть равен удельному весу жидкости, заполняющей прибор, т. е. масса должна быть уравновешена в жидкости. Наилучшей является масса, изготовленная из магниевых сплавов или бериллия, с использованием жидкостей с большим удельным весом, например, фторорганических типа Б1П или БЛП ($\gamma = 1,9$), метиленбромида CH_2Br_2 ($\gamma = 2,46$), бромформа CHBr_3 ($\gamma = 2,89$), тетрабромэтана ($\gamma = 2,9$), иодистого метилена CH_2I_2 ($\gamma = 3,225$).

5. Смещение центра тяжести или центра плавучести сейсмической массы от оси ее вращения не должно превышать 0,1–10 мк (в зависимости от диапазона измерения, точности и величины боковых линейных ускорений), поэтому необходимо иметь устройство для ее балансировки.

6. Эксцентриситет между осью вращения сейсмической массы и осью установочной поверхности на корпусе преобразователя должен быть не более 0,1 мм.

7. Демпфирование собственных колебаний сейсмической массы может быть жидкостным, пневматическим (воздушным), индук-

ционным за счет свойств цепи обратной связи или комбинированным. В случае применения жидкостного демпфирования форма сейсмической массы и внутренней полости кожуха и корпуса преобразователя должны обеспечивать необходимую зависимость демпфирующего момента от угловой скорости движения сейсмической массы и предотвращать свободное движение жидкости под воздействием дестабилизирующих факторов.

8. Преобразователь момента, устанавливаемый своей подвижной частью на сейсмической массе, и определяющий в основном точностные характеристики, должен обеспечивать достаточный знакопеременный момент при высокой линейности, быть малоинерционным и, самое главное, устойчивым к воздействию дестабилизирующих факторов. Кроме того, совместно с преобразователем перемещения он не должен нарушать симметричность формы сейсмической массы.

В качестве преобразователя момента обычно используют различные магнитоэлектрические устройства с подвижным или неподвижным магнитом, либо электромагнитные преобразователи типа «микросин» или «дуалсин» [5]. Последний совмещает в себе преобразователь момента и перемещения.

9. При выборе преобразователя перемещения необходимо учитывать, что он должен обеспечивать измерение весьма малых перемещений (порядка сотых долей миллиметра и менее), сохранять симметрию сейсмической массы и не вызывать значительного увеличения ее веса. С этой точки зрения перспективными следует считать следующие преобразователи: оптические с поворотным зеркалом или дифракционной решеткой, например, муаровые; магнитомодуляционные с магнитной маской на поверхности сейсмической массы; индуктивные, или емкостные.

Исходя из требований точности градуировки и достоверности показаний акселерометра во время его эксплуатации, при проектировании необходимо учитывать следующее:

1. Каждый акселерометр должен иметь торцовую базу для установки на плоскости испытательного стенда или объекта; цилиндрическую установочную поверхность, при помощи которой можно совместить ось чувствительности преобразователя с осью, относительно которой измеряется угловое ускорение. Геометрическая ось этой поверхности должна совпадать с осью чувствительности. Посадочный диаметр базового пояса может быть 10 мм и более. Допуски и посадка — А/С. Высота пояса — не менее 5—10 мм.

2. Допустимый угол перекося оси чувствительности преобразователя по отношению к оси, относительно которой измеряется угловое ускорение, может быть определен из выражения [5]

$$\Delta \leq 1 - \cos \beta, \quad (8)$$

где Δ — допустимая относительная погрешность измерения углового ускорения от перекося, причем в значение β входит и непер-

пендикулярность опорной торцовой плоскости преобразователя к образующей цилиндрического базового пояса.

3. Для облегчения градуировки на корпусе акселерометра при $s \neq 0$ желательно иметь риску, лежащую в плоскости, проходящей через ось чувствительности и одну из главных осей сейсмической массы, перпендикулярных оси чувствительности.

4. Центр тяжести сейсмической массы должен лежать на оси чувствительности акселерометра. В противном случае возникнет погрешность измерения угловых ускорений.

5. Центр тяжести сейсмической массы может не совпадать с центром тяжести акселерометра, но для исключения динамической разбалансировки стенда желательно, чтобы центр тяжести акселерометра лежал на оси чувствительности.

6. Для удобства градуировки желательно, чтобы соединительный кабель от приборов отсутствовал или был минимальных размеров (для устранения динамической разбалансировки).

Проведенный анализ работы угловых акселерометров позволяет сделать следующие выводы:

1. Оптимальным типом углового акселерометра, обеспечивающим решение большинства задач, является компенсационный.

2. С целью повышения точности измерений, сокращения сроков разработки акселерометров и их стоимости необходимо обеспечить все меры для облегчения условий их работы: термостатирование, стабильное питание, точное задание положений осей чувствительности и др.

3. Резкого повышения точности измерения можно достигнуть взаимной коррекцией линейных и угловых акселерометров, установленных на объекте, или путем использования при обработке результатов измерения функциональных зависимостей между выходным сигналом акселерометра и дестабилизирующими факторами.

4. Снижение погрешности измерения угловых ускорений до 1% и менее невозможно без точного градуировочного оборудования и установок, воспроизводящих угловые ускорения, при одновременном воздействии дестабилизирующих факторов: температуры, вибраций, линейных ускорений и т. п.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агейкин Д. И. и др. Датчики контроля и регулирования. «Машиностроение», 1965.
2. Ченцов А. Н., Манаенков В. А. Датчик угловых ускорений. «Вибрационная техника», 1969, № 1.
3. Лапидес Л. М. Химотроника. Воениздат, 1968.
4. Лей. Применение углового акселерометра с жидкостным ротором для стабилизации и управления. «Вопросы ракетной техники», 1970, № 2.
5. Смолянский Г. А., Прядилов Ю. Н. Поплавковые гироскопы и их применение. Оборонгиз, 1958.

Поступила в редакцию
7.09.1971 г.

В. А. ОНИЩУК, Ю. Н. ОСИПОВ, В. А. ФЕДОРИН

Институт источников тока

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ КОНТУРОМ

Электрохимические измерители первичной информации, к которым относятся преобразователи угловых ускорений, обладают рядом важных преимуществ по сравнению с приборами электро-механического типа, а именно: высокой чувствительностью, широким динамическим диапазоном, малым потреблением энергии, сравнительно простой конструкцией и т. п. Однако в литературе нет сведений о достаточно подробных теоретических и экспериментальных исследованиях электрохимических преобразователей, в частности, преобразователей угловых ускорений. Целью настоящей работы было теоретическое и экспериментальное исследование одного из вариантов электрохимического преобразователя угловых ускорений диффузионного типа.

В работе [1] описан электрохимический преобразователь угловых ускорений, который содержит полый контур, заполненный электролитом, образующим с электродами обратимую окислительно-восстановительную систему. Полый контур имеет форму тора, либо представляет собой систему из нескольких пластмассовых спиральных витков. Работа преобразователя в значительной степени зависит от точного исполнения контура заданной формы и расположения его плоскости относительно оси чувствительности. Как показывает практика конструирования химотронных преобразователей угловых ускорений, выполнение контура заданной формы, например, тороидальной, связано со значительными технологическими трудностями. В связи с этим рассмотрим возможность выбора контура с более простой технологией изготовления, отвечающей, однако, требованиям эксплуатации преобразователя. Принцип действия преобразователя угловых ускорений химотронного типа основан на том, что при вращении его корпуса относительно оси чувствительности с угловым ускорением ω за счет инерции жидкой массы контура возникает перепад давле-

ния. При этом гидродинамическое течение преобразуется в электрический сигнал, равный

$$\Delta P = \rho \oint_C a \, de, \quad (1)$$

где a — абсолютное ускорение жидкой инертной массы плотности ρ , содержащейся в контуре C преобразователя, равное векторной сумме вращательного, переносного и поворотного ускорений [2]

$$a = [\omega r] + \dot{\omega} [r] + 2[V\omega]. \quad (2)$$

Пренебрегая влиянием поворотного ускорения из-за малой величины относительной скорости течения жидкости в контуре, получим

$$\Delta P = 2\dot{\omega} S \rho. \quad (3)$$

Формула (3) выведена на основании выражений (1) и (2), а также теоремы Стокса, преобразующей интеграл по контуру C в интеграл по площади S . При этом принималось, что

$$r \text{ rot } [\omega r] = 2\dot{\omega}; \quad r \text{ rot } [\dot{\omega} [r]] = 0.$$

Формулу (3) можно представить в следующем виде:

$$\Delta P = 2\rho \dot{\omega} S \cos \varphi, \quad (4)$$

где $\dot{\omega}$ и S — соответственно абсолютные величины углового ускорения и площади, охватываемой контуром C ; φ — угол между вектором и нормалью к площади S .

Как следует из (4), чувствительность преобразователя, пропорциональная перепаду давления на преобразователе гидродинамического потока в электрический сигнал, тем больше, чем больше площадь полого контура, заполненного электролитом, плотность жидкой инертной массы ρ в контуре и косинус угла между вектором углового ускорения и нормалью к площади S . Для получения максимальной чувствительности преобразователя ось его чувствительности следует располагать перпендикулярно плоскости контура S ($\varphi = 0$). Кроме того, из формулы (4) следует, что чувствительность преобразователя угловых ускорений электрохимического типа не зависит от формы контура C .

Как известно [3], электрохимический преобразователь механических воздействий можно представить в виде двух последовательно соединенных преобразователей: предварительного, преобразующего внешнее механическое воздействие, в частности угловое ускорение, в гидродинамический поток через чувствительный элемент (электрокинетического либо диффузионного типа), и основного (чувствительного элемента), преобразующего гидродинамический поток в электрический сигнал. При протекании электролита через чувствительный элемент диффузионного типа

перепад давления на преобразователе гидродинамического течения в электрический сигнал ΔP связан с расходом Q электролита, протекающего через чувствительный элемент, выражением

$$\Delta P = \rho \left(\frac{L}{S_c} + \frac{l_k}{S_k} \right) Q + 2R_r Q, \quad (5)$$

где $2R_r$ — гидродинамическое сопротивление чувствительного элемента; l_k — длина элементарного канала чувствительного элемента; S_k — площадь поперечного сечения канала чувствительного элемента; L — длина контура преобразователя; S_c — площадь поперечного сечения контура. На основании (4) и (5) передаточная функция предварительного преобразователя будет

$$\frac{Q(p)}{\omega(p)} = \frac{K_1}{T_1 p + 1}, \quad (6)$$

где

$$K_1 = \frac{\rho S \cos \varphi}{R_r}; \quad T = \frac{\rho}{2R_r} \left(\frac{L}{S_c} + \frac{l_k}{S_k} \right); \quad (7)$$

K_1 и T_1 — соответственно коэффициент усиления и постоянная времени предварительного преобразователя.

Динамика чувствительного элемента также может быть описана линейным инерционным звеном первого порядка [4]

$$\frac{I(p)}{Q(p)} = \frac{K_2(1-\alpha)}{T_2 p + 1}, \quad (8)$$

где

$$K_2 = nFC_0; \quad T_2 = \frac{d_2}{6D}; \quad \alpha = \exp\left(-11,5 \frac{Dl_k}{Q}\right). \quad (9)$$

Здесь C_0 — концентрация электроактивных ионов на входе чувствительного элемента; F — число Фарадея; d — диаметр элементарного канала чувствительного элемента; α — коэффициент утечки, характеризующий долю ионов, поступивших в чувствительный элемент, но не участвовавших в электрохимической реакции; D — коэффициент диффузии электроактивных ионов.

Из выражений (6)–(9) следует, что динамика электрохимического преобразователя угловых ускорений диффузионного типа может быть описана линейным апериодическим звеном второго порядка

$$\frac{I(p)}{\omega(p)} = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad (10)$$

с коэффициентом усиления

$$K = K_1 K_2 = FC_0 n \frac{\rho S \cos \varphi}{R_r}. \quad (11)$$

Вследствие большого гидродинамического сопротивления чувствительного элемента постоянная T_1 во много раз меньше T_2 , поэтому ее влияние на динамику преобразователя незначительно. Тогда выражение (10) примет вид

$$\frac{I(p)}{\omega(p)} = \frac{K}{T_2 p + 1}. \quad (12)$$

На основании выражения (12) амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики электрохимического преобразователя угловых ускорений будут

$$W(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}}; \quad \varphi(\omega) = -\arctg T_2 \omega. \quad (13)$$

При спаде амплитудно-частотной характеристики на верхней граничной частоте ω_n , равной $Z = \frac{W_{\max}}{W(\omega_n)}$, постоянная времени преобразователя составит

$$T_2 = \frac{1}{\omega_n} \sqrt{Z^2 - 1}. \quad (14)$$

Затем в соответствии с формулами (9) и (11) выбираются величины R_r , C_0 , α и пр., исходя из требований крутизны характеристики преобразования, порога чувствительности, диапазона линейности и т. п. Для проверки оценок, выполненных по формулам (9)–(14), исследовался макет химотронного преобразователя угловых ускорений с чувствительным элементом диффузионного типа (рис. 1). При проектировании учитывалось, что в соответствии с (4) перепад давления на чувствительном элементе для случая произвольной формы контура пропорционален площади проекции контура на плоскость вращения. Была выбрана квадратная форма контура как наиболее технологичная. Контур изготавливался путем сверления в корпусе четырех каналов диаметром 10 мм. В одном углу контура был вмонтирован электрохимический преобразователь гидродинамического потока в электрический сигнал, состоящий из двух измерительных электродов (катодов) и двух вспомогательных электродов (анодов). Измерительные электроды представляли собой пресованные диски из платиновой сетки ($2 \cdot 10^4$ отв/см) толщиной 1,5 мм с отверстием для ввода и вывода электролита диаметром 1 мм. Гидродинамическое сопротивление чувствительного элемента, равное $5 \cdot 10^{11}$ нс/м, было выбрано в соответствии с вышеназванной методикой. Преобразователь представляет собой жесткую пластину размерами $40 \times$

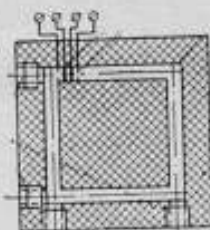


Рис. 1. Схема макета электрохимического преобразователя угловых ускорений

$\times 130 \times 130$ мм, в которой размещены рабочий контур 80×80 мм, заполненный электролитом, образующим с электродами преобразователя обратимую окислительно-восстановительную систему. Электролит готовился из дважды перекристаллизованных солей иодистого калия (до 2 N) и иода (до 0,04N) на бидистиллате. Каналы контура очищались по специальной технологии. Преобразователь включался в стандартную измерительную схему (рис. 2) с балансным включением пар измерительных электрод—противоэлектрод. Напряжение от источника питания подавалось

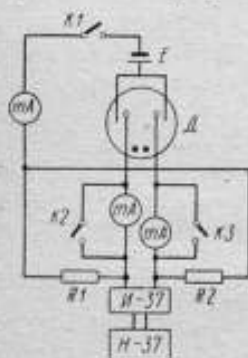


Рис. 2. Схема включения преобразователя

на оба измерительных и вспомогательных электрода. Последовательно им подключались нагрузочные сопротивления 10^3 Ом. Выходной сигнал преобразователя равен разности падений напряжений на сопротивлениях нагрузки, определяемых токами, протекающими в цепи каждого измерительного электрода. Токи контролировались миллиамперметрами М82. Выходной сигнал усиливался усилителем И-37 и регистрировался самописцем И-37 или ПДС-21. Амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики преобразователя снимались с помощью двух установок, предназначенных для задания угловых ускорений. В диапазоне 0,29—1,1 Гц измерения проводились на установке, пред-

ставляющей собой физический маятник с бифилярным подвесом, обеспечивающим колебания маятника в плоскости, перпендикулярной плоскости подвеса. Величина углового ускорения задавалась углом отклонения маятника от положения равновесия, а частота колебаний — необходимой длиной маятникового подвеса. Для уменьшения трения в опорах применялся подвес на подшипниках качения или на нитях. Логарифмический декремент затухания подвеса на подшипниках составлял 0,1, а подвеса на нитях — 0,002. Поэтому за счет трения в подвесе период изменялся незначительно. Угол сдвига фаз регистрировался специальной фотоэлектрической приставкой, представляющей собой схему, собранную на фоторезисторе ФСК. Схема срабатывала при перекрывании светового потока от источника света светонепроницаемой шторкой, закрепленной на корпусе преобразователя в момент прохождения им нейтрального положения. Момент срабатывания схемы соответствует нулевому значению углового ускорения. В диапазоне 0,3—0,017 Гц измерения проводились на установке, представляющей собой крутильный маятник определенной длины, на котором в горизонтальном положении закреплен исследуемый преобразователь. Амплитуда углового ускорения задавалась углом закручивания маятника, а частота колебаний — длиной и диаметром подвеса (проволочная нить). Декремент затухания крутильного маятника равен 0,2. Угол сдвига фаз определялся по отметке мак-

симального углового ускорения, наносимой на кривую записи вручную в момент изменения направления вращения. Угол закручивания регистрировался визуально с помощью шкалы и указателя, закрепленного на преобразователе. Измерения на обеих установках производились в процессе затухания свободных колебаний с периодической фиксацией угла на диаграммной бумаге. На основании этих измерений для каждой частоты были построены зависимости выходного сигнала от амплитуды углового ускорения в логарифмическом масштабе (рис. 3). Амплитудно-частотные характеристики (рис. 4) имели спад в 20 Дб на декаду во всем исследуемом диапазоне частот. Как видно из рис. 4, экспериментальные и теоретические (показаны пунктиром) ампли-

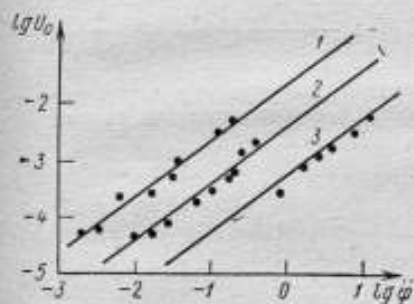


Рис. 3. Зависимость выходного сигнала от амплитуды углового ускорения для частот:

1 — 0,033; 2 — 0,39 и 3 — 1,1 Гц

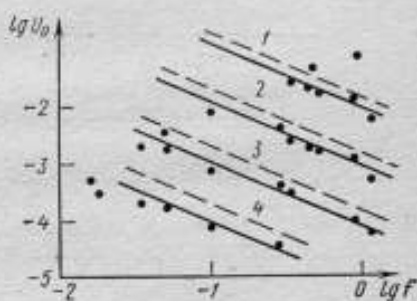


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики преобразователя для амплитудных значений углового ускорения, равных:

1 — 10; 2 — 1; 3 — 10^{-1} и 4 — 10^{-2} рад/с²

тудно-частотные характеристики весьма близки. Таким образом, можно сделать вывод, что спад частотной характеристики преобразователя определяется постоянной времени электрохимической системы, которая в соответствии с теоретической оценкой (9) равна 7 с. Кроме того, экспериментальное определение постоянной времени электрохимической системы, используемой в преобразователе, показало зависимость указанной постоянной от величины возмущения, задаваемого в виде ступеньки углового ускорения, и, следовательно, от объемной скорости. Поэтому можно считать, что спад амплитуды частотной характеристики преобразователя определяется постоянной времени электрохимической системы, причем величина ее хорошо согласуется с оценкой, данной Ларкамом [5]. Фазо-частотная характеристика преобразователя приведена на рис. 5. Как видно из рисунка, с увеличением частоты угол сдвига фаз уменьшается, что совпадает с результатами теоретического анализа. Результаты экспериментального исследования показывают, что разработанный преобразователь имеет высокую чувствительность. На рис. 6 приведена зависимость крутизны характеристики преобразования преобразователя от

частоты при амплитуде углового ускорения $\ddot{\varphi}_0 = 1 \text{ рад/с}^2$. Как видно, чувствительность преобразователя изменяется от 10^{-3} до 10^{-1} В/с^2 . Зависимость чувствительности, отнесенной к единице площади контура, имеет аналогичный вид и изменяется от 10^{-1} до $10 \text{ В}\cdot\text{с}^2/\text{м}^2$. Следовательно, преобразователь точно

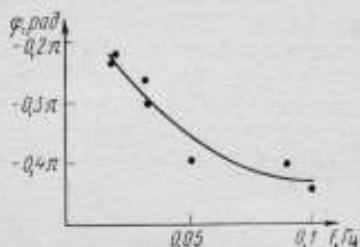


Рис. 5. Фазо-частотные характеристики преобразователя:

● — экспериментальная; —→ — расчетная

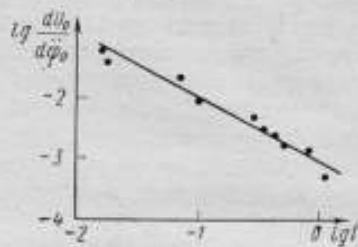


Рис. 6. Зависимость чувствительности преобразователя от частоты

регистрирует сигналы углового ускорения до 10^{-3} рад/с^2 . Ввиду отсутствия установок, задающих меньшие угловые ускорения, реальный порог чувствительности преобразователя не был определен.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронков Г. Я., Федорин В. А., Гуревич В. А. Химотронные устройства (электрохимические преобразователи), ВНИИЭМ, 1965.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика, Физматгиз, 1958.
3. Электрохимические преобразователи первичной информации. Под ред. Е. Добрынина и П. Луковцева. «Машиностроение», 1969.
4. Попов В. П., Глеб Л. К. Исследование массообмена при движении жидкости в катодном канале электрохимического диффузионного преобразователя. Сб. «Термовзродинамика», Минск, 1970.
5. Lagson C. W. J. Acoust. Soc. Amer. 1965, v. 37, № 4.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

Г. П. ЗЕДГНИДЗЕ, В. Я. КИКАЧЕЙШВИЛИ

Тбилисский филиал ВНИИМ

АКСЕЛЕРОМЕТР ДЛЯ УСТРОЙСТВА ДИСТАНЦИОННОГО СЛИЧЕНИЯ УГЛОВЫХ МЕР

Угловая скорость вращения роторов электрических машин, даже в условиях строгого постоянства нагрузки, напряжения и частоты питания не остается постоянной. В процессе работы машины она колеблется относительно среднего значения. В связи с этим возникла необходимость создания достаточно точных, надежных и простых приборов для непрерывного измерения угловых ускорений. Разработанный акселерометр применяется для демпфирования колебаний ротора. Известно несколько способов демпфирования колебаний [1] роторов. Однако в основном они предназначены для демпфирования мощных двигателей с большим числом оборотов и с большой амплитудой колебаний. Методы и приборы для определения ускорения и повышения равномерности вращения маломощных электродвигателей (до нескольких ватт) с малым числом оборотов (2—10 об/мин) разработаны в меньшей степени.

Описываемый акселерометр (рис. 1) состоит из вращающегося стола *I*, который одновременно играет роль маховика, имеющего большой момент инерции. Маховик (стол) и вал *10* приводного двигателя кинематически связаны между собой гибкой двухсторонней балочкой равного сопротивления *13*. На балочку с обеих сторон устанавливаются тензодатчики *5* и соединяются накрест попарно, последовательно образуя два плеча измерительного моста. С помощью специального измерительного токосъемного устройства тензодатчики включаются в измерительную схему.

Маховик-стол посредством шарикоподшипника *4* и направляющего кольца *2*, представляющего собой составную часть маховика, вращается на верхнем фланце установки. Между маховиком и фланцем имеются уплотняющие шарики. Вращение приводного двигателя передается маховику через балочку, связанную с вращающимся валом жестко, поэтому качания ротора демпфируются и практически не влияют на характер движения маховика. Вследствие неравномерного вращения ротора вал двигателя совершает относительно маховика угловые колебания, изгибая балочку и

изменяя сопротивления тензодатчиков, подключенных к тензоусилителю. На выходе усилителя создается напряжение, пропорциональное величине и частоте колебаний мгновенной скорости, т. е. ускорению ротора. Это напряжение используется для обратной связи на двигатель. Так как маховик, жестко прикрепленный к балочке, практически имеет одну степень свободы — поворот вокруг оси вращения, то колебания упругой системы маховик—

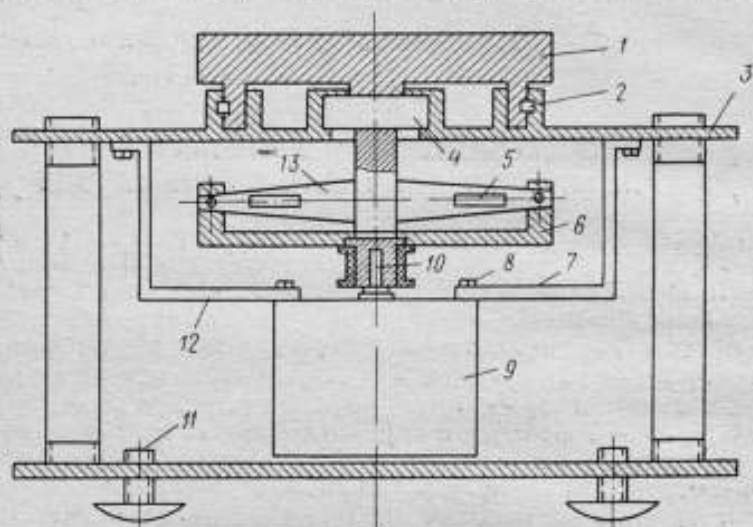


Рис. 1. Конструктивная схема вращающегося стола:

1 — маховик; 2 — направляющее кольцо; 3 — верхний и нижний фланцы; 4 — опорный подшипник; 5 — тензодатчик; 6 — держатель; 7 — кронштейн; 8 — болт; 9 — электродвигатель; 10 — вал электродвигателя; 11 — регулировочный винт; 12 — катушка; 13 — балочка

вал электродвигателя описываются неоднородным линейным дифференциальным уравнением второго порядка

$$J_c \frac{d^2\varphi}{dt^2} + c \frac{d\varphi}{dt} + k\varphi = M(t) = J_c \frac{d\omega(t)}{dt}. \quad (1)$$

Первый член этого уравнения выражает момент инерции, второй — момент сил сопротивления, третий — момент силы упругости балочки. Правая часть уравнения представляет собой внешний возмущающий момент, который может быть выражен аналитически.

Пользуясь разложением Фурье, негармонический момент $M(t)$, действующий на балочку, можно рассматривать как сумму гармонических составляющих. В этом случае уравнение (1) для одной гармонической составляющей с частотой ω примет вид

$$J_c \frac{d^2\varphi}{dt^2} + c \frac{d\varphi}{dt} + k\varphi = M_1 \sin \omega t, \quad (2)$$

где J_c и φ — момент инерции и угол поворота маховика (стола); c — коэффициент сопротивления, оказываемого балочке и маховику, при их перемещении в окружающей среде; M_1 — амплитуда основной гармоники момента, действующего на балочку; k — коэффициент упругости балочки. Одним из основных показателей системы вращающий стол—вал двигателя является частота собственных колебаний. Связь между этой величиной и параметрами вращающегося стола может быть выражена формулой

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E\omega g h_0 R_c}{2J_c \beta^3}},$$

где E — модуль упругости балочки, равный $2,00$ — $2,02 \cdot 10^6$ кг/см²; ω — момент сопротивления балочки у основания; h и l — толщина и длина балочки соответственно; R_c — радиус инерции стола маховика.

Как видно из формулы, на частоту собственных колебаний в большой степени влияет длина балочки, которую легко изменить, подбирая необходимые параметры вращающегося стола.

Минимальный диаметр стола определяется в зависимости от размещения на нем аттестуемых образцов угловых мер.

Динамический коэффициент установки λ характеризует инерционную погрешность передачи амплитуды динамического колебания электродвигателя и находится из выражения

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{(1 - \beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2}},$$

где $\beta = f_n/f_0$ — отношение частоты вынужденных и собственных колебаний; ξ — коэффициент затухания, определяемый через логарифмический декремент затухания собственных колебаний прибора

$$\xi = \frac{\theta}{\sqrt{\theta^2 + 4\pi^2}}.$$

Логарифмический декремент затухания колебаний стола может быть подсчитан по формуле

$$\theta = 2\ln(a_1 + a_2) - 2\ln(a_2 + a_3),$$

где a_1 , a_2 , a_3 — амплитуды первой, второй и третьей полуволн, определяемые из осциллограммы собственных колебаний (рис. 2).

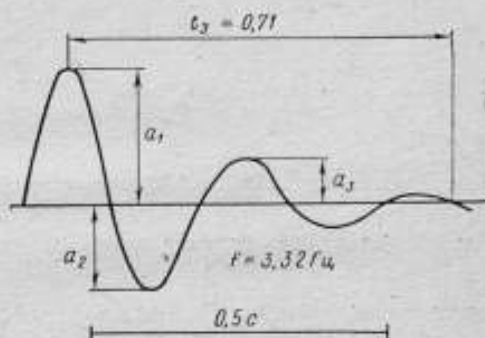


Рис. 2. Осциллограмма собственных колебаний

На рис. 3 показана амплитудно-частотная характеристика вращающегося стола, полученная при $\beta = 3,02$; $\xi = 0,38$; $f = 10$ Гц, $f_0 = 3,32$ Гц.

Благодаря примененной конструкции стола при частоте колебаний угловой скорости порядка 10 Гц, амплитуду этих колебаний

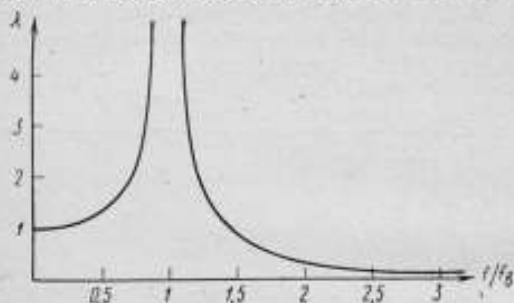


Рис. 3. Амплитудно-частотная характеристика вращающегося стола

удалось уменьшить в $\lambda = 2 \cdot 10^2$ раз.

Вращающийся стол предназначен для временной развертки угловых мер при приведении его во вращение посредством электродвигателей с частотой колебания скорости не ниже 10 Гц (наиболее распространенная частота колебаний микродвигателей с механиче-

ским редуктором). В связи с этим собственная частота колебаний вращающегося стола должна быть меньше в 3—10 раз, т. е. 3,3—1 Гц, при относительно малом времени затухания колебаний (0,6—1,0 с). Такие параметры стола достигаются выбором достаточно жесткой балочки и тяжелого маховика при оптимальном выполнении всех соединений узлов установки.

Собственная частота стола определяется экспериментально путем осциллографической записи колебаний, которые возникают вследствие обрыва груза, подвешенного к нити, охватывающей стол (маховик) и изгибающей балочку, при заторможенном роторе электродвигателя.

Градуировка стола производится путем нахождения зависимости тока на выходе тензоусилителя, либо отклонения луча-осциллографа или показания цифрового вольтметра от величины угла в минутах (рис. 4).

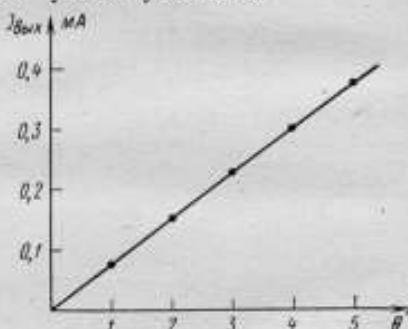


Рис. 4. Осциллограмма градуировки стола

Статическая градуировка легко осуществляется путем поворота маховика на разную величину, определяемую автоколлиматором визуально в зависимости от тока тензоусилителя или отклонения луча осциллографа.

Сопrotivления тензодатчиков определялись образцовым мостом с погрешностью $10^{-3}\%$. Тензоусилитель ИДД-4м был усовершенствован и дополнен двумя каскадами усиления. Генера-

торы несущей частоты тензоусилителя изготавливались с применением кварца. Выход тензомоста был подключен к образцовому ламповому вольтметру ВЗ-9 с погрешностью 0,2%.

Суммарная погрешность измерения ускорения не превышала 2,5%.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кикачешвили В. Я. Измерение ускорения синхронных машин средней мощности. Труды ГПИ им. В. И. Ленина, № 7/105, 1965.
2. Зедгинидзе Г. П. Измерения температуры во вращающихся деталях машин. Машгиз, 1962.
3. Раевский Н. П. Методы экспериментального исследования механических параметров машин. Изд. АН СССР, 1959.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

В. М. СУББОТИН

Пермский политехнический институт

ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИЕ УГЛОВЫЕ АКСЕЛЕРОМЕТРЫ

Рассматриваемые здесь принципиальные схемы угловых акселерометров позволяют получить первую производную углового ускорения, а также увеличить полосу пропускания и повысить чувствительность прибора, что имеет большое значение для улучшения динамических свойств регулируемого объекта при использовании прибора в системе регулирования [1].

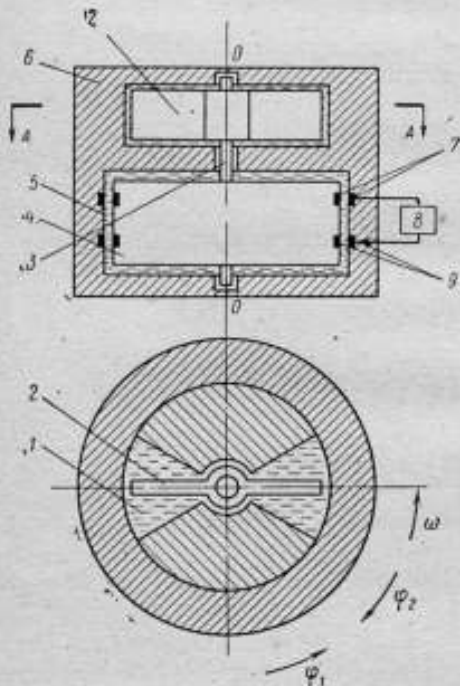


Рис. 1 Принципиальная схема дифференцирующего углового акселерометра

При движении корпуса 6 вокруг оси 00 с угловым ускорением $\dot{\omega}$ скорость $\dot{\psi}_2$ ротора 4 является функцией $d\dot{\omega}/dt$. Лопастни 2 за счет $\dot{\psi}_2$ создадут в камере 1 перепад давлений P . Угол поворота ψ_1 лопастей 2 относительно ротора 4 будет про-

Принципиальная схема прибора представлена на рис. 1. В корпусе 6, заполненном жидкостью 5, установлен чувствительный элемент в виде цилиндрического ротора 4, связанного через торсион 3 с демпфирующими лопастями 2, помещенными в жидкость дополнительной камеры 1. Ротор 4 поворачивается вокруг оси 00 и удерживается в нейтральном положении относительно корпуса 6 с помощью электрической пружины, состоящей из преобразователя угла 7, усилителя 8 и преобразователя момента 9.

При движении корпуса 6

порционален P , а следовательно, и производной углового ускорения. От углового положения ψ_2 зависит также момент инерции и угловая жесткость пружины, а следовательно, и собственная частота подвижной системы акселерометра.

В динамическом режиме к чувствительному элементу прикладывается дополнительный упругий момент от лопастей 2 через торсион 3, что повышает частоту собственных колебаний прибора.

Составим уравнения движения прибора. Пользуясь методом кинестатики, в случае демпфирования ротора 4 только за счет лопастей 2, получим уравнения движения лопастей 2 и ротора 4

$$J_1(\ddot{\psi}_2 - \ddot{\psi}_1) + M - C_1\psi_1 = J_{10}\dot{\omega} - M_1; \quad (1)$$

$$J_2\ddot{\psi}_2 + C_2\psi_2 + C_1\psi_1 = J_2\dot{\omega} - M_2, \quad (2)$$

где J_1 и J_2 — осевые моменты инерции лопастей 2 и ротора 4; C_1 и C_2 — угловая жесткость торсиона 3 и электрической пружины соответственно; J_{10} — момент инерции от остаточного веса лопастей 2, погруженных в жидкость; M — момент, приложенный к лопастям за счет P ; M_1 и M_2 — вредные моменты, приложенные к лопастям 2 и чувствительному элементу.

Подставив в (2) значение $C_1\psi_1$ из (1), получим

$$J_2\ddot{\psi}_2 + C_2\psi_2 + J_1(\ddot{\psi}_2 - \ddot{\psi}_1) + M = (J_2 + J_{10})\dot{\omega} - (M_1 - M_2). \quad (3)$$

Так как $\psi_1 < \psi_2$ ($\psi_1 = \psi_2$ при $C_1 = 0$ и $\psi_1 = 0$ при $C_1 \rightarrow \infty$) и $J_{10} < J_1$, то, пренебрегая членами более высокого порядка малости уравнения (3) при $J_2 \gg J_1$, вместо системы уравнений (1) и (2) получим

$$J_2\ddot{\psi}_2 + C_2\psi_2 + M = J_2\dot{\omega} - (M_1 + M_2); \quad (4)$$

$$C_1\psi_1 = M + M_1. \quad (5)$$

Найдем M

$$M = 2 \int_{R_1}^{R_2} PhR dR = h(R_2^2 - R_1^2)P, \quad (6)$$

где h , R , R_1 , R_2 — размеры в соответствии с рис. 2. Подставляя (6) в (4) и (5), получим систему двух уравнения, связывающих переменные ψ_1 , ψ_2 и P .

Третьим уравнением будет уравнение расходов жидкости в системе лопастного демпфера

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5, \quad (7)$$

где Q , Q_1 , Q_2 , Q_3 , Q_4 , Q_5 — расходы жидкости за счет перемещения лопасти через щели I, II, III, IV и дополнительный капилляр I.

Расход Q равен

$$Q = \int_{R_1}^{R_2} hR(\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1) dR = \frac{1}{2} h (R_2^2 - R_1^2) (\dot{\psi}_2 - \dot{\psi}_1); \quad (8)$$

Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 найдем по формуле

$$Q_i = \frac{1}{12} \cdot \frac{b_i \delta_i^3}{\mu l_i} P \pm \frac{1}{2} u_0 b_i \delta_i, \quad (9)$$

где $i = 1, 2, 3, 4$; μ — динамическая вязкость жидкости; l_i — длина щели в направлении течения жидкости; b_i и δ_i — ширина и зазор щели соответственно; u_0 — линейная скорость участка лопасти, прилегающего к щели.

По формуле Пуазейля [3]

$$Q_5 = \frac{\pi r^4}{8\mu l} P, \quad (10)$$

где r и l — радиус и длина капилляра δ .

Из системы уравнений (4), (5), (7) с учетом (6), (8) и (9) получим передаточные функции прибора:

$$W_1(p) = \frac{\Psi_1(p)}{\omega(p)} = \frac{a_0}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1}; \quad (11)$$

$$W_2(p) = \frac{\Psi_2(p)}{\omega(p)} = \frac{a_0 p + a_1}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1}; \quad (12)$$

$$\begin{aligned} W_3(p) &= \frac{\Psi_3(p)}{\omega(p)} = \frac{a_1}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + 1} = \\ &= \frac{a_1}{(T_1 p + 1)(T_2^2 p^2 + 2T_2 \xi p + 1)}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\Psi_3 = \Psi_2 - \Psi_1$ — угол поворота лопастей относительно корпуса прибора;

$$a_0 = T_1 T_2^2 = \frac{J_2}{C_2} \cdot \frac{k_2}{C_1}; \quad (14)$$

$$a_1 = T_2^2 + 2T_1 T_2 \xi = \frac{J_2}{C_2}; \quad (15)$$

$$a_2 = T_1 + 2T_2 \xi = k_A \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right); \quad (16)$$

$$k_A = \frac{2h}{\nu} (R_2 - R_1)^2 (R_2 + R_1) [(R_2 + R_1)(h + \delta) + h\delta];$$

$$\nu = \frac{\delta^3}{3\mu} \left[\frac{h + 2(R_2^2 - R_1^2)}{a} + \frac{h}{R_1 a} \right] + \frac{\pi r^4}{2\mu l},$$

где α , a , δ — размеры согласно рис. 2. Из (11), (12) и (13) следует, что ψ_1 — функция первой производной углового ускорения; ψ_2 — функция суммы сигналов углового ускорения и его первая производная, причем при $a_0\rho \ll 1$, ψ_2 можно считать функцией углового ускорения; ψ_3 — функция углового ускорения.

При заданных характеристиках прибора по (11), (12) и (13) нетрудно найти требуемые значения a_0 , a_1 , a_2 , а затем по (14),

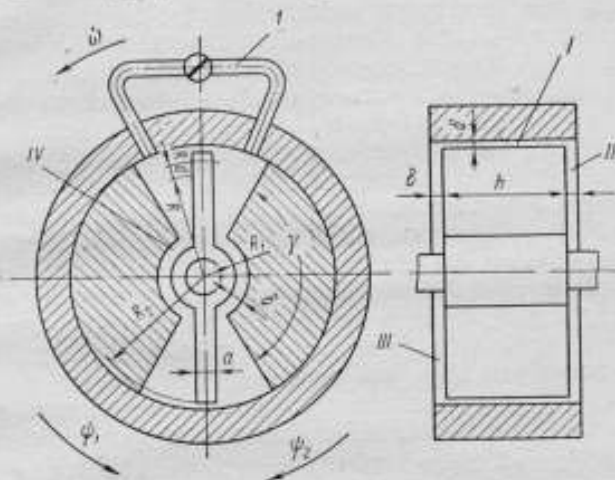


Рис. 2. Вид акселерометра по АА

(15) и (16) вычислить искомые параметры прибора. Для этого (14), (15) и (16) можно представить в виде

$$C_2 = \frac{J_2}{a_1};$$

$$k_d = \left(\frac{a_2}{a_1} - \frac{a_0}{a_1^2} \right) J_2;$$

$$C_1 = \frac{a_1}{a_0} k_d.$$

т. е. задавшись J , найдем остальные параметры.

По вычисленным k_d и J_2 нетрудно найти соответствующие конструктивные параметры прибора и параметры жидкости.

Проведем сравнительную оценку чувствительности прибора по ускорению с обычным акселерометром инерционного типа. Коэффициент увеличения чувствительности [2]

$$\eta = \frac{a_1}{T^2} = \frac{T_2^2 + 2T_1T_2\xi}{T^2},$$

где T — постоянная времени обычного акселерометра инерционного типа.

При $T_1 = T_2 = T$ получим

$$\eta = 1 + 2\xi,$$

т. е. чувствительность по ускорению рассматриваемого прибора может быть выше чувствительности обычного акселерометра инерционного типа в 1—2 раза. Можно показать еще одно преимущество рассматриваемой схемы при необходимости создания прибора с резко ограниченной полосой пропускания. Асимптотические логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ) обычных инерционных угловых акселерометров без учета погрешностей электрических элементов прибора являются характеристиками звена 2-го порядка с крутизной характеристики в 40 дБ на декаду. Иными словами, требуемая полоса пропускания частот может быть ограничена спадом ЛАЧХ в 40 дБ. Рассматриваемая схема прибора при J_1 , соизмеримо с J_2 , позволяет получить ЛАЧХ с крутизной характеристики в 80 дБ на декаду и тем самым более резко ограничить полосу пропускания прибора.

На чувствительность прибора по производной ускорения, согласно (11) и (14), оказывает существенное влияние величина k_{κ}/C_1 , увеличение которой может привести к ухудшению динамики прибора. К ротору, кроме инерционного момента $J_2\omega$, прикладывается момент $k\phi_1$, вызванный положительной обратной связью по угловому отклонению демпфирующих лопастей. В результате изменяется коэффициент a_2

$$a_2 = k_{\kappa} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} - \frac{k}{C_1 C_2} \right).$$

Таким образом, появляется возможность повышения чувствительности прибора при сохранении требуемой динамики. При этом из условия устойчивости прибора по Гурвицу необходимо, чтобы

$$k < C_1 + C_2$$

и

$$k < k_{\kappa} J_2.$$

Сигнал первой производной углового ускорения позволяет получить угловой акселерометр с интегрально-позиционной обратной связью [3], принципиальная схема которого представлена на рис. 3.

Согласно [3], передаточные функции прибора равны

$$\begin{aligned}
 W_4(p) &= \frac{q_1(p)}{\dot{\omega}(p)} = \frac{a'_5}{a'_0 p^3 + a'_1 p^2 + a'_2 p + 1}; \\
 W_6(p) &= \frac{q_2(p)}{\dot{\omega}(p)} = \frac{a'_6}{a'_0 p^3 + a'_1 p^2 + a'_2 p + 1}; \\
 \left. \begin{aligned}
 a'_0 &= \frac{J}{k_{\text{пУ}} k_{\text{н}} k_{\text{пМ}}}; & a'_1 &= \frac{k_{\text{д}}}{k_{\text{пУ}} k_{\text{н}} k_2 k_{\text{пМ}}}; \\
 a'_2 &= \frac{k_{\text{у1}}}{k_2 k_{\text{н}}}; & a'_5 &= \frac{J}{k_2 k_{\text{пМ}}}; & a'_6 &= a'_2 \frac{J}{k_{\text{пМ}}},
 \end{aligned} \right\} (17)
 \end{aligned}$$

где $k_{\text{д}}$ — коэффициент демпфирования чувствительного элемента; $k_{\text{пУ}}$ — крутизна преобразователя угла; $k_{\text{н}}$ — коэффициент инте-

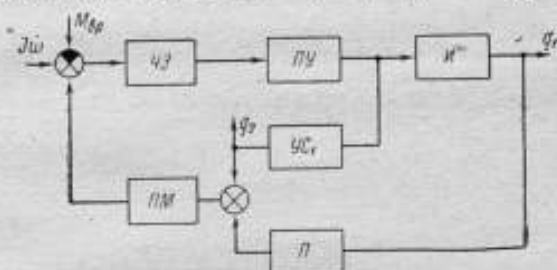


Рис. 3. Принципиальная схема акселерометра с интегрально-положительной обратной связью

ЧЭ — чувствительный элемент; ПУ — преобразователь угла отклонения чувствительного элемента от нейтрального положения; УС₁, ПМ и И — усилитель, преобразователь момента и интегратор; П — промежуточный элемент (усилительное звено).

грирования; k_2 и $k_{\text{у1}}$ — коэффициент усиления промежуточного элемента и усилителя; $k_{\text{пМ}}$ — крутизна преобразователя момента.

Коэффициенты a'_0 , a'_1 , a'_2 характеризуют динамику прибора, а коэффициенты a'_5 и a'_6 — чувствительность по угловому ускорению и его первой производной соответственно.

При заданных a'_0 , a'_1 , a'_2 , a'_5 , a'_6 из (28) получим следующие соотношения для выбора параметров прибора:

$$\left. \begin{aligned}
 J &= \frac{a'_6}{a'_2} k_{\text{пМ}}; & k_2 &= \frac{a'_6 a'_6}{a'_2}; \\
 k_{\text{н}} &= \frac{a'_0}{a'_5} \cdot \frac{1}{k_{\text{пМ}}}; & k_{\text{у1}} &= a'_0 a'_5 \frac{1}{k_{\text{пМ}}};
 \end{aligned} \right\} (18)$$

откуда видим, что k_2 определяется однозначно, а задаваясь различными $k_{\text{пМ}}$ и $k_{\text{пУ}}$, можно получать различные, удовлетворяющие заданным требованиям значения J , $k_{\text{н}}$, $k_{\text{у1}}$.

Как видно из сравнения рассматриваемых схем, на погрешности акселерометра с интегрально-позиционной обратной связью будут оказывать влияние погрешности интегрирования. При проектировании необходимо учитывать длительность работы прибора и накопленную за это время погрешность. Положительным фактором является отсутствие жесткой взаимосвязи между частотными свойствами и чувствительностью прибора, что позволяет расширить полосу пропускания прибора. К недостаткам первой схемы следует отнести необходимость применения жидкостных приборов. Положительным является то, что характеристики прибора значительно меньше зависят от продолжительности непрерывной работы, чем у акселерометра с интегрально-позиционной обратной связью, и что во многих случаях может быть решающим при выборе схемы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Павлов В. А., Понырко С. А., Хованский Ю. М. Стабилизация летательных аппаратов и автопилоты. «Высшая школа», 1964.
2. Субботин В. М., Кузнецов Ю. И. Гидравлический датчик угловых ускорений. Изв. вузов СССР, «Приборостроение», т. X, № 8, 1967.
3. Субботин В. М. Дифференцирующий датчик угловых ускорений. Сб. научных трудов № 92. «Приборостроение». Изд. Пермского политехнического института, 1956.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

И. В. ПАВЛОВ

ЛЭТИ

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ КОРРЕКЦИИ АСТАТИЧЕСКИХ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

Точность работы гироскопических приборов определяется величиной методических и инструментальных погрешностей. Первые носят закономерный характер и могут быть скомпенсированы или учтены в виде поправок к показаниям прибора. Инструментальные же погрешности носят случайный характер, зависят от многих причин и поэтому принципиально не могут быть учтены заранее. Обычно для снижения этих погрешностей либо увеличивают кинетический момент гироскопа, либо ужесточают допуски на обработку деталей и узлов приборов. Однако оба пути приводят к усложнению конструкции или к существенному удорожанию всего прибора. В связи с этим практический интерес представляет исследование возможности схемного повышения точности работы гироскопических приборов.

При отсутствии априорной информации о внешних моментах задачу повышения точности работы гироскопических систем принципиально можно решать методами теории инвариантности.

Обратимся к астатической гироскопической системе, движение которой запишем в форме Томсона и Тета [1,5],

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} = H \sum_{j=1}^s g_{jk} \dot{q}_j + M_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots, s, \quad (1)$$

где q_k, q_j — обобщенные координаты системы; $T = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s \sum_{j=1}^s a_{kj} \dot{q}_k \dot{q}_j$ ($a_{kj} = a_{jk}$) — положительная квадратичная форма относительно скоростей \dot{q} (кинетическая энергия системы); H — кинетический момент системы (предполагаем, что T, M_k, q_{jk} не зависят от параметра H); g_{jk} — кососимметричная матрица гироскопических моментов.

скопических коэффициентов; M_k — внешние возмущающие моменты, независимые явным образом от координат системы и их производных.

При постоянных значениях коэффициентов a_{kj} система дифференциальных уравнений принимает вид

$$\sum_{j=1}^s (a_{kj}\ddot{q}_j + Hg_{kj}\dot{q}_j) = M_k, \quad (k=1, 2, 3, \dots, s). \quad (2)$$

Интегрируя систему уравнений (2) по времени, получим

$$\sum_{j=1}^s (a_{kj}\dot{q}_j + Hg_{kj}q_j) + C_k = \int M_k dt, \quad (k=1, 2, 3, \dots, s). \quad (3)$$

Здесь C_k — постоянные интегрирования, определяемые равенством

$$C_k = - \sum_{j=1}^s (a_{kj}\dot{q}_{j0} + Hg_{kj}q_{j0}) + F_{k0}, \quad (4)$$

где

$$F_k = \int M_k dt; \quad F_{k0} = F_k/t = 0.$$

Новые переменные $x_j = q_j - \alpha_j$ (α_j — некоторые постоянные) позволяют перейти от (3) к следующей системе уравнений:

$$\sum_{j=1}^s (a_{kj}\dot{x}_j + Hg_{kj}x_j) = F_k, \quad (k=1, 2, 3, \dots, s) \quad (5)$$

при условии, что

$$H \sum_{j=1}^s g_{kj}\alpha_j + F_{k0} = C_k. \quad (6)$$

Система линейных уравнений (6) имеет решение, так как определитель ее $|g_{kj}| \neq 0$. В противном случае движение рассматриваемой гироскопической системы будет неустойчивым [5].

Систему дифференциальных уравнений (5) можно записать в символической форме

$$\sum_{j=1}^s (a_{kj}D + Hg_{kj})x_j = F_k. \quad (7)$$

Отсюда

$$x_j = \frac{\sum_{k=1}^s A_{kj}F_k}{|a_{kj}D + Hg_{kj}|}, \quad (j=1, 2, \dots, s), \quad (8)$$

где A_{kj} — адьюнкты определителей системы (7)

На основании критерия инвариантности Щипанова—Лузина [4] координата x_j не зависит от возмущения F_k , если соответствующие адьюнкты определителя системы (7) будут тождественно

равны нулю. При этом соответствующие адьюнкты кососимметричной матрицы гироскопических коэффициентов $\|g_{kj}\|$ также должны быть равны нулю. Следовательно:

1. Выполнение условия инвариантности прецессионного движения по координате x_j от возмущения с тем же индексом F_j осуществляется соответствующим выбором только коэффициентов квадратичной формы T и не зависит от вида гироскопических коэффициентов g_{kj} . Действительно, так как определитель кососимметричной матрицы гироскопических коэффициентов $|g_{kj}| \neq 0$, то адьюнкт диагонального элемента этого определителя является также кососимметричным определителем нечетного порядка.

2. При обеспечении инвариантности некоторой координаты x_j от внешнего возмущения F_k автоматически выполняется инвариантность координаты x_k от возмущения F_j . Так, при выполнении условий $A_{kj} = 0$ имеем $G_{kj}^a = 0$, (A_{kj} и G_{kj}^a — адьюнкты матриц $\|a_{kj}\|$ и $\|g_{kj}\|$), то можно записать

$$A_{jk} = A_{kj} = \tilde{A}_{kj} = 0; \quad G_{kj}^a = (-1) \tilde{G}_{kj}^a = (-1) G_{jk}^a = 0,$$

где \tilde{A}_{kj} , \tilde{G}_{kj}^a — транспонированные определители.

3. При выполнении условий инвариантности для координаты x_j от внешнего возмущения F_k достигается инвариантность координаты q_j от внешнего возмущения Q_k с точностью до величины постоянной интегрирования C_k .

4. Требование создания абсолютно инвариантной астатической гиросистемы приводит к потере устойчивости, так как в этом случае $|g_{kj}| = 0$.

5. В гироскопической системе с двумя определяющими координатами $s = 2$ (например, астатический гироскоп) невозможно обеспечить перекрестную инвариантность (инвариантность прецессионного движения) на основании требования критерия Щипанова — Лузина, так как определитель гироскопических коэффициентов равен 0, что равносильно $H = 0$.

6. Из решения (8) следует, что при $H \rightarrow \infty$ астатическая гироскопическая система становится полиинвариантной к внешним возмущениям по прецессионному движению.

Очевидно, что для получения астатических гироскопических систем, инвариантных к внешним возмущениям, недостаточно ограничиваться выбором параметров прибора, а необходимо вводить добавочные каналы распространения внешних возмущений. В связи с тем, что в настоящее время нет способов непосредственного замера возмущающих моментов, приходится искать косвенные. Возможным источником косвенной информации о величине возмущающих моментов является амплитуда нутационных колебаний гироскопической системы [2]. Действительно, из выражения (4) видно, что постоянные интегрирования являются функцией возмущающих моментов, следовательно, амплитуда нутационных

колебаний также является функцией внешних моментов [3]. Поэтому, измеряя амплитуду нутационных колебаний, можно определить величину вредных моментов, действующих по осям карданового подвеса астатического гироскопа, и, следовательно, компенсировать их. Для замера параметров нутационных колебаний можно использовать угловые акселерометры, расположенные на внутреннем кольце карданового подвеса.

В качестве примера рассмотрим возможность построения указанной системы коррекции для астатического гироскопа, движение которого описывается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} J_n \ddot{\alpha} - H \dot{\beta} &= M_n; \\ J_n \ddot{\beta} + H \dot{\alpha} &= M_n, \end{aligned} \quad (9)$$

где J_n и J_n — моменты инерции гироскопа относительно наружной и внутренней осей карданового подвеса; α , β — угловые скорости вращения гироскопов относительно инерциальной системы координат.

При постоянных значениях внешних моментов и нулевых начальных условиях решение системы дифференциальных уравнений (9) принимает вид

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{\sqrt{J_n J_n} M_n}{H^2} \sin nt - \frac{J_n M_n}{H^2} \cos nt + \\ &\quad + \frac{J_n M_n}{H^2} + \frac{M_n}{H} t; \\ \beta &= -\frac{J_n M_n}{H^2} \cos nt + \frac{\sqrt{J_n J_n} M_n}{H^2} \sin nt + \\ &\quad + \frac{J_n M_n}{H^2} - \frac{M_n}{H} t. \end{aligned}$$

Два угловых акселерометра, расположенные на внутреннем кардановом кольце и ориентированные по осям карданового подвеса, реагируют на угловые ускорения

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} &= -\frac{M_n}{\sqrt{J_n J_n}} \sin nt - \frac{M_n}{J_n} \cos nt; \\ \ddot{\beta} &= -\frac{M_n}{J_n} \cos nt + \frac{M_n}{\sqrt{J_n J_n}} \sin nt. \end{aligned} \quad (10)$$

Следовательно, снимаемые с них сигналы будут пропорциональны моментам M_n и M_n , так как согласно уравнениям их движения

$$\delta_1 + \frac{f_1}{J_1} \delta_1 + \frac{k_1}{J_1} \delta_1 = \ddot{\alpha}; \quad (11)$$

$$\delta_2 + \frac{f_2}{J_2} \delta_2 + \frac{k_2}{J_2} \delta_2 = \ddot{\beta}. \quad (12)$$

Уравнения (10), (11) и (12) позволяют вычислить значения вредных моментов M_n и $M_{n'}$.

В общем случае при пропорциональном изменении моментов внешних сил можно построить систему коррекции, используя метод обратных операторов [6] для уравнений (9), (11) и (12).

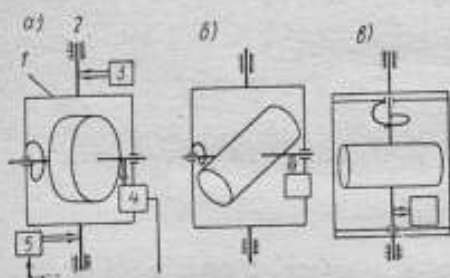
ЛИТЕРАТУРА

1. Граммель Р. Гироскоп, его теория и применение. Изд-во иностр. лит., 1952.
2. Демиденко В. П. К вопросу применения систем самонастройки в гироскопах направления. Известия вузов СССР. «Приборостроение», № 1, 1969.
3. Зубов В. И. Аналитическая динамика гироскопических систем. «Судо-строение», 1970.
4. Кухтенко А. И. Проблемы инвариантности в автоматике. ГИТТЛ, Киев, 1963.
5. Меркин Д. Р. Гироскопические системы. ГИТТЛ, 1956.
6. Пухов Г. Е., Жук К. Д. Синтез многосвязных систем управления. Киев, «Наукова думка», 1966.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ НАПРАВЛЕНИЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ С ПОМОЩЬЮ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

В навигации и управлении различного рода транспортными средствами часто возникает задача определения направления угловой скорости, в частности, направления горизонтальной составляющей скорости вращения Земли Ω_1 (определение меридиана), направления орбитальной скорости и т. п. При построении систем, предназначенных для решения указанных задач, в качестве чувствительных элементов обычно используются гироскопы. Вместе с тем малые габариты, вес и уровень потребляемой энергии, быстродействие, а также высокая надежность, связанная с отсутствием быстровращающихся частей, позволяют рассматривать



Схемы указателей направления вектора угловой скорости

угловые акселерометры как перспективные элементы схем указателей направлений угловой скорости. При этом большой практический интерес представляют схемы, обеспечивающие требуемую точность при использовании угловых акселерометров с реальными характеристиками. Рассмотрим несколько таких схем, работающих на неподвижном относительно Земли основании. Одна из схем ранее рассмотрена в [1].

Корпус 1 углового акселерометра с горизонтальной осью чувствительности снабжен вертикальной осью 2 (см. рисунок). Подвижная часть акселерометра динамически уравновешена. С помощью двигателя 3 корпусу 1 относительно оси 2 задаются малые угловые колебания с круговой частотой ω_1 , амплитудой ψ_{\max} и фазой φ_0 .

$$\psi = \psi_{\max} \sin(\omega_1 t + \varphi_0).$$

Шаговый двигатель 5 поворачивает корпус в горизонтальной плоскости на величину $\Delta\psi$ по сигналу, пропорциональному амплитуде первой гармоники. Преобразователь 4 служит для съема выходного сигнала акселерометра. С целью увеличения амплитуды выходного сигнала и фильтрации высших гармоник частота ω_1 выбирается близкой к собственной частоте акселерометра.

Пусть в начальном положении ось чувствительности акселерометра составляет с плоскостью меридиана азимутальный угол ψ . В этом случае проекция p вектора Ω_1 на ось чувствительности акселерометра равна

$$p = \Omega_1 \cos [\psi + \psi_{\max} \sin (\omega_1 t + \varphi_0)],$$

а угловое ускорение

$$\varepsilon = -\Omega_1 \psi_{\max} \omega_1 \cos (\omega_1 t + \varphi_0) \sin [\psi + \psi_{\max} \sin (\omega_1 t + \varphi_0)].$$

При малом значении амплитуды ψ_{\max}

$$\varepsilon = -\Omega_1 \psi_{\max} \omega_1 \sin \psi \cos (\omega_1 t + \varphi_0) - \frac{1}{2} \Omega_1 \psi_{\max}^2 \omega_1 \cos \psi \sin 2 \times \\ \times (\omega_1 t + \varphi_0).$$

Таким образом, при $\psi = 0$ выходной сигнал акселерометра не содержит первой гармоники, а при $\psi = \pi/2$ — второй. Однако вследствие малости ψ_{\max} амплитуда первой гармоники значительно больше второй. Поэтому при автоматическом поиске меридиана режим приведения оси чувствительности углового акселерометра в плоскость меридиана более предпочтителен. Пусть движение подвижной части акселерометра описывается уравнением

$$\ddot{\alpha} + 2h\dot{\alpha} + \omega_0^2 \alpha = \varepsilon + \frac{M}{J},$$

где α — угол поворота подвижной части; $2h$ — величина, характеризующая демпфирование; ω_0 — собственная частота; M — неконтролируемый момент в оси подвеса; J — момент инерции подвижной части. Тогда в момент остановки двигателя 5 амплитуда первой гармоники выходного сигнала акселерометра при $\omega_1 = \omega_0$ пропорциональна величине [1]

$$\alpha_{\max} = \frac{-\Omega_1 \psi_{\max} \sin \psi}{2h}.$$

Следовательно, при малых значениях ψ движение оси чувствительности описывается разностным уравнением

$$\Delta\psi_{(n)} + k \frac{\Omega_1 \psi_{\max}}{2h} \psi_{(n)} = 0,$$

где k — коэффициент.

Решение этого уравнения имеет вид

$$\psi_{(n)} = \psi_0 \left(-\frac{k\Omega_1 \psi_{\max}}{2h} + 1 \right)^n.$$

На точность определения меридиана с помощью этой схемы не влияет постоянный неконтролируемый момент M .

Рассмотрим две схемы, основанные на использовании угловых акселерометров с динамически неуравновешенными подвижными частями. Особенностью их работы является то, что съём выходного сигнала акселерометра осуществляется при неподвижном его корпусе.

В схеме, представленной на рисунке б, ось подвеса подвижной части горизонтальна и совпадает с главной осью инерции, относительно которой момент инерции максимален. Если ось подвеса в установившемся состоянии составляет с плоскостью меридиана угол ψ , а угол α поворота подвижной части мал, то из известного уравнения Эйлера [2] следует

$$\Delta J (\Omega_1 \sin \psi + \Omega_2 \alpha) (\Omega_2 - \Omega_1 \alpha \sin \psi) = k_1 \alpha + M,$$

где ΔJ — разность моментов инерции; Ω_2 — вертикальная составляющая скорости вращения Земли; k_1 — коэффициент.

Из приведенного равенства после пренебрежения величинами второго порядка малости получим

$$\alpha = \frac{\Omega_1 \Omega_2 \sin \psi - M}{k + \Omega_2^2 - \Omega_1^2 \sin^2 \psi}.$$

Таким образом, функция $\alpha(\psi)$ четная относительно точки $\psi = \pi/2$. Это позволяет определить положение плоскости первого вертикала при условии, что априорная информация относительно Ω_1 , Ω_2 , k и M неполная.

Соответственно для схемы, показанной на рисунке в, имеем

$$\alpha = \frac{\frac{1}{2} \Omega_1^2 \sin 2\psi - M}{k},$$

если ψ — азимут главной оси инерции подвижной части.

В данном случае функция $\alpha(\psi)$ также четная относительно точки $\psi = \pi/2$, что позволяет исключить влияние систематических погрешностей определения k и M на точность нахождения меридиана.

В заключение отметим, что величина выходного сигнала первой схемы на несколько порядков больше сигналов двух рассмотренных статических схем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов В. А. Определение направления меридиана с помощью датчика угловых ускорений. Известия вузов СССР. (Приборостроение), 1972, № 4.
2. Невзглядов В. Г. Теоретическая механика. Физматгиз, 1959.

Поступила в редакцию
24.09.1971 г.

Ю. Н. ОСИПОВ, А. И. ФЕФЕР

МИРЭА

ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ НА ТОЧНОСТЬ УГЛОВОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА

При проектировании преобразователей линейных и угловых ускорений, преобразователей угловых скоростей и т. п. необходимо оценить зависимость их точности от целого ряда факторов: внешних возмущений (помехи, вибрации, механические воздействия), отклонения параметров элементов приборов от номинальных, изменения структуры системы при возникновении случайных отказов ее элементов и т. п.

Большое значение имеет исследование точности прибора, обусловленной отклонением параметров элементов. В качестве критерия точности авторы рассматривали вероятность попадания выходного параметра прибора в заданную область, а для решения задачи использовали метод статистических испытаний.

Пусть для определения выходной погрешности преобразователя следует решить систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, a_1, a_2, \dots, a_m, F_1, F_2, \dots, F_p, t);$$

$$x_i(0) = x_i^0 \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где $x_i(t)$ — выходные параметры преобразователя; x_i^0 — начальные условия; a_j ($j = 1, 2, \dots, m$) — случайные параметры элементов прибора; $F_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, p$) — случайные возмущения, которые будем предполагать стационарными.

Известно, что стационарную случайную функцию можно представить либо в виде канонического разложения, либо в виде нелинейной стационарной функции [1]. Последнее представление особенно удобно при применении вычислительных машин для решения системы (1). Представив случайную функцию в виде

$$F_k(t) = V_1 \cos \omega t + V_2 \sin \omega t,$$

где V_1, V_2, ω — независимые случайные величины. В дальнейшем вместо (1) будем рассматривать систему, которая описывается дифференциальными уравнениями

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, a_1, a_2, \dots, a_N, t); \quad x_i(0) = x_i^0 \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2)$$

включая в число случайных параметров a_j и случайные возмущения $F_k(t)$.

Пусть

$$x_i(t) = x_i(t, x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0, a_1, a_2, \dots, a_N) \quad (3)$$

представляет собой решение системы (2). Допустим, что параметры ее элементов a_j изменяются следующим образом:

$$a_j = \tilde{a}_j \left(1 + \frac{\Delta a_j^{\max}}{\tilde{a}_j} \alpha_j \right), \quad (j = 1, 2, \dots, N), \quad (4)$$

где \tilde{a}_j — расчетные значения параметров; Δa_j^{\max} — максимальные значения погрешностей, обусловленных отклонением параметров элементов; α_j — случайные числа, подчиняющиеся законам распределения погрешностей. Пусть при $a_j = \tilde{a}_j$, т. е. при расчетных значениях параметров, выходные параметры преобразователя

$$\tilde{x}_i = \tilde{x}_i(t, x_i^0, a_j). \quad (5)$$

С помощью (5) по известным расчетным значениям параметров \tilde{a}_j можно вычислить выходную погрешность преобразователя. Эта же формула позволяет решить и обратную задачу: задавшись максимальной величиной выходной погрешности преобразователя $x_{i \max}$, можно найти необходимые значения параметров \tilde{a}_j .

Однако в реальных условиях значения параметров системы a_j не всегда равны расчетным \tilde{a}_j ; например, при допустимом отклонении параметров элементов. Тогда действительная выходная погрешность преобразователя может быть не равна расчетной. Оценим выходную погрешность системы, приняв, что допустимое отклонение больше или равно действительному, т. е.

$$H_p = P[\tilde{x}_i \geq x_i]. \quad (6)$$

Пусть a_j — случайные величины и их плотности распределения подчиняются законам распределения погрешностей. Обработка статистического материала показала, что их математические ожидания равны \tilde{a}_j . На основе известных значений математических ожиданий \tilde{a}_j по формуле (5) определим расчетные значения выходной погрешности x_i . Применяв метод статистического моделирования и используя таблицу случайных чисел для α_j , по формуле (4) находим величины a_j , задаваясь максимальными значениями погрешностей Δa_j^{\max} . Затем по формуле (3), используя данные ста-

статистического моделирования, вычислим действительные значения погрешности x_i . Сравнение каждого полученного значения x_i с расчетным \tilde{x}_i позволяет установить количество случаев, когда выполняется условие $\tilde{x}_i \geq x_i$, т. е. когда выходная погрешность системы находится в заданной области. Вероятность того, что выходная погрешность укладывается в заданную область, определяется как

$$P = \frac{k}{N}, \quad (7)$$

где k — количество случаев в процессе статистического моделирования, когда условие $\tilde{x}_i \geq x_i$ выполняется; N — число испытаний в процессе статистического моделирования.

Задаваясь областью допустимого отклонения параметров преобразователя Δa_j^{\max} , по формуле (7) можно найти вероятность того, что в процессе работы системы вследствие допустимого отклонения параметров элементов выходной параметр не будет выходить за заданные пределы. Можно решить и обратную задачу: задаваясь вероятностью (7), можно определить область допусков для параметров преобразователя. Таким образом, точностный критерий в сформулированном виде определяет вероятность попадания выходного параметра прибора в заданную область, определяемую техническими нормами разработки. Следует заметить, что если число N в выражении (7) достаточно велико, то при практически произвольных законах распределения величин α_j суммарный закон распределения a_j будет нормальным, если только составляющие рассеивания по величине достаточно однородны. Допущение о возможности использовать нормальный закон распределения при анализе выходной погрешности прибора или системы существенно облегчает решение задачи.

Рассмотрим пример. Дифференциальное уравнение преобразователя угловых ускорений может быть представлено в виде (2)

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_0\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = \omega(t)\omega_0^2, \quad (8)$$

где θ — выходной параметр преобразователя; ζ и ω_0 — показатель затухания и собственная частота прибора соответственно; $\omega(t)$ — измеряемое угловое ускорение. Основные характеристики углового акселерометра: момент инерции подвижной части, угловая жесткость пружины, коэффициент демпфирования и другие — связаны с параметрами ζ и ω_0 определенными зависимостями. Используя последние, можно измерить область допустимого отклонения параметров $\Delta\zeta^{\max}$ и $\Delta\omega_0^{\max}$, если известны допуски отклонений основных характеристик. Можно решить и обратную задачу. Используя уравнение (8) и задавшись максимальным значением выходной погрешности преобразователя (в качестве последней можно взять интегральную динамическую погрешность),

можно определить область допустимого отклонения величин Δ_b^{+max} и Δ_b^{-max} , соответствующую заданной вероятности того, что истинная погрешность прибора не будет превышать заданную. Затем, используя соотношения между величинами ζ , ω_0 и основными конструктивными характеристиками прибора, определяются области допустимых отклонений последних. В соответствии с выражением (8) интегральная динамическая погрешность углового акселерометра, которую примем за основную точностную характеристику прибора

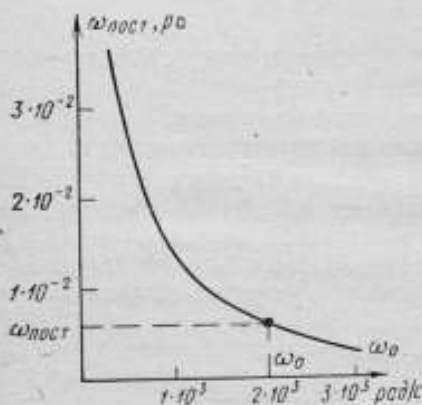


Рис. 1. Зависимость выходного параметра углового акселерометра (интегральной динамической погрешности) от параметров ω_0 и ζ

$$\omega(p) = \frac{p + 2\zeta\omega_0}{p^2 + 2\zeta\omega_0 p + \omega_0^2} \omega(p). \quad (9)$$

Из формулы (9) следует, что характер интегральной динамической погрешности зависит от вида входного сигнала — углового ускорения $\omega(t)$. Рассмотрим случай, когда входной сигнал является постоянным, т. е. $\omega(p) = A/p$. Тогда интегральная динамическая погрешность является суммой двух составляющих — постоянной $\omega_{пост}$ и переменной $\omega_{пер}(t)$

$$\omega(t) = \omega_{пост} + \omega_{пер}(t), \quad (10)$$

где

$$\omega_{пост} = \frac{2\zeta A}{\omega_0}; \quad \omega_{пер}(t) = A e^{-\zeta\omega_0 t} \left(\frac{1 - 2\zeta^2}{\omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}} \sin \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_0 t - \frac{2\zeta}{\omega_0} \cos \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_0 t \right) \quad (11)$$

Из выражений (10) и (11) видно, что постоянная составляющая интегральной динамической погрешности в основном определяет выходную погрешность прибора, которая в соответствии с требованиями технического задания на разработку не должна превышать некоторого допустимого предела $\tilde{\omega}_{пост\ max}$

$$\tilde{\omega}_{пост} \leq \tilde{\omega}_{пост\ max}. \quad (12)$$

Задаваясь $\tilde{\omega}_{пост\ max}$, можно в соответствии с выражениями (11) и (12) выбрать параметры преобразователя $\tilde{\zeta}$ и $\tilde{\omega}_0$. На рис. 1 приведена зависимость величины $\omega_{пост}$ от $\tilde{\omega}_0$ при заданном значении $\tilde{\zeta}$. Расчетные значения $\tilde{\omega}_0$ и $\tilde{\zeta}$ следует выбирать так, чтобы

выполнялось условие (12). Однако при наличии допустимого отклонения параметров элементов акселерометра его характеристики ω_0 и ζ отличаются от расчетных $\tilde{\omega}_0$ и $\tilde{\zeta}$, поэтому для интегральной динамической погрешности условие (12) может не удовлетворяться. Для того чтобы определить, с какой степенью вероятности при заданном допуске отклонения величины ω_0 и ζ условие (12) будет удовлетворяться, следует провести статистическое моделирование. Для этого действительные значения ω_0 и ζ определяются из системы уравнений

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \tilde{\omega}_0 \left(1 + \frac{\Delta\omega_0^{\max}}{\tilde{\omega}_0} \alpha_j \right) = \\ &= \tilde{\omega}_0 (1 + \delta\omega_0 \alpha_j); \quad (13)\end{aligned}$$

$$\zeta = \tilde{\zeta} \left(1 + \frac{\Delta\zeta^{\max}}{\tilde{\zeta}} \beta_j \right) = \tilde{\zeta} (1 + \delta\zeta \beta_j),$$

где α_j и β_j — случайные величины, подчиняющиеся законам распределения погрешностей; ω_0^{\max} и $\Delta\zeta^{\max}$ — максимальные погрешности соответствующих величин из-за допустимого отклонения параметров; $\delta\omega_0$ и $\delta\zeta$ — относительные погрешности тех же величин. Затем, используя уравнение (9), определяется действительное значение интегральной динамической погрешности, после чего на основе критерия (7) находится искомая вероятность. Результаты статистического моделирования приведены на рис. 2.

Метод расчета точности углового акселерометра с применением статистического моделирования и критерия точности (7) позволяет полное использовать возможности преобразователя.

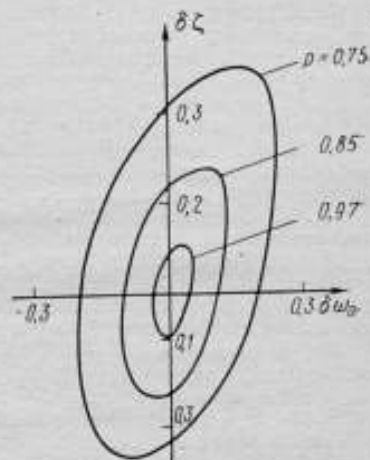


Рис. 2. Зависимость вероятности попадания выходного параметра углового акселерометра в заданную область от области допустимого разброса параметров ω_0 и ζ

ЛИТЕРАТУРА

1. Бусленко Н. П. и др. Метод статистических испытаний. Физматгиз, 1962.
2. Субботин В. М. и Кузнецов Ю. И. К выбору параметров гидравлического датчика угловых ускорений. Сб. «Вопросы машиностроения и приборостроения», ППИ, Пермь, 1968.

Поступила в редакцию
2.07.1971 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Градуировка и поверка угловых акселерометров	
В. А. Иванов, Н. С. Соловьева, Б. Л. Суслев Двухосная установка для поверки и градуировки угловых акселерометров	5
В. М. Менчиков, В. П. Шумилин Маятниковая установка для градуировки угловых акселерометров	13
В. П. Шумилин Исследование погрешностей маятниковых установок для градуировки угловых акселерометров	18
Н. С. Чаленко Установка для градуировки угловых акселерометров типа «падающий винт»	26
А. И. Миронов, И. И. Смыслов, С. А. Юлдашбеков Статическая градуировка двухбалочных тензометрических угловых акселерометров	31
Ю. А. Бычков, В. А. Иванов, Л. П. Смольников Точность автоматического регулирования постоянного углового ускорения	34
Ю. А. Бычков, В. А. Иванов, А. Н. Расторгуев, Л. П. Смольников Анализ динамики и синтез электромеханических систем постоянного углового ускорения	46
Ю. Л. Розов, А. Е. Синельников О воспроизведении постоянных линейных и угловых ускорений методом равноускоренно движущейся платформы	60
В. А. Иванов Движение привода для градуировки угловых акселерометров	67
Г. Т. Григорчук, А. П. Егоров, О. И. Колесник, Г. Ф. Семенова Синхронный привод в режиме задания угловых ускорений	71
В. А. Иванов, В. М. Менчиков, В. П. Шумилин Интерференционный измеритель угловых перемещений, защищенный от внешних вибраций	78
Р. И. Вчерашний Магниторезонансный преобразователь угла на тонкой магнитной пленке	86
А. И. Малышев, Ю. Б. Садонов, А. П. Шевяков Исследование погрешностей волновых передач, используемых в системах измерения ускорений	91
Принципы построения и особенности применения угловых акселерометров	
Д. В. Игошин, И. М. Литвинов Особенности проектирования угловых акселерометров	97
В. А. Онищук, Ю. Н. Осипов, В. А. Федорин Исследование электрохимического преобразователя угловых ускорений с прямоугловым контуром	107
Г. П. Зедгинидзе, В. Я. Кикачейшвили Акселерометр для устройства дистанционного сличения угловых мер	114
В. М. Субботин Дифференцирующие угловые акселерометры	119
И. В. Павлов Об использовании угловых акселерометров для построения систем коррекции астатических гироскопических устройств	126
В. А. Иванов К определению направления угловой скорости с помощью угловых акселерометров	131
Ю. Н. Осипов, А. И. Фефер Влияние отклонений параметров элементов на точность углового акселерометра	134
Рефераты статей, опубликованных в сборнике	

РЕФЕРАТЫ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В СБОРНИКЕ

УДК 531.768.089.68

ДВУХОСНАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ПОВЕРКИ И ГРАДУИРОВКИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

В. А. Иванов, Н. С. Соловьева, Б. Л. Суслов

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1972 г., стр. 5—12.

Описывается образцовая установка для градуировки угловых акселерометров и гироскопов, в которой градуируемый прибор вращается относительно двух взаимно перпендикулярных осей. Исследуются основные источники погрешности и приводятся результаты их расчета. Иллюстраций 3.

УДК 531.768.089.6

МАЯТНИКОВАЯ УСТАНОВКА ДЛЯ ГРАДУИРОВКИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

В. М. Менчиков, В. П. Шумилин

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1972 г., стр. 13—17.

Описывается установка для градуировки угловых акселерометров, основным узлом которой является крутильный маятник. Резонансный режим работы установки позволяет улучшить форму воспроизводимой величины. Приводятся результаты расчета торсиона. Иллюстраций 3, библиографий 2.

УДК 531.768.089.62

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ МАЯТНИКОВЫХ УСТАНОВОК ДЛЯ ГРАДУИРОВКИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

В. П. Шумилин

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1972 г., стр. 18—25.

Приводится анализ погрешностей установки, работающей по принципу крутильного маятника. Определены высшие гармоники, содержащиеся в воспроизводимых установкой угловых колебаниях. Таблиц 1, иллюстраций 3, библиографий 2.

УДК 531.768.089.62

УСТАНОВКА ДЛЯ ГРАДУИРОВКИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ ТИПА «ПАДАЮЩИЙ ВИНТ»

Н. С. Чаленко

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1972 г., стр. 26—30.

Приводятся результаты теоретического и экспериментального исследования вновь созданной установки для градуировки угловых акселерометров. Угловое ускорение задается градуируемому акселерометру за счет преобразования ускорения свободного падения с помощью винтовой пары, выполненной в аэро-статическом подвесе. Иллюстраций 2.

УДК 531.768.089.62

СТАТИЧЕСКАЯ ГРАДУИРОВКА ДВУХБАЛОЧНЫХ ТЕНЗОМЕТРИЧЕСКИХ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

А. И. Миронов, Н. И. Смыслов, С. А. Юлдашбеков

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1972 г., стр. 31—33.

Исследуется способ градуировки тензометрических угловых акселерометров, заключающийся в эквивалентной замене момента сил инерции, действующего на подвижную систему прибора, моментом внешней силы, например, силы тяжести, приложенным непосредственно к чувствительному элементу. Аналогичным образом предлагается имитировать действие центробежных сил инерции. Иллюстраций 2.

УДК 531.768—52

ТОЧНОСТЬ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ ПОСТОЯННОГО УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ

Ю. А. Бычков, В. А. Иванов, Л. П. Смольников

Труды метрологических институтов СССР. Измерение углового ускорения, вып. 143 (203), 1972 г., стр. 34—45.

Рассмотрены основные структурные схемы регулирования углового ускорения, включающие электродвигатель, усилительные и другие необходимые устройства. Определены составляющие динамической погрешности воспроизведения ускорения, обусловленные управляющим и возмущающим воздействием. На основании приведенных соотношений вычислена относительная погрешность воспроизведения постоянного углового ускорения. Таблиц 3, иллюстраций 6, библиографий 7.

**АНАЛИЗ ДИНАМИКИ И СИНТЕЗ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПОСТОЯННОГО
УГЛОВОГО УСКОРЕНИЯ**

*Ю. А. Бычков, В. А. Иванов, А. Н. Расторгуев,
Л. П. Смольников*

*Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений,
вып. 143 (203), 1972 г., стр. 46—59.*

Синтезируется система воспроизведения постоянного углового ускорения, исходя из критерия минимального времени установления заданного ускорения. Определены требуемые параметры обратной связи в системе управления током. Найден переходный процесс и требуемый закон изменения во времени управляющего воздействия. Таблиц 1, иллюстраций 8, библиографий 2.

УДК 531.77.083

**О ВОСПРОИЗВЕДЕНИИ ПОСТОЯННЫХ ЛИНЕЙНЫХ
И УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ МЕТОДОМ РАВНОУСКОРЕННО
ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАТФОРМЫ**

Ю. Л. Розов, А. Е. Синельников

*Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений,
вып. 143 (203), 1972 г., стр. 60—66.*

Рассматривается воспроизведение постоянных линейных и угловых ускорений методом равноускоренного линейного и углового перемещения платформы, на которой крепится поверяемый или градуируемый прибор. Исследуются погрешности метода при возмущениях, частота которых линейно возрастает во времени. Иллюстраций 3.

УДК 531.768.089.6

**ДВИЖЕНИЕ ПРИВОДА ДЛЯ ГРАДУИРОВКИ
УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ**

В. А. Иванов

*Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений,
вып. 143 (203), 1972 г., стр. 67—70.*

Получены точные интегралы уравнений нелинейного привода постоянного ускорения, предназначенного для градуировки угловых акселерометров.

Основным узлом привода является кулачок, профиль которого выполнен в виде параболической спирали. Боковая поверхность кулачка облучается лазером. Двигатель платформы, на которой установлен градуируемый прибор, управляется по сигналу доплеровского сдвига частот прямого и отраженного лучей лазера. Характер движения платформы может изменяться в широких пределах за счет выбора соответствующего профиля кулачка.
Иллюстраций 1.

УДК 531.768 : 621.313.323

СИНХРОННЫЙ ПРИВОД В РЕЖИМАХ ЗАДАНИЯ УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ

*Г. Т. Григорчук, А. П. Егоров, О. П. Колесник,
Г. Ф. Семенова*

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1972 г., стр. 71—77.

Рассматривается вопрос создания установки для воспроизведения постоянных и синусоидальных угловых ускорений на основе синхронного реактивного электродвигателя. Приведенные экспериментальные данные подтверждают правильность исходных предпосылок о создании установки с достаточно широким диапазоном постоянных и синусоидальных угловых ускорений. Библиографий 2, иллюстраций 8.

УДК 531.715.1 : 531 : 778

ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ ИЗМЕРИТЕЛЬ УГЛОВЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ, ЗАЩИЩЕННЫЙ ОТ ВНЕШНИХ ВИБРАЦИЙ

В. А. Иванов, В. М. Менчиков, В. П. Шумилин

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1972 г., стр. 78—85.

Приводятся результаты теоретического исследования погрешностей углового двухлучевого интерферометра, выполненного по схеме, компенсирующей влияния внешних вибраций. Иллюстраций 1, библиографий 3.

УДК 531.781 : [538.69 : 538.114]

МАГНИТОРЕЗОНАНСНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ УГЛА НА ТОНКОЙ МАГНИТНОЙ ПЛЕНКЕ

Р. И. Вчерашний

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1973 г., стр. 86—90.

Показана возможность применения ферромагнитного резонанса для точного измерения углов поворота. Приведены данные экспериментальной проверки метода. Иллюстраций 3, библиографий 3.

УДК 531.768 : 534.231.1.088

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ВОЛНОВЫХ ПЕРЕДАЧ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ В СИСТЕМАХ ИЗМЕРЕНИЯ УСКОРЕНИЙ

А. И. Малышев, Ю. Б. Садонов, А. П. Шевяков

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1973 г., стр. 91—96.

Предлагается методика исследования и представления погрешностей волновой передачи с целью их учета и компенсации. Приводятся формулы для определения соответствующих вероятностных характеристик по множеству реализаций в сечениях процесса измерения погрешностей. Таблиц 1, библиографий 6.

ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ

Д. В. Игошин, Н. М. Литвинов

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1973 г., стр. 97—106.

Рассмотрены способы защиты угловых акселерометров от внешних воздействий. Выработаны рекомендации по проектированию высокоточных акселерометров, способных работать в жестких условиях. Определены основные требования к конструкции сейсмической массы компенсационного акселерометра. Таблицы 2, библиографий 6.

УДК 531.768 : (621.35 : 621.38.087.92)

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ УГЛОВЫХ УСКОРЕНИЙ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ КОНТУРОМ

В. А. Онищук, Ю. Н. Осипов, В. А. Федорин

Труды метрологических институтов СССР. Измерения угловых ускорений, вып. 143 (203), 1973 г., стр. 107—113.

Излагается методика расчета химотронных преобразователей. Приводятся результаты исследований макета акселерометра с прямоугольным контуром. Такая форма канала преобразователя выбрана по технологическим соображениям. Подробно исследованы уравнения движения и выведены передаточные функции первичного преобразователя. Экспериментальные данные получены методом свободных колебаний с помощью физических маятников. Иллюстраций 6, библиографий 5.

УДК 531.787 : 62—251—752

АКСЕЛЕРОМЕТР ДЛЯ УСТРОЙСТВА ДИСТАНЦИОННОГО СЛИЧЕНИЯ УГЛОВЫХ МЕР

Г. П. Зедгинидзе, В. Я. Кикачешвили

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1973 г., стр. 114—118.

Описывается установка для демпфирования колебаний ротора приводного двигателя с помощью тензометрических акселерометров, укрепленных на балке, связанной с валом двигателя. Иллюстраций 4, библиографий 7.

УДК 531.768 : 517.29

ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИЕ УГЛОВЫЕ АКСЕЛЕРОМЕТРЫ

В. М. Субботин

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1973 г., стр. 119—125.

Рассмотрены две схемы дифференцирующих угловых акселерометров. Проанализированы уравнения движения подвижных элементов акселерометров, найдены передаточные функции, изложена методика расчета приборов. Иллюстраций 3, библиографий 3.

УДК 351.768: 62—752.4.088

**ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ
ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ СИСТЕМ КОРРЕКЦИИ
АСТАТИЧЕСКИХ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ**

И. В. Павлов

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1973 г., стр. 126—130.

Описан способ косвенного замера предных моментов, действующих на астатический гироскоп, с помощью угловых акселерометров. Библиографий 6.

УДК 531.768

**К ОПРЕДЕЛЕНИЮ НАПРАВЛЕНИЯ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ
С ПОМОЩЬЮ УГЛОВЫХ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ**

В. А. Иванов

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1973 г., стр. 131—133.

Рассматриваются схемы электромеханических устройств, предназначенных для определения направления меридиана. В качестве чувствительных элементов используются угловые акселерометры с симметричными и несимметричными подвижными частями. В схемах существенно ослаблено влияние нестабильности параметров акселерометров на точность определения меридиана. Иллюстраций 1, библиографий 2.

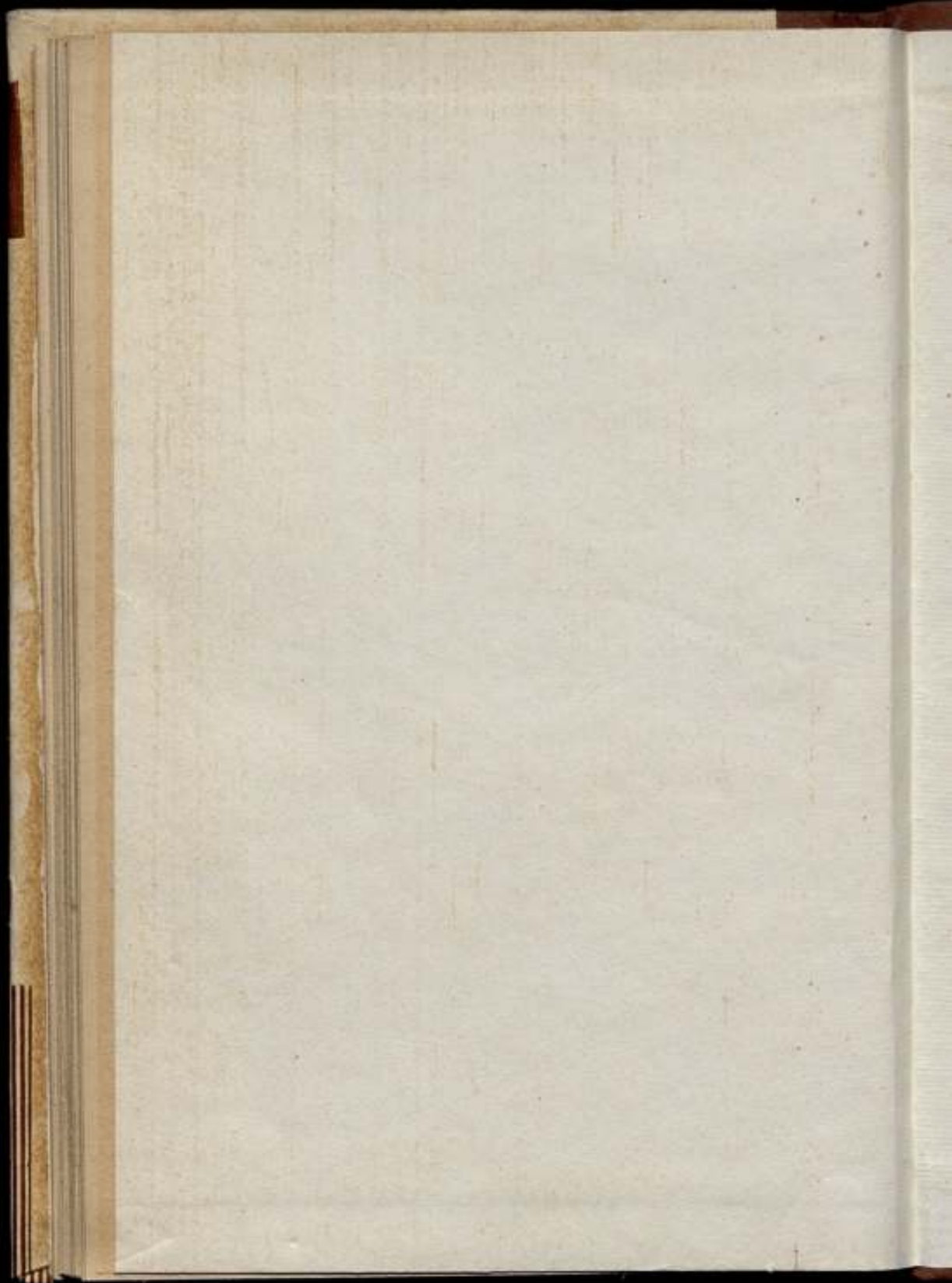
УДК 531.768.088

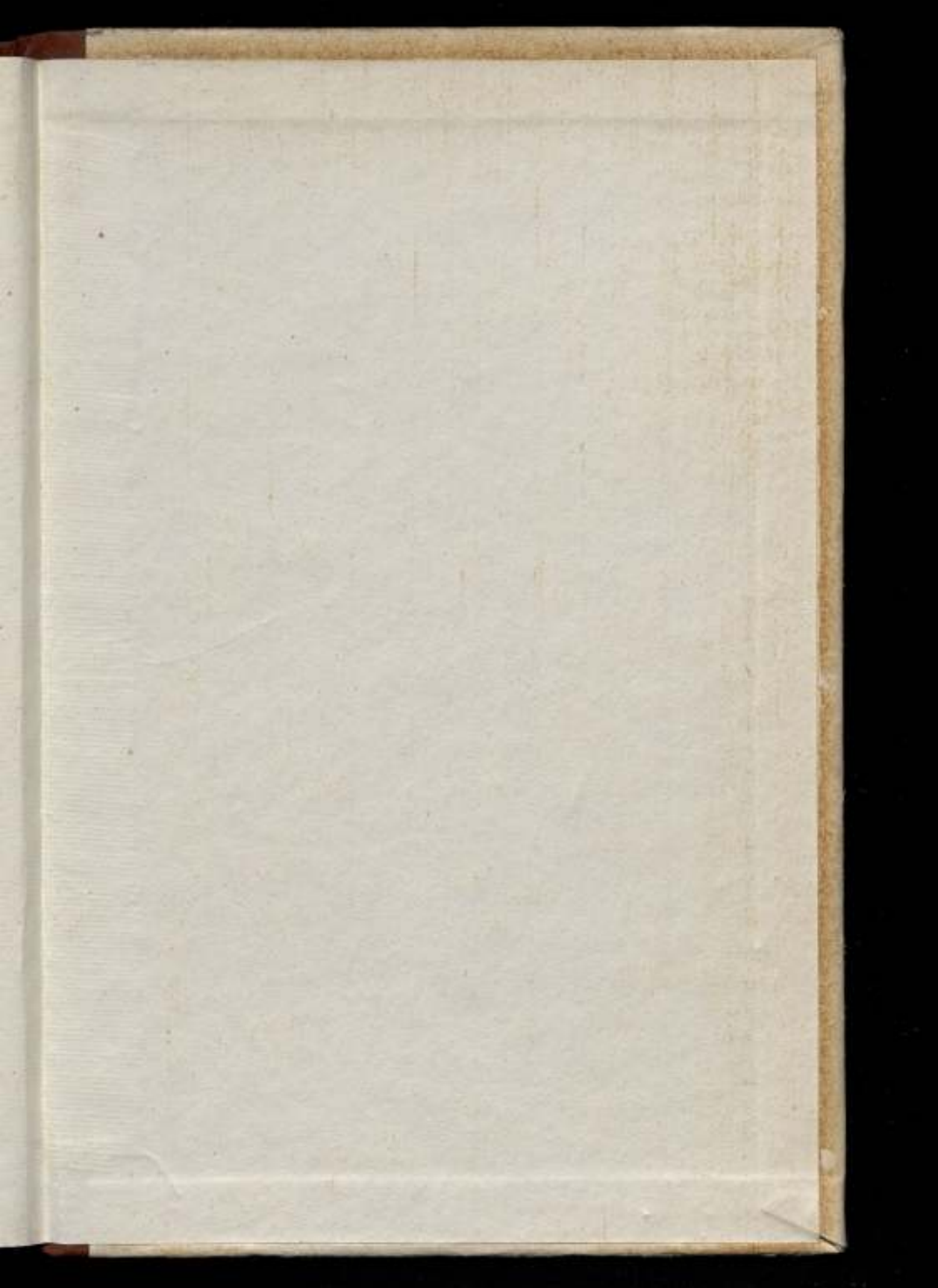
**ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ
НА ТОЧНОСТЬ УГЛОВОГО АКСЕЛЕРОМЕТРА**

Ю. Н. Осипов, А. И. Фефер

Труды метрологических институтов СССР. Измерение угловых ускорений, вып. 143 (203), 1973 г., стр. 134—138.

Излагается методика оценки точности приборов первичной информации, в частности, преобразователей угловых ускорений, учитывающая отклонения параметров элементов. В качестве критерия точности использован вероятностный критерий. Иллюстраций 2, библиографий 2.





Цена 1 р. 05 к.

