

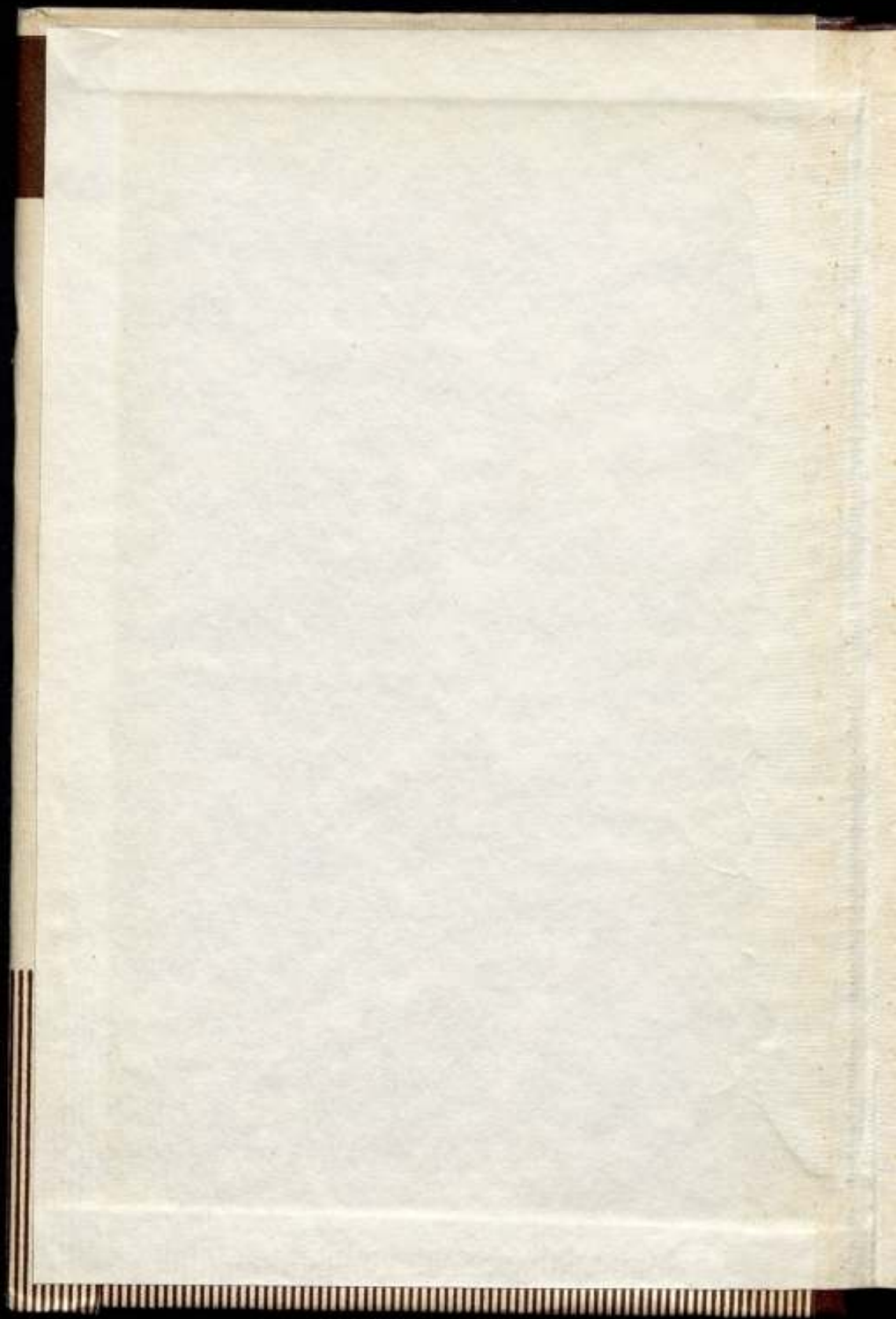
**ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ИНСТИТУТ МЕТРОЛОГИИ  
им. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА**

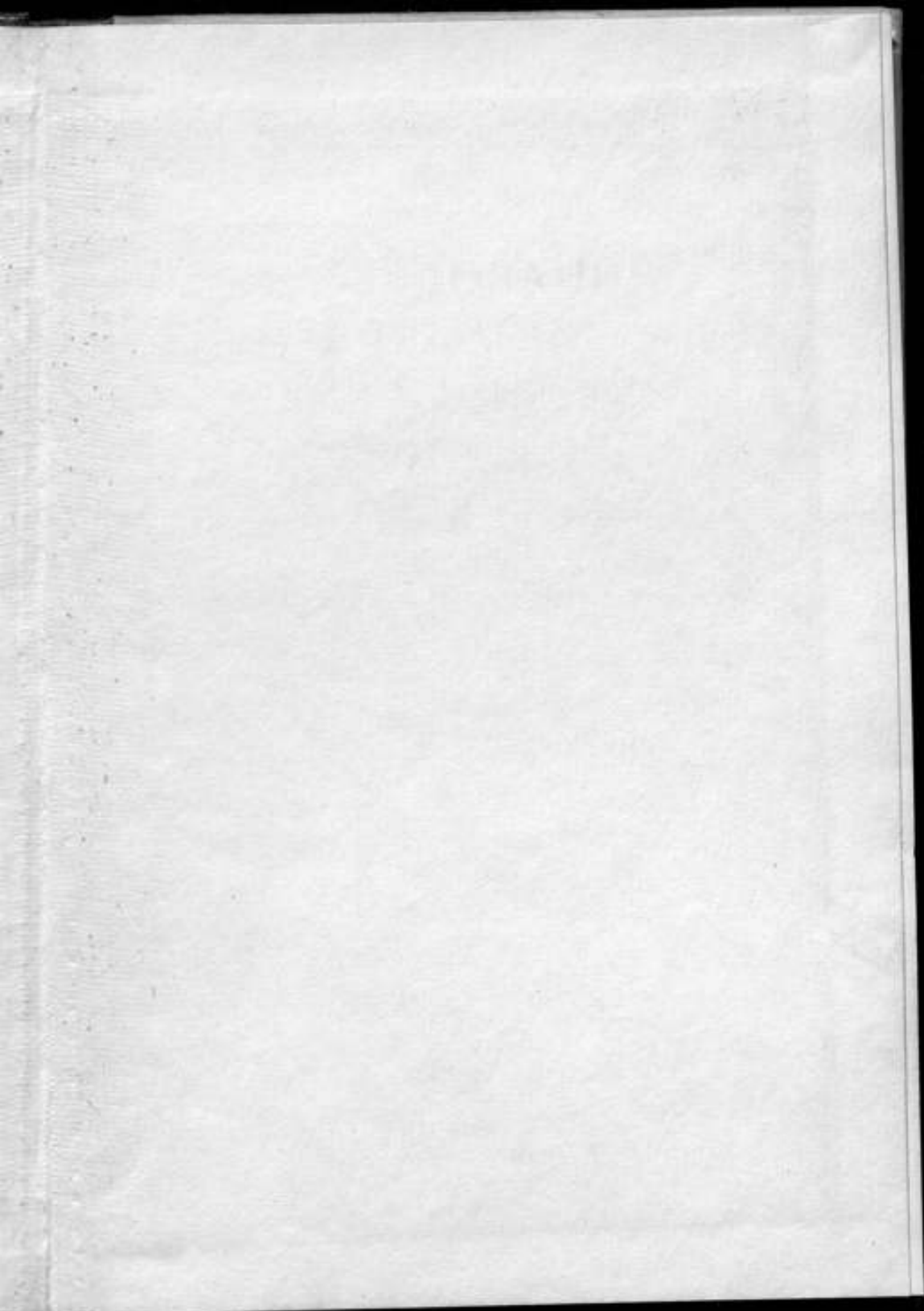
**ИССЛЕДОВАНИЯ  
В ОБЛАСТИ  
ИНФОРМАЦИОННО-  
ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ  
ТЕХНИКИ**

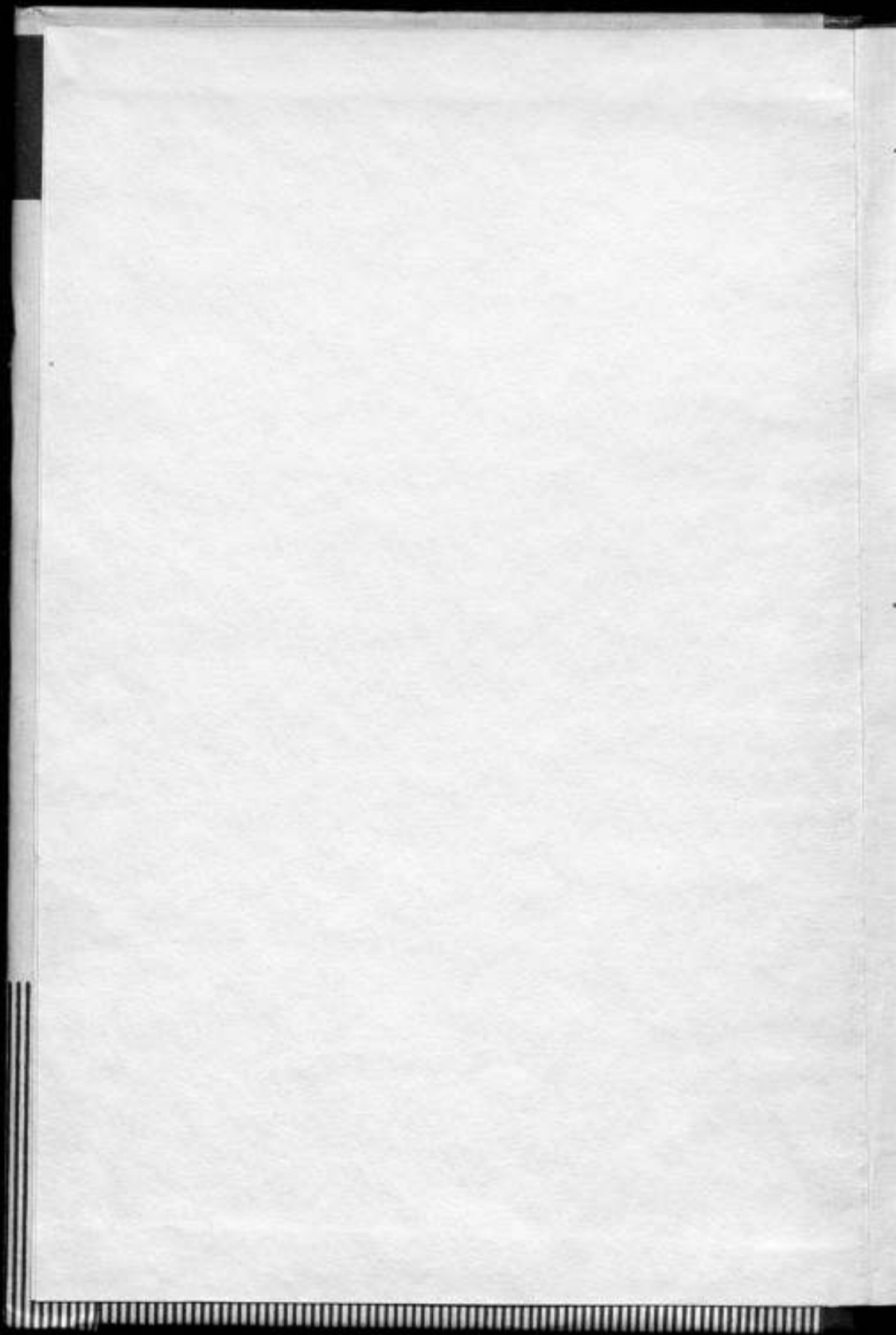
**ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР**

**ВЫПУСК 126 (1986)**











ВСЕСОЮЗНЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ  
МЕТРОЛОГИИ им. Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ИССЛЕДОВАНИЯ  
В ОБЛАСТИ  
ИНФОРМАЦИОННО-  
ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ  
ТЕХНИКИ

ТРУДЫ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ИНСТИТУТОВ СССР

Выпуск 126 (186)

*Под редакцией*

д. т. н. О. А. МЯЗДРИКОВА



«ЭНЕРГИЯ»  
ЛЕНИНГРАДСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
1971

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

В. О. Арутюнов (председатель), Н. Н. Александрова (секретарь), С. В. Горбачевич, А. Н. Гордов, Е. Ф. Долгинский, А. И. Карташев, Л. К. Каяк, И. И. Киренков, Д. К. Коллеров, Е. Д. Колтик, П. П. Кремлевский, И. Н. Кротков, В. Л. Лассан, Б. Н. Олейник, Л. К. Пеккер, Т. Б. Рождественска, А. М. Федоров, Е. Н. Чечурна, К. П. Широков, Е. Г. Шрамков, М. Ф. Юдин

Быстрое развитие измерительной техники и ее приложений требует непрерывного обеспечения ее со стороны метрологии. При этом метрология не только обеспечивает единство измерений, но и решает ряд фундаментальных теоретических и экспериментальных задач, связанных с новыми видами средств и методов измерений.

Настоящий сборник посвящен метрологическим аспектам измерительных систем средств измерений нового класса, который особенно бурно развивался за последнее десятилетие. Несмотря на достаточно широкое применение измерительных систем (ИС) в целом ряде приложений, их метрологическое обеспечение (в указанном выше смысле) несколько отстает от требований практики проектирования, создания и эксплуатации таких систем. Этим обусловлена актуальность исследований в области техники измерительных систем с позиций метрологии.

В сборнике представлены статьи теоретического характера, посвященные вопросам погрешности измерительных систем и их функциональных звеньев, а также ряд статей, связанных с практической приборной реализацией функциональных звеньев измерительных систем. Вопросы единства измерений в настоящем сборнике не рассматриваются.

*Ответственный редактор*  
*доктор технических наук профессор*  
**В. О. АРУТЮНОВ**

## ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ИИС И ИХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УЗЛОВ

УДК 389.001

Л. И. ДОВБЕТА, Я. Г. НЕУЙМИН  
ВНИИМ

### О НЕКОТОРЫХ СОВРЕМЕННЫХ АСПЕКТАХ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕТРОЛОГИИ \*

Развитие теоретической и методологической базы измерительной техники является важной задачей метрологии — науки об обеспечении единства измерений [1]. За последние два десятилетия в связи с общим научно-техническим прогрессом средства и функции измерительной техники претерпели принципиальные изменения. В частности, существенно возросли и в ряде случаев достигли предельных требования к точности средств измерения. Это является источником новых задач, возникающих перед современной измерительной техникой и метрологией.

В статье делается попытка постановки и обоснования некоторых современных задач метрологии, непосредственно вытекающих из практики проектирования информационно-измерительных систем.

За последнее время устойчивой тенденцией является широкое развитие и внедрение систем автоматизированного управления (САУ) с самыми разнообразными целевыми функциями и физической природой [2]. Степень их структурного совершенства, а также функциональная и элементная сложность непрерывно возрастают. Типичная современная система управления характеризуется сложной структурой, многосвязностью и широким использованием средств вычислительной техники. В «больших» системах [2, 3], в тех случаях, когда полная автоматизация процесса управления невозможна или нецелесообразна, специфическими функциональными звеньями системы являются люди — операторы. Однако несмотря на функциональное и техническое разнообразие САУ, все они могут быть представлены единой функциональной схемой (рис. 1).

Помимо типовой функциональной структуры, крупные современные САУ характеризуются двумя особенностями:

а) подлежащий передаче по линиям ИИС и УИС объем информации велик, а требования к скорости и точности передачи достаточно высоки;

б) функциональные узлы САУ, в частности 1 и 3, удалены друг от друга в пространстве, причем расстояние между ними может составлять от  $10^1$ — $10^3$  м в некоторых промышленных и транспортных системах до  $10^7$ — $10^{12}$  м в космических системах. На многочисленных примерах конкретных САУ можно убедиться, что отмеченные особенности САУ носят весьма общий характер. Они четко проявляются и в тех случаях, когда измерительно-информационная система не входит в явном виде в состав замкнутой САУ (см. рис. 1), а используется автономно. Такого рода системы, широко используемые для решения исследовательских задач, выдают информацию, которая преобразуется в управляющие воздействия не прямо, а косвенно и со сдвигом во времени (например, через картирование метеорологической обстановки, получаемой в центре обработки данных от соответствующих измерительно-информационных систем).

\* Статья публикуется в порядке обсуждения.

№ 15229 б

Широкое применение измерительно-информационных систем (в составе САУ и автономных), их пространственная протяженность, большие объемы измерительной информации, подлежащие получению и передаче, и высокие требования к точности выходной измерительной информации являются теми объективными факторами, с помощью которых возможна постановка и решение некоторых новых задач, а также развитие ряда уже существующих направлений теоретической и прикладной метрологии.

Рассмотрим структуру и функционирование измерительно-информационных систем.

Как известно из работы [4], «Измерение есть совокупность действий, выполняемых с помощью средств измерений и имеющих целью нахождение числового

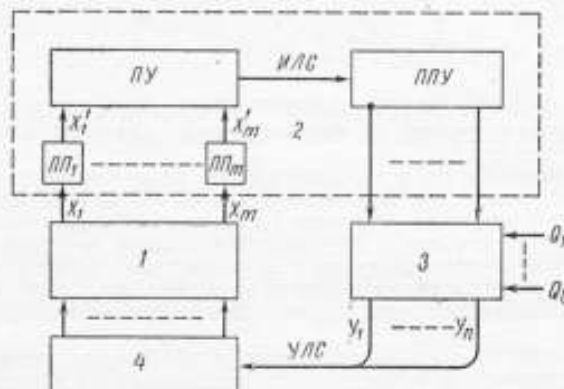


Рис. 1. Обобщенная структурная схема системы автоматического управления.

1 — объект (совокупность объектов) управления; 2 — информационная подсистема, осуществляющая обратную связь в САУ (или ИИС); 3 — управляющая подсистема, которая в соответствии с информацией, поступающей по каналам обратной связи и внешним (задающим) воздействиями  $Q_1 + Q_2$  по заданному алгоритму (в общем случае самокорректирующемуся) вырабатывает совокупность командных воздействий  $Y_1 + Y_m$ , поступающих в управляющую линию связи УИС; 4 — исполнительная подсистема, преобразующая совокупность команд  $Y_1 + Y_n$  в совокупность воздействий на объект управления; ПП<sub>1</sub> — ПП<sub>m</sub> — первичные преобразователи (датчики) измеряемых величин; ПУ — преобразующее устройство; ППУ — приемное преобразующее устройство; ИИС — информационная линия связи;  $X_1 + X_m$  — измеряемые физические величины;  $X'_1 + X'_m$  — преобразованные измеряемые величины в форме сигналов (электрической или иной природы);

значения измеряемой величины, выраженного в принятых единицах измерения». Процесс измерения некоторой физической величины  $x$  иллюстрируется блок-схемой рис. 2 [5].

Совокупность функциональных элементов 1, 2, 3 образует измерительный прибор [4], причем в «классических» схемах измерительных приборов эти элементы пространственно совмещены и обычно составляют неразрывное конструктивное единство. Так, в типичных электронизмерительных приборах материальной основой «памяти» 2 является упругий элемент (пружина) с высокостабильными характеристиками. Первоначальная градуировка прибора придает материальной системе пружина—шкала свойства «информационно-метрологической памяти», а периодические проверки обеспечивают контроль во времени точностных характеристик «памяти» и прибора в целом. Типичной для измерительного прибора конечной формой представления измерительной информации является визуальная (отсчет по шкале).

Измерительные структуры (рис. 2) являются в настоящее время основными объектами обеспечения со стороны метрологии в части фундаментальных прин-

типов измерения, методов оценки и учета погрешностей, методов, схем и средств поверки и т. д. [1, 4].

В общем плане функции измерительно-информационных систем совпадают с функциями основной структуры (рис. 2), т. е. ИИС являются средствами измерения [6]. Вместе с тем они отличаются от измерительных приборов количественными и функциональными характеристиками, что влечет за собой принципиальные качественные различия их рабочего процесса, теоретических основ, методики проектирования и расчета, методики эксплуатации (включая поверки) и т. д. По сравнению с измерительными приборами «классической» схемы ИИС имеет следующие важнейшие функциональные особенности:

1) измерение с заданной точностью ряда  $m$  физических величин, в общем случае разнородных;

2) получение информации о динамике физических величин — измерение процессов, которые во многих случаях носят стохастический характер;

3) передача измерительной информации к месту потребления на значительные расстояния посредством материальных носителей измерительной информации — сигналов, чаще всего имеющих электрическую природу;

4) оперативная обработка измерительной информации в приемной части системы по специальным алгоритмам (например, с целью определения статистических характеристик исследуемых процессов);

5) регистрация первичной или обработанной измерительной информации в форме, удобной для ее дальнейшего использования (в частности, для автоматизированного ввода в ЭВМ).

Указанные особенности в основном определяют структуры и алгоритмы функционирования ИИС. Однако значительное разнообразие функций и требований к ИИС, а также многообразие структур и алгоритмов обработки информации, зависящих от постановки конкретной задачи, решаемой ИИС, осложняют единое представление функционирования ИИС [7]. На рис. 3 представлена частная, но часто встречающаяся на практике структура.

Каждое из устройств 8, 9, 10 представляет собой функционально замкнутую подсистему, отличающуюся значительной принципиальной и конструктивной спецификой, так что рассмотрение их метрологического обеспечения выходит за рамки настоящей статьи. Устройства 4, 5, 6, 7 в совокупности представляют собой систему передачи — важнейшую часть ИИС, характерными особенностями которой являются многоканальность, повышенные требования к быстродействию (измерение быстропеременных процессов), большой диапазон расстояний между передающим и приемным устройствами, значительное разнообразие типов линий передачи. Рассмотрим подробно метрологические проблемы системы передачи (телеметрических систем — ТМС), в частности, линий передачи информации.

Телеметрия, как самостоятельная отрасль техники, обеспечивающая теоретические и методические основы построения ТМС, существует несколько десятилетий и получила интенсивное развитие в последние годы в связи с ростом объема космических исследований [9, 13, 15]. Так как предметом телеметрии является передача измерительной информации на расстояние, то до настоящего времени телеметрия опиралась в основном на методы и решения техники связи с использованием теоретических основ связи [9, 13]. Это привело к тому, что телеметрические системы, являясь существенной частью измерительных устройств, почти не имели метрологической базы.

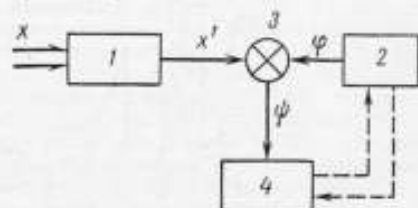


Рис. 2. Структура измерительного прибора.

1 — первичный преобразователь (одноступенчатый или многоступенчатый); 2 — «память», хранящая в той или иной форме совокупность установленных (принятых) единиц измерения; 3 — компаратор, обеспечивающий сравнение преобразованной измеряемой величины  $x'$  с единицами измерения  $\varphi$  и выдачи результата измерения  $\psi$  (отчета) в форме информации о численном значении измеряемой величины (в принятых единицах измерения); 4 — потребитель результатов измерения (измерительной информации), оператор или регистрирующее устройство.



Такое положение было терпимо, пока применялись сравнительно несложные телеизмерительные системы, а функции сложных телеметрических систем носили, в основном, контрольный характер (качественная оценка процессов). В последние годы в связи с увеличением сложности ТМС, резким ростом требований к их точности и, особенно к обеспечению единства результатов телеизмерений, создание прочной метрологической основы телеметрии стало исключительно актуальной задачей [7, 8, 12]. В результате появился ряд работ отечественных и зарубежных авторов, посвященных метрологическим аспектам телеметрии [5, 7, 8, 15, 20]. К сожалению, все они решают лишь частные вопросы и не могут служить основой для решения практических задач. Таким образом, большой круг вопросов метрологического обеспечения телеметрических систем остается не решенным, а некоторые проблемы даже не сформулированы должным образом.

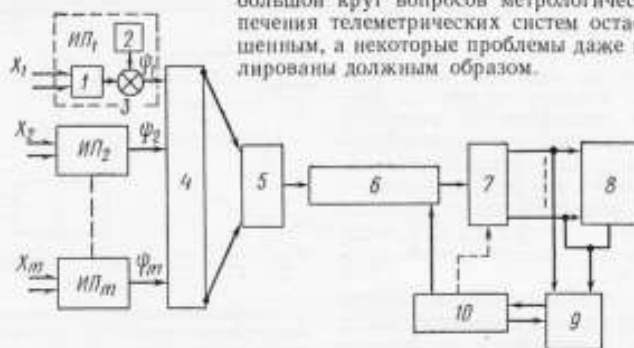


Рис. 3. Блок-схема телеметрической системы.

$ИП_1 - ИП_m$  — измерительные преобразователи с соответствующими измерительными схемами (мостами и др.), функционально аналогичные измерительной структуре (рис. 2), но обеспечивающие выдачу измерительной информации в форме электрического сигнала; 1—3 — см. обозначение на рис. 2; 4 — устройство преобразования сигналов (усиление, модуляция и др.) с целью последующего уплотнения и передачи по линии связи; 5 — устройство уплотнения измерительной информации, обеспечивающее согласование параметров исходной измерительной информации с информативными параметрами линии передачи; 6 — линия передачи (кабельная, радиолиния, акустическая, оптическая и т. д.) с согласующими линейными устройствами, обеспечивающими энергетическое согласование характеристик линии и устройств 5, 7; 7 — устройство восстановления (фильтрация, демодуляция) принимаемой совокупности сигналов, преобразующее ее в форму, удобную для последующей обработки; 8 — устройство (подсистема) визуализации и регистрации, обеспечивающее представление в визуальной форме всей или части измерительной информации и ее запоминание с целью последующей обработки; 9 — устройства (подсистема) оперативной обработки (экспресс-анализа) измерительной информации или ее части, обеспечивающие получение необходимых данных в процессе эксплуатации ИИС (математических ожиданий, дисперсий, корреляционных функций, спектров и т. д.); 10 — устройство (подсистема) управления, обеспечивающее совместное функционирование всех или большинства устройств 2—9 по заданному алгоритму.

Следует подчеркнуть, что к настоящему времени в рамках техники и теории связи найдено решение значительного числа вопросов, связанных с оценками качества передачи измерительной информации и точности работы узлов системы передачи. Систематизация этих материалов может явиться базой для развертывания работ в рассматриваемом направлении\*.

Оценим степень «метрологической обеспеченности» (в указанном выше смысле) основных функциональных узлов (см. рис. 3), что позволит сформулировать некоторые конкретные задачи, которые должны быть решены в ближайшем будущем.

\* Очевидно, проблема последовательного привнесения строгих метрологических методов, критериев и нормативов в теорию и технику ИИС, как необходимое условие успешного развития этого важнейшего направления измерительной техники, может быть решена только в рамках метрологии, на единой метрологической основе и с привлечением специалистов-метрологов.

Измерительные преобразователи (рис. 3, поз. 1, 2, 3) являются наиболее изученными в метрологическом отношении, как теоретически, так и в смысле единства измерений, функциональными узлами ИИС.

Устройства преобразования сигналов и уплотнения информации (рис. 3, поз. 4, 5) представляет собой сложный комплекс взаимосвязанных электронных приборов, в общем случае реализующих нелинейные операторы (модуляция, квантование по времени и по уровню). Для получения точных параметров этих устройств недостаточно разработан ряд существенных элементов теории сигналов и теории погрешностей, что не обеспечивает единства точностных оценок. В условиях передачи случайных сигналов, что характерно для современных исследовательских ИИС, аппарат, пригодный для оценки погрешности устройств 4, 5, по существу, отсутствует [5, 7]. Естественно, что при этом и соответствующая методологическая база разработана слабо.

Для линии передачи с согласующими устройствами (рис. 3, поз. 3, 6) необходим «перевод» основных понятий и характеристик на язык метрологии, единственно пригодный для оценки характеристик ИИС в целом. Например, переход от принятого понятия «помехоустойчивость» к неадекватному понятию погрешности в статистическом смысле при заданной доверительной вероятности. В лучшем положении находятся радиолинии дальней телеметрии, которым в рамках космических исследований за последние годы уделялось большее внимание [10, 13, 14, 15]. До последнего времени типичные для ближней телеметрии кабельные линии передачи (симметричные и коаксиальные) исследовались недостаточно и в метрологическом отношении обеспечены слабо.

Помимо общей для системы передачи измерительной информации задачи «метрологизации» характеристик и аппарата, предстоит решить ряд необходимых для практики проектирования научно-технических задач, а именно: рациональные формы представления передаваемых сигналов в связи с длиной и прочими параметрами линий, согласование линии с передающим и приемным устройствами, оценка погрешности за счет внутренних и внешних помех в линии и поиски путей ее снижения. Необходимо исследовать ряд параметров кабелей, которые в настоящее время не нормируются и не определяются, но требуются для получения точностных оценок. Эта работа должна проводиться на основе строгой метрологической методики.

Устройства восстановления (фильтрации, демодуляции) измерительной информации (рис. 3, поз. 7) исследованы и обеспечены с точки зрения метрологии слабо. Основной задачей здесь является рациональное разделение и восстановление (фильтрация) сигналов, несущих измерительную информацию. Очевидно, эти задачи должны решаться с учетом условий и особенностей последующей обработки измерительной информации (в устройствах 8, 9).

При рассмотрении структуры рис. 3 в целом становится возможной постановка фундаментальной задачи измерительной техники применительно к сложным измерительным системам — развитие теории, методов и аппарата для априорной и апостериорной оценки погрешности сложных многозвенных измерительных цепей со специфическими функциональными элементами (в том числе нелинейными) преобразования сигналов [17].

Таким образом, к основным задачам исследования измерительно-информационных систем можно отнести:

- исследование и оптимальный выбор методов преобразования типовых сигналов с точки зрения точных характеристик без учета помех; ряд работ [15, 18, 23] в этом направлении могут служить исходными;
- исследование точности прямого преобразования и восстановления (фильтрация) реальных сигналов с учетом помех [15, 18];
- теоретическое и экспериментальное исследование методов построения и погрешностей математических моделей измеряемых сигналов [22, 23, 25, 26];
- разработка рекомендаций по оптимальному использованию линий передачи измерительной информации на базе точностных критериев [19, 29];
- классификация телеметрических систем по основным техническим признакам на основе метрологических критериев [12, 13, 15] и разработка типовых структур с рекомендациями по их применению;

— разработка критерийных оценок на основе фундаментальных метрологических представлений; ряд работ в этом направлении [16, 17, 27—29] следует развить и связать с аналогичными работами в области систем связи;

— разработка методов и схем проверки отдельных устройств и измерительно-информационных систем (подсистем) в целом.

В условиях быстропеременных сигналов решение указанных задач достаточно сложно и требует не только использования результатов частных исследований, но и развития некоторых элементов теории случайных процессов, теории сигналов и теории погрешностей. На практике эти задачи, очевидно, будут решаться поэтапно и силами многих исследователей, однако их постановка, формулировка основных положений и частных решений целиком относится к компетенции метрологии и может быть успешно осуществлена специалистами-метрологами.

Изложенное выше позволяет указать новые аспекты метрологии, направленные на обеспечение современных ИИС с развитыми линиями передачи измерительной информации:

в области теоретической метрологии:

1) развитие элементов теории сигналов с целью перехода от качественных оценок степени соответствия принятой модели реально существующим сигналам к точным количественным (метрологическим) оценкам;

2) определение (количественное) точности методов преобразования сигналов в телеметрических каналах с целью установления эффективной оценки систем и правильного выбора методов преобразования для новых систем;

3) развитие элементов теории, методов и аппарата для априорной оценки погрешностей сложных многозвенных измерительных цепей с целью выработки критериев оценок и устранения многозначности на практике и в теории.

В области прикладной метрологии важной задачей является разработка материалов по нормализации и стандартизации информационно-измерительных систем, их функциональных звеньев и узлов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. ВНИИМ, Сб. статей под ред. В. А. Соловьева, «Энергия», 1967.
2. Трапезников В. А. Вопросы управления экономическими системами. «Автоматика и телемеханика», 1969, № 1.
3. Гуд Г. Х. и Макол Р. Э. Системотехника. «Советское радио», 1962.
4. Маликов М. Ф., Тюрин Н. И. Введение в метрологию. Стандартгиз, 1965.
5. Котюк А. Ф., Ольшевский В. В. Вопросы метрологии случайных процессов и полей. Труды симпозиума, изд. НГИМИП, Новосибирск, 1968.
6. Карандеев К. Б. Измерительные информационные системы автоматики. Вестник АН СССР, 1961, № 10.
7. Карпюк Б. В., Цапенко М. П. Об измерительных информационных системах. «Автометрия», 1965, № 2.
8. Шрамков Е. Г., Новицкий П. В., Кавалеров Г. И. Первоочередные направления разработки общей информационной теории измерений. «Измерительная техника», 1963, № 9.
9. Колесников А. Г. Автоматизированная система сбора передачи обработки информации. Доклады симпозиума. МГИ АН УССР, Севастополь, 1968.
10. Космическая радиотехника и телеметрия. Сб. переводов, Воениздат, 1968.
11. Забиякин Г. И. Многоканальные регистрирующие устройства и цифровые вычислительные машины в физике низких энергий. «Приборы и техника эксперимента», 1966, № 1.
12. Темников Ф. Е. Телемеханика и центротехника. «Приборостроение», 1962, № 1.
13. Никольс М. Х., Раух Л. Л. Радиотелеметрия. Изд-во иностр. лит. 1958.

14. Линк В. Ф., Итоу С. Л. Оценка телеметрических систем и экспериментальный выбор оптимальных систем. «Space Electr. and Telemetry», 1962, № 3.
15. Мановцев А. П. Введение в цифровую радиотелеметрию. «Энергия», 1967.
16. Кавалеров Г. И., Мандельштам С. М. О критериях оценки и качества измерений. «Измерительная техника», 1965, № 12.
17. Новицкий П. В. Основы информационной теории измерительных устройств. «Энергия», 1968.
18. Шастова Г. А. Кодирование и помехоустойчивость передачи телемеханической информации. «Энергия», 1966.
19. Karger H. Аналоговые методы телеметрии. «Elektronik», 1966, № 2.
20. Hans W. Telemetrie. «Elektronik», 1966, № 2.
21. Тарасенко Ф. П. Введение в курс теории информации. Изд. Томского университета, 1963.
22. Дубров Я. Н., Драган Я. П., Михайловский В. Н. К теории нестационарных процессов в линейных измерительных каналах с постоянными и переменными параметрами. «Автоматика», 1968, № 5.
23. Драган Я. П. Вопросы теории случайных процессов в линейных системах с постоянными и переменными параметрами. Автореф. дисс. на соискание ученой степени канд. техн. наук. ЛГУ, Львов, 1967.
24. Мандельштам С. М., Тихонов Э. П. Восстановление исходной функции по дискретным отсчетам в измерительной технике. Труды ЛИАП, вып. 48, 1966.
25. Захаров Г. П. Эффективность систем связи. «Электросвязь», 1967, № 12.
26. Заездный А. М., Лифшиц Л. Л. Количественные оценки эффективности систем связи. «Электросвязь», 1968, № 5.
27. Ильин В. А. Определение эффективности передачи телемеханической информации. «Автоматика и телемеханика», 1962, № 6.
28. Земельман М. А., Кньюфер А. П., Кузнецов В. П. О методах нормирования метрологических характеристик измерительных устройств. «Измерительная техника», 1969, № 1, 2, 3.
29. Сретенский В. Н., Келин А. В., Криксунов В. М. Исходные положения теории и практики прикладной метрологии. «Измерительная техника», 1969, № 5.

Поступила в редакцию  
6.VI.1969 г.

УДК 53.088.6

*Е. Д. КОЛТИК, Л. А. ПРОКОФЬЕВА, В. П. ПНАСТРО, Р. В. ЯРАЛОШВИЛИ*  
ВНИИМ

### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Корреляционные измерения связаны с необходимостью использования длительных реализаций коррелируемых сигналов, позволяющих получить достаточно достоверные оценки корреляционных функций. При измерениях приходится тем или иным образом учитывать некоторые характеристики входных сигналов. Степень влияния этих характеристик на точность корреляционных измерений различна, однако каждая конкретная их совокупность проявляет себя определенным образом.

Метрологический подход к результатам корреляционного анализа предполагает нахождение функциональной связи погрешностей измерений как с факторами, обусловившими эти погрешности, так и с текущими значениями измеряемой корреляционной функции. Определение функциональной связи позволяет записать некоторые рекомендации к самому алгоритму измерения и оптимизировать его с точки зрения повышения точности.

Погрешности корреляционных измерений изучены достаточно подробно в работах [1, 2, 5, 6]. Выведен и исследован ряд соотношений, связывающих корреляционные функции и их статистические оценки для гауссовых случайных сигналов [3]. Однако из-за отсутствия аналитических выражений для оценки этих погрешностей при различных законах распределения анализируемых сигналов затруднена оценка точностных характеристик коррелометров в общем виде.

Анализ основных алгоритмов измерения корреляции показал, что создающаяся погрешность от ограниченности интервала интегрирования для негауссовых законов распределения отличается от известных результатов для нормальных распределений.

Рассмотрим оценку этой погрешности на примере полученного нами нового алгоритма, использование которого позволяет проектировать быстродействующие корреляционные анализаторы.

Известно, что при определении корреляционной функции стационарного эргодического случайного процесса  $X(t)$  основным источником методической погрешности является конечность длительности реализации стационарного эргодического случайного процесса. Эта погрешность возникает вследствие того, что практически определяется не истинное значение корреляционной функции  $R_x(\tau)$ , а ее статистическая оценка  $R_x^*(\tau)$ , лишь в пределе сходящаяся к

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0 + T} x_0(t) x_0(t + \tau) dt, \quad (1)$$

где  $x_0(t) = x(t) - m_x$ ;  $T = T_0 - \tau$ ;  $T_0$  — длительность исследуемой реализации  $x(t)$ .

Функция  $R_x^*(\tau)$  называется статистической корреляционной функцией. За меру точности определения статистической корреляционной функции  $R_x^*(\tau)$  можно принять ее среднее квадратическое отклонение  $\sigma_R(\tau)$  от  $R_x(\tau)$ .

Очевидно, что  $\sigma_R^2(\tau) = M[R_x^{*2}(\tau)] - R_x^2(\tau)$ .

Пусть стационарный случайный процесс  $X(t)$  имеет нормальное распределение вероятностей. В этом случае, как известно [1],

$$\sigma_R^2(\tau) = \frac{2}{T_0 - \tau} \int_0^{T_0 - \tau} \left(1 - \frac{\tau_1}{T_0 - \tau}\right) [R_x^2(\tau_1) + R_x(\tau_1 + \tau) R_x(\tau_1 - \tau)] d\tau_1. \quad (2)$$

Пусть теперь стационарный случайный процесс имеет любой закон распределения вероятностей, отличный от нормального. Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_R^2(\tau) = & \gamma \frac{2}{T_0 - \tau} \frac{R_x(\tau)}{R_x(0)} \int_0^{T_0 - \tau} \left(1 - \frac{\tau_1}{T_1 - \tau}\right) [R_x(\tau_1) R_x(\tau_1 + \tau)] d\tau_1 + \\ & + \frac{2}{T_0 - \tau} \int_0^{T_0 - \tau} \left(1 - \frac{\tau_1}{T_1 - \tau}\right) [R_x^2(\tau_1) + R_x(\tau_1 - \tau) R_x(\tau_1 + \tau)] d\tau_1. \quad (3) \end{aligned}$$



где  $\gamma = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$  — эксцесс;  $\mu_4 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^4 f(x) dx$ ;  $\sigma^4 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 \times$

$\times f(x) dx$ ;  $f(x)$  — одномерный закон распределения плотности вероятностей.

Заметим, что из выражения (3), как частный случай ( $\gamma = 0$ ), может быть получена формула (2).

Таким образом, погрешность от несоответствия принятой гипотезы о гауссовом виде распределения истинному закону имеет вид:

$$\left[ \sigma_R^2(\tau) \right]_{f(x)} = \frac{2}{T_0 - \tau} \cdot \frac{R(\tau)}{R(0)} \gamma \int_0^{T_0 - \tau} \left( 1 - \frac{\tau_1}{T_0 - \tau} \right) \left[ R_x(\tau_1) \times \right. \\ \left. \times R_x(\tau_1 + \tau) \right] d\tau. \quad (4)$$

При  $\tau = 0$  формулы (2) и (3) дают оценки статистической дисперсии. Полученные формулы позволяют оценить погрешности любого алгоритма.

В настоящее время недостаточно исследованы вопросы оптимальной алгоритмизации малоуровневых дискретных коррелометров, новое качество которых — принципиальное неподчинение шумов квантования равномерным законам распределения — требует иного подхода к оценке точностных характеристик корреляционных измерений и поисков оптимальных алгоритмов измерения корреляционных функций.

Алгоритм вычисления корреляционных функций дискретно-временных центрированных случайных сигналов  $x_0(k) = \sum_{k=1}^N X\left(\frac{T}{N}k\right)$  и  $y_0(k) = \sum_{k=1}^N Y\left(\frac{T}{N}k\right)$  для положительных сдвигов может быть записан в виде

$$R_{xy}\left(\frac{T}{N}\mu\right) = \frac{1}{N-\mu} \sum_{k=1}^{N-\mu} X\left[\frac{T}{N}k\right] Y\left[\frac{T}{N}(k+\mu)\right], \quad (5)$$

где  $T$  — длительность реализаций случайных процессов  $x(k)$  и  $y(k)$ ;  $N$  — количество равных временных отрезков, на которые разбита длительность  $T$ ;  $\mu$  — параметр корреляционной функции, определяющий величину сдвига сигналов  $x(k)$  и  $y(k)$  в шагах  $T/N$ .

Исследуемые процессы представляют собой импульсные случайные последовательности, амплитудные значения которых составляют некоторые дискретные счетные множества, определяемые характеристиками амплитудных квантователей. Если в качестве амплитудного квантователя в схеме коррелометра используется S-канальный анализатор амплитуд с шагом характеристики, равным  $R_1$ , то количество членов дискретного множества ограничивается числом  $S$ .

Запишем ординаты  $X\left[\frac{T}{N}k\right]$  и  $Y\left[\frac{T}{N}(k+\mu)\right]$  в виде конечных полиномов:

$$S_k(x) = (a_{1x})_k R_1 + (a_{2x})_k R_2 + \dots + (a_{sx})_k R_s; \quad (6)$$

$$S_{k+\mu}(y) = (a_{1y})_{k+\mu} R_1 + (a_{2y})_{k+\mu} R_2 + \dots + (a_{sy})_{k+\mu} R_s,$$

где  $a_{ix}$ ,  $a_{iy}$  — коэффициенты, принимающие значения 0 или 1, а множители  $R_{i-1}$  и  $R_i$  определяются рекуррентным соотношением

$$R_i - R_{i-1} = R_1. \quad (7)$$

Полиномы (6) строятся таким образом, что при фиксированных  $k$  и  $\mu$  они редуцируют до одного члена, т. е. в каждом полиноме найдется лишь один коэффициент, удовлетворяющий равенству

$$(a_{jx})_k = (a_{ly})_{k+\mu} = 1, \quad (8)$$

а все остальные

$$(a_{mx})_k = (a_{zy})_{k+\mu}, \quad m \neq j, \quad z \neq l. \quad (9)$$

Подставляя формулу (6) в (5), получим

$$\begin{aligned} R_{xy} \left( \frac{T}{N} \mu \right) &= \frac{1}{N-\mu} \sum_{k=1}^{N-\mu} [S_k(x) S_{k+\mu}(y)] = \\ &= \frac{1}{N-\mu} \left\{ \sum_{k=1}^{N-\mu} (a_{1x})_k (a_{1y})_{k+\mu} R_1^2 + \sum_{k=1}^{N-\mu} (a_{2x})_k (a_{1y})_{k+\mu} R_2 R_1 + \dots + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^{N-\mu} (a_{jx})_k (a_{ly})_{k+\mu} R_j R_l + \dots + \sum_{k=1}^{N-\mu} (a_{sx})_k (a_{sy})_{k+\mu} R_s^2 \right\}. \quad (10) \end{aligned}$$

С учетом сделанных выше замечаний при фиксированных  $k$  и  $\mu$  будет иметь место лишь один коэффициент

$$\gamma_{jl} = (a_{jx})_k (a_{ly})_{k+\mu} = 1, \quad (11)$$

а остальные

$$\gamma_{mz} = (a_{mx})_k (a_{zy})_{k+\mu} = 0. \quad (12)$$

Множители  $(R_j R_l)$  представляют собой весовые функции  $\xi_{jl}$  членов полинома  $S_{k,\mu}(xy)$ , равного произведению  $S_k(x)$  и  $S_{k+\mu}(y)$ . Используя выражения (11) и (12), из (10) получим

$$\begin{aligned} R_{xy} \left( \frac{T}{N} \mu \right) &= \frac{1}{N-\mu} \left\{ \xi_{11} \sum_{k=1}^{N-\mu} \gamma_{11}(k, \mu) + \xi_{21} \sum_{k=1}^{N-\mu} \gamma_{21}(k, \mu) \dots \right. \\ &\quad \left. \dots + \xi_{jl} \sum_{k=1}^{N-\mu} \gamma_{jl}(k, \mu) + \dots + \xi_{ss} \sum_{k=1}^{N-\mu} \gamma_{ss} \right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

В выражении (13) под знаками сумм слагаемые принимают значения 0 или 1 в зависимости от конкретных значений ординат  $X \left[ \frac{T}{N} k \right]$  и  $Y \left[ \frac{T}{N} (k + \mu) \right]$ . При фиксированной задержке  $\mu = \text{const}$  и изменении параметра  $k$  под знаком первой суммы получим целое положительное число, определяющее количество случаев, когда ординаты  $X \left[ \frac{T}{N} k \right]$  и  $Y \left[ \frac{T}{N} (k + \mu) \right]$  одновременно в моменты выборки равны  $R_1$ . Аналогично под знаком второй суммы образуется число, определяющее количество случаев, когда в моменты выборки ордината  $X \left[ \frac{T}{N} k \right]$  равна  $R_2$ , а ордината  $Y \left[ \frac{T}{N} (k + \mu) \right] = R_1$  и т. д. Значение корреляционной функции, соответствующее абсциссе  $\mu$ ,

$$R_{xy} \left( \frac{T}{N} \mu \right) = \frac{1}{N-\mu} \left\{ \sum_{j=1}^s \left[ \xi_{jl} \sum_{k=1}^{N-\mu} \gamma_{jl}(k, \mu) \right] \right\}. \quad (14)$$

Сумма  $\sum_{k=1}^{N-\mu} \gamma_{jl}(k, \mu)$  определяет количество случаев одновременного редуцирования (в моменты выборок) полиномов (6) к виду:

$$S_k(x) = (a_{ix})_k R_l = R_l; \quad (15)$$

$$S_{k+\mu}(y) = (a_{iy})_{k+\mu} R_l = R_l.$$

Сумма  $\sum_{k=1}^{N-\mu} \gamma_{jl}(k, \mu)$  является функцией относительного временного сдвига случайных сигналов. Поэтому, обозначив

$$\sum_{k=1}^{N-\mu} \gamma_{jl}(k, \mu) = F_{jl}\left(\frac{T}{N} \mu\right), \quad (16)$$

запишем окончательно алгоритм вычисления корреляционной функции

$$R_{xy}\left(\frac{T}{N} \mu\right) = \frac{1}{N-\mu} \sum_{j=1}^S \left[ \xi_{jl} F_{jl}\left(\frac{T}{N} \mu\right) \right]. \quad (17)$$

Точность корреляционного экспресс-анализа, основанного на алгоритме вычисления  $R_{xy}\left(\frac{T}{N} \mu\right)$  вида (17), в значительной степени определяется методом выбора весовых коэффициентов интервалов анализа  $\xi_{jl}$ . Полный ансамбль возможных мгновенных значений произведений сигналов, прошедших обработку на амплитудных квантователях, имеющих  $(S+1)$  уровень, не превосходит  $S^2$ . Величины весовых коэффициентов интервалов анализа могут быть найдены двойным путем. Когда информация об анализируемых процессах сводится лишь к сведениям о динамических диапазонах, полный набор  $\xi_{jl}$  может быть получен в виде множества всевозможных значений произведений середины интервалов  $S_x$  и  $S_y$ . Если заранее известны дифференциальные законы распределения мгновенных значений ординат процессов  $x(t)$  и  $y(t)$ , то оптимальный выбор  $\xi_{jl}$  позволяет значительно снизить погрешности корреляционного преобразования.

Можно показать [4, 7], что оптимальный (с точки зрения минимальной погрешности квантования) уровень выходного напряжения  $j$ -го интервала

$$(x_j^*)_{\text{opt}} = \frac{\left[ \exp\left(-\frac{x_j^2 + 1}{2}\right) - \exp\left(-\frac{x_j^2}{2}\right) \right]}{\sqrt{2\pi} [\Phi(x_j) - \Phi(x_{j+1})]} \quad (18)$$

Весовые коэффициенты  $\xi_{jl}$  в (17) могут быть определены как набор всевозможных значений попарных произведений оптимальных уровней передачи каналов обработки сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$ , т. е.

$$\xi_{jl} = (x_j^*)_{\text{opt}} (y_l^*)_{\text{opt}}. \quad (19)$$

Теоретические исследования и практическое решение ряда вопросов проектирования коррелометров экспресс-анализа [8, 9] рассмотренного «квазимультимпликативного» типа свидетельствуют о перспективности предлагаемого метода. Коррелометры такого типа могут быть достаточно просто осуществлены в виде анализаторов параллельного действия.

Значительный интерес представляет исследование оценки погрешности измерения корреляционных функций квантованных по амплитуде сигналов, обусловленной конечностью интервала интегрирования.

Представим квантуемый сигнал в таком виде:

$$x(t) = x_1(t) + \eta(t),$$

где  $x_1(t)$  — квантованный сигнал;  $\eta(t)$  — шум квантования.

Рассмотрим

$$\begin{aligned} R_{x_1 x_1}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} R_{x_1 x_1}^*(\tau) = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T - \tau} \int_{t_0}^{t_0 + T - \tau} [x_1(t) - m x_1] [x_1(t + \tau) - m x_1] dt. \end{aligned} \quad (20)$$

Как известно,

$$R_{x_1 x_1}(\tau) = R_{xx}(\tau) + R_{x\eta}(\tau) + R_{\eta x}(\tau) + R_{\eta\eta}(\tau).$$

Будем считать, что квантуемый сигнал — нормальный стационарный случайный сигнал с нулевым средним и дисперсией  $\sigma^2$ . Тогда среднее квадратическое отклонение статистической оценки корреляционной функции квантованного сигнала  $R_{x_1 x_1}^*(\tau)$  от истинного  $R_{x_1 x_1}(\tau)$ , согласно [1],

$$\begin{aligned} \sigma_{R_{x_1 x_1}}^2(\tau) &= \frac{2}{(T - \tau)} \int_0^{T - \tau} \left(1 - \frac{\tau_1}{T - \tau}\right) [R_{x_1 x_1}^2(\tau_1) + \\ &+ R_{x_1 x_1}(\tau_1 + \tau) R_{x_1 x_1}(\tau_1 - \tau)] d\tau_1. \end{aligned}$$

Заметим, что в выражении для  $R_{x_1 x_1}(\tau)$  сумма  $[R_{x\eta}(\tau) + R_{\eta x}(\tau)]$  пренебрежимо мала (в  $10^7$  раз меньше) по сравнению с  $R_{\eta\eta}(\tau)$ .

С учетом вышесказанного

$$R_{x_1 x_1}(\tau) \approx R_{xx}(\tau) + R_{\eta\eta}(\tau). \quad (21)$$

Подставляя выражение (21) в формулу для вычисления среднеквадратической погрешности  $\sigma_{R_{x_1 x_1}}^2(\tau)$ , получим

$$\begin{aligned} \sigma_{R_{x_1 x_1}}^2(\tau) &= \frac{2}{(T - \tau)} \int_0^{T - \tau} \left(1 - \frac{\tau_1}{T - \tau}\right) [(R_{xx}(\tau_1) + R_{\eta\eta}(\tau_1))^2 + \\ &+ [R_{xx}(\tau_1 + \tau) + R_{\eta\eta}(\tau_1 + \tau)] [R_{xx}(\tau_1 - \tau) + R_{\eta\eta}(\tau_1 - \tau)] d\tau_1. \end{aligned} \quad (22)$$

В случае, когда квантуемый сигнал имеет закон распределения, отличный от нормального, можно пользоваться формулами (21) и (22), подставляя вместо  $R_{xx}(\tau)$  значение  $R_{x_1 x_1}(\tau)$ .

Рассмотренные функциональные зависимости погрешностей измерения корреляционных функций от изменения различных факторов могут быть использованы на практике. Область их применения достаточно широка ввиду отсутствия каких-либо ограничений, налагаемых на виды законов распределения сигналов.

Весьма перспективным представляется также метод построения коррелометров по предложенному квазимультимпликативному принципу. Сравнительная простота алгоритма, достаточно высокая точность, быстродействие, легкость технической реализации делают квазимультимпликативные коррелометры пригодными для решения широкого круга задач статистического анализа.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. «Советское радио», 1966.
2. Мирский Г. Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. «Энергия», 1967.
3. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. «Советское радио», 1963.
4. Коровкин Е. И., Пиастро В. П., Сидоренко В. В. Преобразование измерительной информации при корреляционных измерениях. «Автоматрия», 1970, № 6.
5. Котюк А. Ф., Ольшевский В. В., Цветков Э. Н. Методы и аппаратура для анализа характеристик случайных процессов. «Энергия», 1967.
6. Новиков Ю. П. Специализированные вычислительные машины непрерывного действия для статистической обработки случайных процессов. Сб. «Автоматическое управление и вычислительная техника», Машгиз, 1958.
7. Авербух Г. Ю., Колтик Е. Д., Пиастро В. П. О методической погрешности малоразрядных ПНК, используемых в коррелометрах экспресс-анализа. Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области электрических измерений, вып. 117 (177), Изд-во стандартов, 1970.
8. Колтик Е. Д., Пиастро В. П., Яралашвили Р. В. Новый принцип построения автоматических корреляторов. Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области электрических измерений, вып. 98 (158), Изд-во стандартов, 1968.
9. Пиастро В. П., Калинчук А. А. Новые принципы построения устройств корреляционного экспресс-анализа. Тезисы докладов 1-й Всесоюзной научно-технической конференции по метрологии, Свердловск, 17—20 сентября 1968.

Поступила в редакцию  
9.VI.1969 г.

УДК 389 : 53.088

**Б. Л. РЫВКИН**  
ВНИИМ

### О ГРАНИЧНЫХ ОЦЕНКАХ СУММАРНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В настоящее время проблема суммирования случайных погрешностей является одной из самых актуальных в приборостроении и метрологии [1—3]. При проектировании ИИС определяют суммарную погрешность системы по

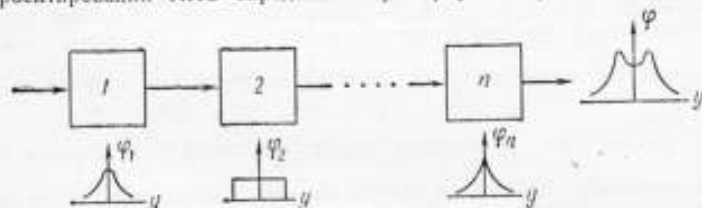


Рис. 1. Схема образования суммарной погрешности ИИС.

заранее известным законам распределения погрешностей звеньев или по известным среднеквадратическим значениям этой погрешности (при неизвестных законах распределения звеньев). Рассмотрим эту задачу более подробно. Имеется блок-схема ИИС, состоящая из  $n$  блоков (рис. 1). Пусть известны законы рас-



пределения случайных погрешностей звеньев системы. Положим, что все звенья системы преобразуют информацию как в аналоговой, так и в дискретной форме и что рассматривается только статическая погрешность. Нужно определить суммарную погрешность ИИС в выбранных точках ее динамического диапазона.

Эта задача решается абсолютно точно с помощью методов свертки и характеристических функций [4]. Остановимся вкратце на этих методах. В первом случае, если  $X$  и  $Y$  — независимые случайные величины, а  $\varphi_1(x)$  и  $\varphi_2(y)$  — плотности распределения этих величин, то плотность распределения  $\varphi(z)$  случайной величины  $Z = X + Y$  находится с помощью свертки исходных плотностей

$$\varphi(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(x) \varphi_2(z-x) dx. \quad (1)$$

Применяя операцию свертки  $n-1$  раз, получим плотность распределения суммарной погрешности системы, состоящей из  $n$  звеньев.

Более мощным методом суммирования случайных величин (погрешностей) является метод характеристических функций, основанный на трех теоремах, доказанных в теории вероятностей [5] — теоремах единственности, умножения и предельной. Характеристической функцией случайной величины  $X$  называется математическое ожидание случайной величины  $e^{itx}$ , т. е.

$$f(t) = M(e^{itx}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{itx} dF(x). \quad (2)$$

Из теоремы единственности следует, что между характеристической функцией и законом распределения (плотностью вероятности) существует взаимнооднозначное соответствие, определяемое парой преобразования Фурье (2), (3):

$$F(x_2) - F(x_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-itx_2} - e^{-itx_1}}{it} f(t) dt$$

или

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-itx} f(t) dt. \quad (3)$$

Здесь  $F(x)$  — функция распределения случайной величины  $X$ ;  $f(x)$  — плотность вероятности случайной величины  $X$ .

Теорема умножения играет очень важную роль в суммировании случайных величин. Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — взаимонезависимые случайные величины, характеристические функции которых соответственно  $f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)$ .

Тогда случайная величина  $\sum_{k=1}^n X_k$  имеет характеристическую функцию  $f(t) =$

$$= \prod_{k=1}^n f_k. \text{ Точный метод нахождения суммарного закона распределения случай-}$$

ных погрешностей основывается на этой теореме. Однако инженерное решение задачи суммирования случайных погрешностей данными методами в большинстве случаев не может быть получено, так как в каждом конкретном случае требуется вычисление интегралов (1)–(3), что обычно является сложной вычислительной задачей.

Правда, в последнее время появились работы, в которых рассматривается вычислительный аспект нахождения композиции законов распределения, например, «метод перебора», описанный в работе С. Г. Рабиновича [2], но и этот метод для нахождения суммарной погрешности ИИС, состоящей из большого количе-

ства звеньев, может вызвать определенные затруднения ввиду большого объема вычислений.

Как известно [1], оценка суммарной погрешности приборов базируется на суммировании дисперсий случайных погрешностей звеньев (априори заданных или вычисленных). Суммарная средняя квадратическая погрешность прибора находится извлечением корня из суммарной дисперсии; если часть погрешностей взаимозависимы, то добавляются члены, учитывающие этот факт,

$$\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{k=1}^n \sigma_k^2 + 2 \sum_{j,k} K_{j,k} \sigma_j \sigma_k} \quad (4)$$

где  $K_{j,k}$  — коэффициент корреляции  $j$  и  $k$  частных погрешностей.

Далее определяют практически предельное значение случайной погрешности

$$\Delta_{\Sigma} = \pm \alpha_{\Sigma} \sigma_{\Sigma} \quad (5)$$

где  $\alpha_{\Sigma}$  — коэффициент, определяемый заданной доверительной вероятностью и законом распределения суммарной погрешности.

Обычно суммарный закон распределения неизвестен и его считают «нормальным, особенно при большом числе источников погрешностей» [1]. При этом численное значение коэффициента для доверительных вероятностей  $p_1 = 0,9$ ;  $p_2 = 0,99$ ;  $p_3 = 0,997$  соответственно равно  $\alpha_{\Sigma} = 1,6; 2; 3$ .

Однако в общем случае это неверно по следующим соображениям. Из центральной предельной теоремы в первом приближении следует, что при весьма слабых ограничениях нормированная и центрированная сумма предельно пренебрегаемых случайных величин распределена по нормальному закону в случае бесконечного числа слагаемых. В случае же конечного числа слагаемых такая сумма распределена уже приблизительно по нормальному закону. Это следует из работ Крамера [5], который доказал, что если сумма конечного числа независимых случайных величин распределена по нормальному закону, то и каждое слагаемое должно быть обязательно нормальным.

Таким образом, лишь в исключительном случае нормальности каждого слагаемого закон распределения суммы будет в точности совпадать с нормальным. Из вышесказанного следует, что, аппроксимируя конечную сумму случайных величин нормальным распределением, следует проверить точность аппроксимации. Не зная реального распределения суммы, невозможно определить различие между реальной и аппроксимирующей функциями распределения. Однако существуют граничные соотношения, впервые предложенные еще Липуновым в форме, включающей неизвестную постоянную. В дальнейшем были даны численные значения этой константы [7—9]. Таким образом, стало возможным получение определенного численного результата точности оценки случайной суммарной погрешности с неизвестным распределением при аппроксимации его нормальным распределением:

$$\left| F_n(x) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt \right| < \frac{3M_n \log n}{s_n^3}; \quad (6)$$

$$\left| F_n(x) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt \right| < \frac{2,03}{s_n} \max_i \frac{\tau_i^3}{\sigma_i^2}. \quad (7)$$

Здесь  $X_i$  — независимые, центрированные случайные величины с конечными дисперсиями и третьими моментами:  $E(x_i) = 0$ ;

$$E(x_i^2) = \sigma_i^2; \quad E(|x_i|^3) = \tau_i^3 \quad (i = 1, 2, \dots, n);$$

$$s_n^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2; \quad t_n = \sum_{i=1}^n \tau_i^3;$$

$F_n(x)$  — функция распределения центрированной и нормированной суммы  $s_n = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{s_n}$ .

Заметим, что неравенство (7) точнее выполняется для случайных величин, распределенных одинаково. На рис. 2 показано соотношение между функциями  $F_n(x)$  и  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$ . Однако подобные неравенства нельзя применять на практике для оценки сходимости конечных сумм к нормальному закону, поскольку они дают лишь грубые оценочные результаты. Так, например,

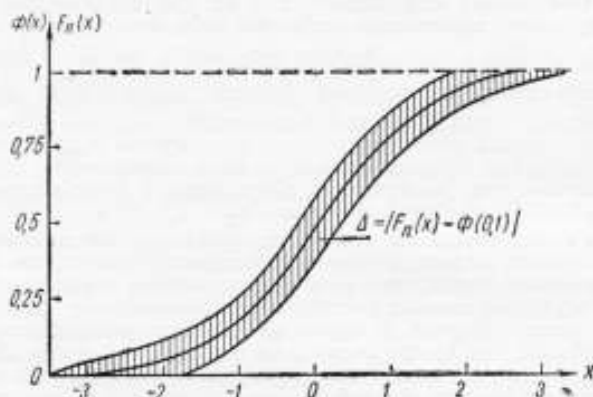


Рис. 2. Погрешность аппроксимации нормированной суммы с законом распределений  $F_n(x)$  нормальным законом  $\Phi(0,1)$ .

для десяти слагаемых, распределенных равномерно, погрешность аппроксимации, рассчитанная по формуле (7), составляет около 30%.

Кроме того, полученный результат не дает уверенности в быстрой сходимости суммарной случайной погрешности к нормальному закону. Однако обычное утверждение о практической сходимости к нормальному закону, например [11], — «В практических задачах и при других \* законах распределения независимых случайных величин уже при сравнительно небольшом числе их  $n$  закон распределения суммы этих величин близок к нормальному» — выглядит также малоубедительным. Другие авторы трактуют этот вопрос иначе: «... при композиции большого числа независимых равномерно распределенных случайных величин в пределе получается нормальная плотность вероятности» [12].

Чтобы частные значения суммарной случайной погрешности, например  $2\sigma$ ,  $3\sigma$ , не выглядели столь произвольными при любом законе распределения вероятностей [3], необходима хотя бы граничная оценка ее доверительной вероятности. Эта оценка может быть получена при изучении оценок, выраженных через дисперсии случайных величин, — неравенства Чебышева типа — и значений доверительной погрешности для спектра законов распределения суммарной случайной погрешности ИИС.

В теории вероятности и в математической статистике известно неравенство Чебышева

$$P(|x - M(x)| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}, \quad (8)$$

\* Имеются в виду законы, отличные от равномерного.

где  $x$  — любая случайная величина;  $M(x)$  — математическое ожидание случайной величины;  $\sigma$  — среднеквадратическое отклонение этой величины, равное  $\sqrt{D}$  ( $D$  — дисперсия);  $k > 0$  — любое число, большее нуля.

Это неравенство дает нижнюю границу для вероятности (частоты — в статистике), отвечающей интервалу длины  $2k\sigma$ , центр которого совпадает со средним значением распределения, или верхнюю границу для «хвостов» распределения. Будучи верной с очень большой степенью общности, эта оценка слаба (при  $k \leq 1$  просто тривиальна). Однако она полезна при установлении предельных соотношений и при грубой оценке доверительных границ (вероятностей) (см. таблицу). Отметим, что для распределений общего вида подобные неравенства не могут быть улучшены. Накладывая лишь очень слабые ограничения на форму функции плотности вероятностей, эти неравенства можно значительно усилить.

Например, если непрерывная функция плотности имеет только одну моду  $x_m$ , то

$$P\{|x - M(x)| \geq k\sigma\} \leq \frac{4}{9} \frac{1 + s^2}{(k - |s|)^2}, \quad (9)$$

где  $s = \frac{M(x) - x_m}{\sigma}$  — пирсоновская мера асимметрии.

Для одномодальных симметричных распределений это неравенство сильнее примерно в два раза, чем неравенство Чебышева (см. таблицу).

При полном отсутствии априорной информации о законах распределения слагаемых и суммы для грубой оценки суммарной случайной погрешности можно использовать неравенство (8); если же суммарный закон распределения одномодален, то применяется неравенство (9).

Если наложить некоторые ограничения на законы распределения случайной погрешности, то для оценки суммарной погрешности можно воспользоваться неравенством Бернштейна [8]:

$$P\left\{\left|\sum_{i=1}^n x_i\right| > k\sigma_n\right\} \leq e^{-k^2}. \quad (10)$$

Здесь  $x_i$  —  $i$ -я случайная погрешность;  $\sigma_n = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}$  — суммарная средняя квадратическая погрешность.

Причем в соответствии с ограничениями

$$\begin{aligned} |x_i| \leq M; \quad |\mu_r| \leq \frac{1}{2} H^{r-2} (r!) \mu_2; \quad H = \frac{M}{3}; \\ 0 < k < \frac{\sigma_n}{2H}, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\mu_r$  —  $r$ -й центральный момент.

Очевидно, что подобные неравенства, давая верхнюю границу вероятности усекаемого «хвоста» суммарного распределения погрешностей, являются довольно грубыми. Однако во многих практических случаях точность оценки доверительной вероятности с их помощью может быть принята в первом приближении при расчете суммарной доверительной погрешности вновь проектируемой ИИС.

Другим методом оценки суммарной случайной погрешности может служить рассмотрение спектра законов распределения случайных погрешностей, встречающихся в реальных измерительных системах. Обычно полагают, что при выполнении аксиом симметрии и монотонности случайные погрешности подчиняются нормальному закону с плотностью вероятности.

$$f(0, \sigma) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2\sigma^2}. \quad (12)$$

Закон распределения	Функция распределения или плотность распределения	Характеристики закона распределения (математическое ожидание $\bar{x}$ , дисперсия $D$ , мода $x_m$ )	Доверительный интервал	Теоретическое значение доверительной вероятности для «хвостов»	Чебышевская оценка (8)	Улучшенная оценка (9)
Нормальный	$\varphi(x, x_0, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-x_0)^2}{2\sigma^2}} dt$	$\bar{x} = x_0$ $D = \sigma^2$	$\pm \sigma$ $\pm 2\sigma$ $\pm 3\sigma$	0,32 0,045 0,003		0,44 0,11 0,05
Равномерный	$H(x, c, l) = \begin{cases} 0 & x \leq c - l \\ \frac{x - (c - l)}{2l} & c - l < x \leq c + l \\ 1 & x > c + l \end{cases}$	$\bar{x} = c$ $D = \frac{l^2}{3}$	$\pm \sigma$ $\pm 2\sigma$ $\pm 3\sigma$	0,4 0 0	1 0,25 0,11	0,44 0,11 0,05
Симпсона	$H_1(x, c, l) = \begin{cases} 0 & x \leq c - 2l \\ \frac{[x - (c - 2l)]^2}{8l^2} & c - 2l < x \leq c \\ 1 - \frac{(c + 2l - x)^2}{8l^2} & c < x \leq c + 2l \\ 1 & x > c + 2l \end{cases}$	$\bar{x} = c$ $D = \frac{2}{3} l^2$	$\pm \sigma$ $\pm 2\sigma$ $\pm 3\sigma$	0,35 0,04 0		0,44 0,11 0,05



Закон распределения	Функция распределения или плотность распределения	Характеристики закона распределения (математическое ожидание $\bar{x}$ , дисперсия $D$ , мода $x_m$ )	Доверительный интервал	Теоретические значения доверительной вероятности для «хвоста»	Чебышевская оценка (8)	Улучшенная оценка (9)
Рэлея	$K(x, \sigma_k) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 - e^{-x^2/2\sigma_k^2} & x > 0 \end{cases}$	$\bar{x} = 1,25\sigma_k$ $D = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right) \sigma_k^2$ $x_m = \sigma_k^2$	$\pm \sigma$ $\pm 2\sigma$ $\pm 3\sigma$	$0,33$ $0,04$ $0,006$	1	$0,2$ $0,07$
Максвелла	$S(x, \sigma_c) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 2 \left[ \Phi\left(\frac{x}{\sigma_c}\right) - \frac{x}{\sigma_c} \varphi\left(\frac{x}{\sigma_c}\right) \right] & x > 0 \end{cases}$	$\bar{x} = 1,6\sigma_c$ $D = \left(3 - \frac{8}{\pi}\right) \sigma_c^2$ $x_m = \sqrt{2}\sigma_c$	$\pm \sigma$ $\pm 2\sigma$ $\pm 3\sigma$	$0,32$ $0,05$ $0,005$	1	$0,96$ $0,17$ $0,06$
Экспоненциальный Симметричный	$\mathcal{E}(x) = \frac{1}{2} e^{- x }$	$\bar{x} = 0$ $D = 2$	$\pm \sigma$ $\pm 2\sigma$ $\pm 3\sigma$	$0,24$ $0,06$ $0,01$		$0,44$ $0,11$ $0,05$

Здесь и в дальнейшем математическое ожидание  $M(x)$  случайной погрешности принято равным нулю — случай отсутствия систематических погрешностей.

Как уже указывалось, близость закона распределения суммарной случайной погрешности к нормальному, хотя и представляет собой типичное явление, однако точное совпадение этого закона с нормальным довольно редкое. Поэтому следует рассмотреть различные отступления от нормального закона, которые встречаются на практике. Обычно в теории вероятностей принимают коэффициент асимметрии  $\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$  и коэффициент эксцесса  $\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$  в качестве параметров, учитывающих деформацию функции плотности относительно нормальной. Рассмотрим спектр законов при изменяющемся коэффициенте эксцесса (рис. 3).

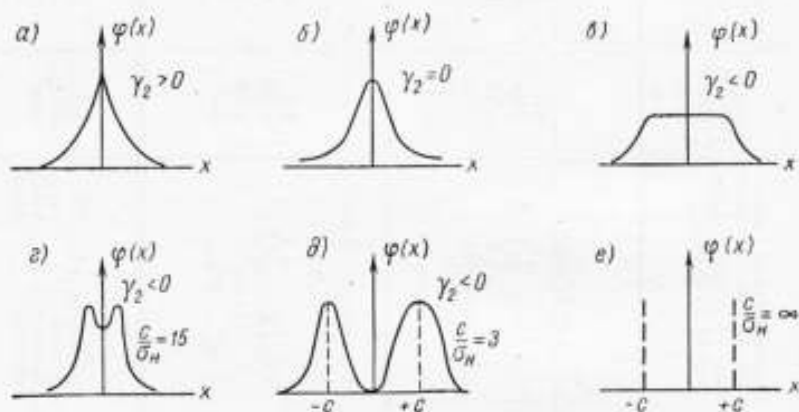


Рис. 3. Форма дифференциальных законов распределения для различных коэффициентов эксцесса.

Воспользуемся моделью П. В. Новицкого [3] для островершинных законов (рис. 3, а):

$$\varphi_1(x) = \frac{a}{2\Gamma(1/a)} e^{-|x|^a},$$

где  $\Gamma(1/a)$  — гамма функции.

При изменении  $a$  от 2 до нуля это выражение описывает различные законы распределения — от нормального до закона с бесконечно возрастающим положительным эксцессом. Законы распределения с отрицательным эксцессом  $\gamma_2 < 0$  — плосковершинные и двухмодальные (рис. 3, в, г, д, е) — можно представить в виде нормального и дискретного распределений (рис. 3, б, е) [3]

$$\varphi_2(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\lambda\sigma_n}} \left\{ \exp\left[-\frac{(x-c)^2}{2\sigma_n^2}\right] + \exp\left[-\frac{(x+c)^2}{2\sigma_n^2}\right] \right\}. \quad (13)$$

Далее рассмотрим поведение так называемой доверительной погрешности  $\Delta_d$  для вышеуказанных законов распределения  $\varphi_1(x)$  и  $\varphi_2(x)$ . Так же как и П. В. Новицкий, будем характеризовать форму закона распределения не величиной эксцесса  $\gamma_2$ , а однозначно с ней связанной относительной энергетической характеристикой погрешности  $\sqrt{\frac{\sigma^4}{\mu_4}}$ , которая, являясь положительной величиной,

более удобна при расчетах. Вычислим доверительную вероятность, при которой погрешность ИИС не превышает доверительной погрешности  $|\Delta| \leq \Delta_x$ :

$$P(|x| \leq \Delta_x) = \int_{-\Delta_x}^{\Delta_x} \varphi(x) dx; \quad (14)$$

$$P_1(|x| \leq \Delta_x) = \frac{a}{\Gamma(1/a)} \int_0^{\Delta_x} e^{-x^a} dx; \quad (15)$$

$$P_2(|x| \leq \Delta_x) = \frac{1}{2} \left[ \Phi\left(\frac{\Delta_x + c}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) + \Phi\left(\frac{\Delta_x - c}{\sqrt{2}\sigma_n}\right) \right]. \quad (16)$$

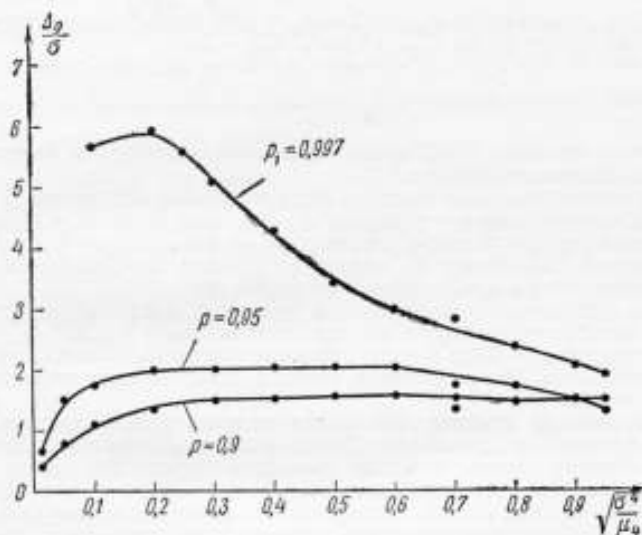


Рис. 4. Зависимость относительной доверительной погрешности от показателя, характеризующего эксцесс распределения.

Выражение дисперсии и четвертого момента для указанных законов распределения [3]:  
для  $\varphi_1(x)$

$$\sigma = \frac{\Gamma(3/a)}{\Gamma(1/a)}; \quad \mu_4 = \frac{\Gamma(5/a)}{\Gamma(1/a)}; \quad (17)$$

для  $\varphi_2(x)$

$$\sigma = \sigma_n \sqrt{1 + \left(\frac{c}{\sigma_n}\right)^2}; \quad (18)$$

$$\mu_4 = \sigma_n^4 \left[ \left(\frac{c}{\sigma_n}\right)^4 + 6 \left(\frac{c}{\sigma_n}\right)^2 + 3 \right].$$

Теперь можно получить значение доверительной погрешности при доверительных вероятностях:  $p_1 = 0,9$ ;  $p_2 = 0,95$ ;  $p_3 = 0,997$ , обычно принимаемых в приборостроении. Для этого воспользуемся результатами расчета [3] энтро-

пийного коэффициента на вычислительной машине. На рис. 4 представлена зависимость относительной доверительной погрешности  $\frac{\Delta_d}{\sigma} = \frac{k\sigma}{\sigma} = k$  в функ-

ции от  $\sqrt{\frac{\sigma^4}{\mu^4}}$ .

Как видно, для доверительных вероятностей  $p_1 = 0,9$  и  $p_2 = 0,95$  доверительная погрешность  $\Delta_d$  постоянна для широкого класса законов распределения, у которых коэффициент эксцесса или величина  $\sqrt{\frac{\sigma^4}{\mu^4}}$  меняется в значительных пределах. Поэтому если априорная информация о законе распределения суммарной погрешности такова, что можно предположить аналогичные рассмотренным свойствам (симметричность, равенство  $\sqrt{\frac{\sigma^4}{\mu^4}} = 0,2-0,7$ ), то для доверительных вероятностей  $p_1 = 0,9$  и  $p_2 = 0,95$  доверительные погрешности соответственно будут равны  $\Delta_{d1} = 1,6\sigma$  и  $\Delta_{d2} = 2\sigma$ .

## ВЫВОДЫ

При проектировании ИИС оценку суммарной погрешности целесообразно производить следующим образом.

1. При отсутствии какой бы то ни было априорной информации о законах распределения составляющих суммарной случайной погрешности, а также о суммарном законе оценка суммарной погрешности производится по верхней точной границе, данной Чебышевым (8); суммарная средняя квадратическая погрешность рассчитывается в соответствии с формулой (4).

Следует учитывать, что чем больше требуемый доверительный интервал, тем менее практически пригодна эта оценка. Так при  $p = 0,997$   $\Delta_d = \pm 18\sigma$ , в то время как для  $p = 0,9$   $\Delta_d = \pm 3\sigma$ . Поэтому применять чебышевскую оценку рекомендуется лишь для не слишком больших доверительных вероятностей — не более  $p = 0,9$ .

2. Если априори известно, что законы распределения составляющих суммарной погрешности унимодалыны, а также известна пирсоновская мера асимметрии суммарного закона, то можно применять улучшенную оценку (9).

Вышеизложенное о применимости чебышевской оценки справедливо и для данной оценки. Причем величина доверительной вероятности, которую практически можно рекомендовать, зависит от значения меры асимметрии. Если закон распределения симметричен ( $s = 0$ ), то, как уже указывалось, данная оценка лучше чебышевской, поэтому ее уже можно применять для  $p \leq 0,95$ , что соответствует  $\Delta_d = \pm 3\sigma$ . Причем симметричность закона устанавливают не только из практических соображений, но и принимая во внимание теоретические предпосылки. Так, средняя погрешность передачи информации двоичным безыбыточным кодом по двоичному симметричному каналу симметрична. То же относится к погрешности любого прибора при выполнении аксиом симметрии и монотонности. Если же требуется экспериментальное определение симметричности закона распределения, то совершенно ясно, что объем экспериментальных данных будет значительно меньше того, при котором производится экспериментальное определение самого закона распределения.

3. Если известно, что случайные составляющие суммарной погрешности, а также их моменты ограничены [11], следует использовать неравенство Берштейна (10). Эта оценка дает следующие результаты:

$$1 - p_1 = 0,37; \quad |\Delta_d| < \sigma_n;$$

$$1 - p_2 = 0,02; \quad |\Delta_d| < 2\sigma_n;$$

$$1 - p_3 = 10^{-4}; \quad |\Delta_d| < 3\sigma_n.$$

Очевидно, что в первых двух точках наблюдается примерное совпадение с нормальным законом, а в третьей — расхождение больше, чем на порядок.

Это не удивительно, поскольку на законы распределения составляющих суммарной погрешности и на скорость их роста наложены жесткие ограничения.

4. К аппроксимации закона распределения суммарной погрешности нормированным нормальным распределением  $\Phi(0,1)$  следует подходить с достаточной осторожностью.

В самом общем случае, когда не известны ни функции распределения составляющих, ни суммарная функция распределения, по-видимому, следует отказаться от этого приема, поскольку погрешность аппроксимации, рассчитанная в этом случае по формулам (6)–(7), сходится к нулю довольно медленно (15% для 50 слагаемых). Однако в некоторых частных случаях погрешность аппроксимации довольно быстро убывает с ростом числа слагаемых [13]:

— если составляющие суммарной погрешности имеют один и тот же закон распределения, то  $F_n(x)$  аппроксимируется с помощью  $\Phi(0,1)$  с погрешностью до членов порядка  $\frac{1}{\sqrt{n}}$ ;

— если к тому же асимметрии закона распределения слагаемых равна нулю  $\gamma_2 = 0$ , то аппроксимация происходит с точностью до членов порядка  $\frac{1}{n}$ ;

— если же равны нулю и асимметрия  $\gamma_2$  и эксцесс  $\gamma_3$  этого распределения, то точность аппроксимации возрастает до  $\frac{1}{\sqrt{n^3}}$ .

5. Если известно, что функция плотности вероятности суммарной погрешности симметрична относительно математического ожидания  $\gamma_1 = 0$ , то для широкого диапазона изменения эксцесса  $\gamma_3$  можно с достаточной точностью принять значение доверительной погрешности  $\Delta_d = 2\sigma$  с вероятностью  $p = 0,95$  (см. рис. 4 и таблицу).

6. При наличии доминирующей погрешности в сумме с неизвестным или известным законом распределения следует поступать в соответствии с методикой, изложенной в работе [2].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович Б. Е. Методика суммирования частных погрешностей в области радиотехнических измерений. Труды институтов Комитета стандартов (ВНИИМ), вып. 57 (117), Стандартгиз, 1962.
2. Рабинович С. Г. К расчету погрешностей измерительных приборов. «Измерительная техника», 1968, № 2.
3. Новицкий П. В. Основы информационной теории измерительных устройств. «Энергия», 1968.
4. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. Физматгиз, 1961.
5. Хинчин А. Я. Предельные законы для сумм независимых случайных величин. М.—Л., ГОНТИ, 1938.
6. Гнеденко Б. В., Колмогоров А. Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин. М., ГТТИ, 1949.
7. Ибрагимов И. А., Линник Ю. В. Независимые и стационарно связанные величины. «Наука», 1965.
8. Godwin H. Inequalities on distribution functions. London, Griffin, 1964.
9. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2, «Мир», 1967.
10. Ловэ М. Теория вероятностей. Изд-во иностр. лит., 1962.
11. Лившиц Н. А. и Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического управления. «Советское радио», 1963.
12. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. «Советское радио», 1966.
13. Уилкс С. Математическая статистика. «Наука», 1967.
14. Справочник по вероятностным расчетам. Воениздат, 1966.

Поступила в редакцию  
9.VI.1969 г.

## КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗОВОГО СДВИГА

Одной из важных проблем измерительной техники является измерение малых величин, соизмеримых с напряжениями флуктуационных помех. Легко показать, что даже при отношении сигнал/шум, равном 1, проведение, например, фазовых измерений существующими методами затруднительно. Для получения информации при заданном отношении сигнал/шум необходимо значительно увеличить время измерения. В настоящее время измерение фазового сдвига двух синусоидальных напряжений основано на измерении времени между точками перехода через нуль соответствующих полупериодов синусоид. Различие между конкретными реализациями этого метода измерения заключается в используемом принципе перехода от временного сдвига к угловой его мере. Однако недостаток этого способа измерения состоит в том, что о фазовом сдвиге судят по положению лишь двух точек во времени, не используя того объема информации, который несут все остальные точки. Этим и объясняется малая помехоустойчивость такого способа измерения фазового сдвига и большая зависимость результата измерений от искажений входных сигналов. Большинство известных способов измерения фазового сдвига при наличии помех сводятся к интегральной операции [1]:

$$R = \int_0^T [E(t) + E_n(t)] z(t) dt, \quad (1)$$

где  $E_n(t) + E(t)$  — сумма сигнала и помехи;  $z(t)$  — весовая функция.

При проведении фазовых измерений удобно применить корреляционный способ приема слабых сигналов

$$R(\tau) = \int_0^T E(t) [E(t) + E_n(t)] dt, \quad (2)$$

где  $E(t)$  — сигнал;  $E_n(t)$  — помеха.

Предположим, что  $x(t)$  и  $y(t)$  — синусоидальные сигналы, между которыми измеряется сдвиг по фазе

$$x(t) = U_{m1} \sin \omega t;$$

$$y(t) = U_{m2} \sin(\omega t + \varphi_{xy}).$$

Согласно теории вероятностей для отдельного измерения, результат которого не зависит от законов распределения фазового сдвига, можно считать, что исследуемые сигналы являются реализациями случайных процессов  $X(t)$  и  $Y(t)$ . При этом амплитуды  $U_{m1}$  и  $U_{m2}$  входных сигналов постоянны, а фазы распределены по закону равномерной плотности на участке возможных значений  $0-2\pi$ . В этом случае процессы  $X(t)$  и  $Y(t)$  можно считать стационарными и их вероятностные характеристики не меняются при сдвиге аргументов вдоль оси времени по всей реализации (или на протяжении отрезков значительной длительности). Принимая гипотезу стационарности исследуемых процессов [2], будем иметь:

$$m_X(t) = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) f(x) dx = \text{const}; \quad (3)$$



$$D[x(t)] = \sigma_x^2(t) = M\{[x(t) - m_x(t)]^2\} = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) - m_x(t)]^2 f(x) dx = \text{const}; \quad (4)$$

$$k(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - m_x)(x_2 - m_x) f(x_1, x_2, t_1, t_2) dx_1 dx_2 = k(t_2 - t_1) = k(\tau), \quad (5)$$

где  $f(x)$  и  $f(x_1, x_2, t_1, t_2)$  — одномерная и двумерная функции распределения вероятностей соответственно.

Принимая во внимание сказанное выше и учитывая гармонический характер  $x(t)$  и  $y(t)$  из выражений (3), (4), (5), получим:

$$m_x = \frac{1}{T} \int_0^T U_{m_1} \sin \omega t dt = 0; \quad (6)$$

$$m_y = \frac{1}{T} \int_0^T U_{m_2} \sin(\omega t + \varphi_{xy}) dt = 0; \quad (7)$$

$$k_x(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - m_x(t)] [x(t + \tau) - m_x(t)] dt; \quad (8)$$

$$k_y(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T [y(t) - m_y(t)] [y(t + \tau) - m_y(t)] dt; \quad (9)$$

$$k_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T [x(t) - m_x(t)] [y(t + \tau) - m_y(t)] dt, \quad (10)$$

где  $T$  — период функций  $x(t)$  и  $y(t)$ .

Из выражений (8), (9), (10), учитывая (6), (7) для авто- и взаимокорреляционных функций, получим:

$$k_x(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T U_{m_1} \sin \omega t U_{m_1} \sin(\omega t + \omega \tau) dt = \frac{1}{2} U_{m_1}^2 \cos \omega \tau; \quad (11)$$

$$k_y(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T U_{m_2} \sin(\omega t + \varphi_{xy}) U_{m_2} \sin(\omega t + \omega \tau + \varphi_{xy}) dt = \frac{1}{2} U_{m_2}^2 \cos \omega \tau; \quad (12)$$

$$k_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T U_{m_1} \sin \omega t U_{m_2} \sin(\omega t + \omega \tau + \varphi_{xy}) dt = \frac{1}{2} U_{m_1} U_{m_2} \cos \omega \tau. \quad (13)$$

Выражение (13) показывает, что взаимокорреляционная функция процессов  $X(t)$  и  $Y(t)$  имеет своим аргументом фазовый сдвиг между их реализациями  $x(t)$  и  $y(t)$ , так как в данном случае  $\omega \tau = \varphi_{xy}$ . Следовательно,

$$\cos \varphi_{xy} = \frac{2k_{xy}(\tau)}{U_{m_1} U_{m_2}}. \quad (14)$$

Принимая во внимание известное свойство автокорреляционной функции, согласно которому значение ее при  $\tau = 0$  есть дисперсия процесса, из (11), (12), (14), получим:

$$D_x = \frac{1}{2} U_m^2; \quad (15)$$

$$D_y = \frac{1}{2} U_m^2; \quad (16)$$

$$\cos \varphi_{xy} = \frac{k_{xy}(\tau)}{\sqrt{D_x D_y}}. \quad (17)$$

Выражение (17) иллюстрирует принципиальную возможность измерения фазового сдвига корреляционным способом.

Необходимость интегрирования для определения корреляционного момента исследуемых сигналов и их дисперсий не позволяет использовать это выражение непосредственно при создании фазометра, предназначенного для измерения фазового сдвига сигналов инфразвукового диапазона. В этом случае возможно использование дискретной реализации процесса. За время  $T$  производится  $n$  равномерно распределенных во времени выборок значений исследуемых сигналов с помощью двух синхронно действующих аналого-цифровых преобразователей и на их основе определяется значение  $\cos \varphi_{xy}$ , заменяя действительные значения корреляционного момента  $k_{xy}(\tau)$  и дисперсии  $D_x$  и  $D_y$  их дискретными оценками  $k_{xy}^*$ ,  $D_x^*$  и  $D_y^*$ :

$$k_{xy}^*(\tau) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i y_i; \quad (18)$$

$$D_x^* = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n x_i^2; \quad (19)$$

$$D_y^* = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n y_i^2. \quad (20)$$

Тогда находим значение косинуса угла сдвига фаз

$$\cos \varphi_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2 \sum_{i=1}^n y_i^2}}. \quad (21)$$

Из известных в настоящее время корреляторов можно выделить следующие три основные группы приборов. К первой относятся корреляторы аналогового действия, алгоритм работы которых

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [X(t) - m_x][Y(t + \tau) - m_y] dt. \quad (22)$$

К недостаткам корреляторов данного типа следует отнести сложность реализации алгоритма, а также низкую точность вычислений, обусловленную невозможностью создания стабильных аналоговых схем умножения [3].

Ко второй группе относятся цифровые корреляторы, осуществляющие вычисление корреляционных функций в соответствии с алгоритмом

$$R_{xy}(\tau) = \frac{1}{n-1} \sum_{k=0}^{n-1} \hat{X}_k(t) \hat{Y}_k(t), \quad (23)$$

где  $X_k$  и  $Y_k$  — центрированные значения реализаций случайных процессов  $X(t)$  и  $Y(t)$ .

Цифровые корреляторы позволяют получить значительно более высокую точность по сравнению с аналоговыми. Но и в этом случае не удастся избежать сложности и громоздкости отдельных узлов коррелятора.

Корреляторы третьей группы построены по алгоритмам, основанным на методах приближенного вычисления. Особый интерес среди приборов этой группы представляют полярные корреляторы, отличающиеся сравнительной простотой алгоритмов. Однако область их применения ограничена ввиду низкой точности вычислений и связи алгоритма вычисления корреляционной функции по знаковой функции корреляции с законами распределения исследуемых сигналов.

В настоящей статье предлагается использовать для измерения угла сдвига фаз коррелятор, работающий по так называемому квазимультимпликативному алгоритму, позволяющему в значительной степени повысить точность измерений. Квазимультимпликативный алгоритм вычисления корреляционной функции двух сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$ , прошедших обработку на  $S_x$ ,  $S_y$ -канальных амплитудных дискриминаторах, записывается в таком виде [4]:

$$R_{xy}(\mu) = \frac{1}{N-\mu} \sum_{l=1}^{S_y} \left\{ \left[ \sum_{i=1}^{N-\mu+1} (a_{\mu})_i \right] \gamma_{\mu} \right\}, \quad (24)$$

где  $T$  — длительность реализаций сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$ ;  $N$  — количество равных временных отрезков, на которые разбита длительность  $T$ ;  $\mu$  — параметр корреляционной функции, определяющий величину сдвига сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$  в точках  $T/N$ ;  $\gamma_{\mu}$  — весовые коэффициенты интервалов анализа;  $a_{\mu}$  — коэффициенты, принимающие значения 0 или 1

$$(a_{\mu})_i = \begin{cases} 1 & \xi_i \leq |x(t)| |y(t+\tau)| < \xi_{i+1} \\ \text{при} & \\ 0 & |x(t)| |y(t+\tau)| \text{ — вне этого интервала.} \end{cases}$$

Работа фазометра, реализующего квазимультимпликативный метод измерения фазового сдвига, основана на использовании соотношения (24). Заметим, что точность измерения угла сдвига фаз с помощью корреляционного анализа связана, очевидно, с точностью определения самой корреляционной функции. В случае применения в указанных целях квазимультимпликативного коррелятора особое внимание следует уделять обоснованному выбору весовых коэффициентов интервалов анализа  $\gamma_{\mu}$ , в значительной степени определяющих величину методической погрешности рассматриваемого способа.

В том случае, когда информация об анализируемых процессах ограничивается лишь значением динамических диапазонов, набор весовых коэффициентов интервалов анализа может быть получен в виде всех возможных значений произведений середины интервалов  $S_x$  и  $S_y$ . Если известны дифференциальные законы распределения мгновенных значений ординат процессов  $x(t)$  и  $y(t)$ , то оптимальный выбор  $\gamma_{\mu}$  позволяет значительно, по сравнению с предыдущим случаем, снизить погрешности измерений. Пусть синусоидальный сигнал  $x(t)$  поступает на вход равномерного амплитудного квантователя. Закон распределения  $W_e$  погрешности квантования

$$e(t) = x_{\text{вх}}(t) - x_{\text{вых}}(t) = x(t) - x^*(t) \quad (25)$$

при конечном числе интервалов анализа будет отличаться от равномерного.

Обозначим через  $x_j^*$  — передаваемый на выход квантователя уровень при попадании мгновенной ординаты процесса  $x_k(t)$  в  $j$ -й интервал анализа  $x_k(t) \in (x_j + x_{j+1})$ . Пределы изменения погрешности  $\varepsilon$ , обусловленной  $j$ -м интервалом, находятся из соотношения

$$x_j - x_j^* \leq \varepsilon < x_{j+1} - x_j^*. \quad (26)$$

С учетом (4) и (26) определяем дисперсию погрешности квантования синусоидального сигнала  $x(t)$

$$D_\varepsilon = M[(x - x^*)^2] = \sum_{j=1}^S \int_{x_j - x_j^*}^{x_{j+1} - x_j^*} \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{\pi \sqrt{1 - (\varepsilon + x_j^*)^2}}. \quad (27)$$

Запишем выражение, стоящее под знаком суммы

$$\begin{aligned} & \int_{x_j - x_j^*}^{x_{j+1} - x_j^*} \frac{\varepsilon^2 d\varepsilon}{\pi \sqrt{1 - (\varepsilon + x_j^*)^2}} = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{x_j - x_j^*}^{x_{j+1} - x_j^*} \frac{\varepsilon^2 + 2\varepsilon x_j^* - 2\varepsilon x_j^* + x_j^{*2} - x_j^{*2} + x_j^{*2} - x_j^{*2}}{\sqrt{1 - (\varepsilon + x_j^*)^2}} d\varepsilon = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{x_j - x_j^*}^{x_{j+1} - x_j^*} \frac{(\varepsilon + x_j^*)^2 d(\varepsilon + x_j^*)}{\sqrt{1 - (\varepsilon + x_j^*)^2}} - \frac{2x_j^*}{\pi} \int_{x_j - x_j^*}^{x_{j+1} - x_j^*} \frac{(\varepsilon + x_j^*) d(\varepsilon + x_j^*)}{\sqrt{1 - (\varepsilon + x_j^*)^2}} + \\ & \quad + \frac{x_j^{*2}}{\pi} \int_{x_j - x_j^*}^{x_{j+1} - x_j^*} \frac{d(\varepsilon + x_j^*)}{\sqrt{1 - (\varepsilon + x_j^*)^2}} = D_{\varepsilon_j}, \quad (28) \end{aligned}$$

где  $D_{\varepsilon_j}$  — элементы суммирования.

После некоторых преобразований из (28) получим

$$\begin{aligned} D_{\varepsilon_j} = \frac{1}{\pi} & \left[ \sqrt{1 - x_{j+1}^2} \left( 2x_j^* - \frac{1}{2} x_{j+1} \right) + \sqrt{1 - x_j^2} \left( \frac{1}{2} x_j - 2x_j^* \right) \right] + \\ & + \left( \frac{1}{2} + x_j^{*2} \right) [\arcsin x_{j+1} - \arcsin x_j]. \quad (29) \end{aligned}$$

Очевидно, что для получения минимальной дисперсии погрешности надо выбрать  $x_j^*_{opt}$  таким образом, чтобы при этом выполнялось условие

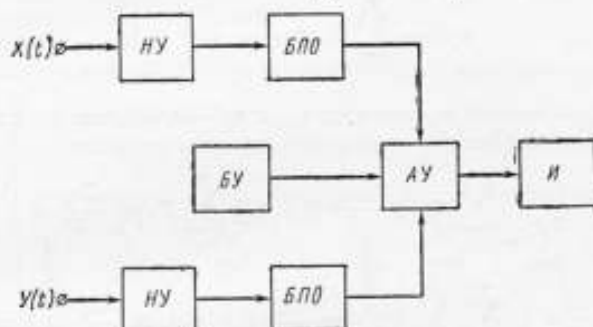
$$D_\varepsilon = D_{\varepsilon \min} = \sum_{j=1}^S (D_{\varepsilon_j})_{\min}. \quad (30)$$

Значение  $x_j^*$ , удовлетворяющее условию  $D_e \min$ , определяется из выражения

$$\frac{\partial D_{e_j}}{\partial x_j^*} = \frac{1}{\pi} \left[ 2 \sqrt{1-x_{j+1}^2} - 2 \sqrt{1-x_j^2} + 2x_j^* (\arcsin x_{j+1} - \arcsin x_j) \right] = 0. \quad (31)$$

Окончательно будем иметь

$$(x_j^*)_{opt} = \frac{\sqrt{1-x_j^2} - \sqrt{1-x_{j+1}^2}}{\arcsin x_{j+1} - \arcsin x_j}. \quad (32)$$



Блок-схема фазометра.

НУ — нормирующее устройство; БПО — блок предварительной обработки сигнала; АУ — арифметическое устройство; И — индикатор; БУ — блок управления.

Весовые коэффициенты в выражении (24) могут быть теперь определены как набор всех возможных значений попарных произведений оптимальных уровней передачи  $x_j^*$  и  $y_l^*$ , т. е.

$$y_{jl} = (x_j^*)_{opt} (y_l^*)_{opt}. \quad (33)$$

Блок-схема фазометра, осуществляющего вычисление по алгоритму (24) представлена на рисунке.

Входные сигналы  $x(t)$  и  $y(t)$  поступают на нормирующие устройства. Предварительная нормализация входных напряжений по амплитуде, которая может быть достаточно просто осуществлена, позволяет избежать определения действующих значений сигналов, так как при этом обеспечивается постоянство  $D_x$  и  $D_y$ . В этом случае, как следует из выражения (17),  $\cos \varphi_{xy}$  пропорционален значению корреляционного момента

$$\cos \varphi_{xy} = Ak_{xy}(\tau), \quad (34)$$

где  $A$  — коэффициент пропорциональности, зависящий от произведения действующих значений входных сигналов.

Через нормирующие устройства сигналы поступают на блоки предварительной обработки сигналов, где происходит квантование по времени и уровням. Импульсы с выходов  $S$ -канальных амплитудных анализаторов, выполненных по известным схемам дискриминаторов ординат, несут информацию о времени пребывания анализируемого сигнала в соответствующем интервале анализа. С выходов БПО сигналы поступают в арифметическое устройство АУ, выполняющее

операцию умножения, и далее на регистрирующее устройство. Рассмотренный метод измерения фазового сдвига позволяет достигнуть большой помехоустойчивости и значительно снизить влияние искажений входных напряжений на результаты измерений.

Для оценки влияния искажений входных сигналов на погрешность измерений представим входные гармонические сигналы  $x(t)$  и  $y(t)$  в виде суммы гармонических составляющих:

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{i=1}^{\infty} X_i \cos \frac{2\pi i}{T} (t + \tau_{x_i}); \\ y(t) &= \sum_{j=1}^{\infty} Y_j \cos \frac{2\pi j}{T} (t + \tau_{y_j}), \end{aligned} \quad (35)$$

где  $X_i$  и  $Y_j$  — амплитуды гармоник;  $\tau_{x_i}$  и  $\tau_{y_j}$  — временные сдвиги гармоник. Определим коэффициент корреляции входных сигналов:

$$\begin{aligned} k_{xy} &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \sum_{i=1}^{\infty} X_i \cos \frac{2\pi i}{T} (t + \tau_{x_i}) \sum_{j=1}^{\infty} Y_j \cos \frac{2\pi j}{T} (t + \tau_{y_j}) dt = \\ &= \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} X_i Y_j \cos \frac{2\pi i}{T} (t + \tau_{x_i}) \cos \frac{2\pi j}{T} (t + \tau_{y_j}) dt. \end{aligned} \quad (36)$$

Используя свойство ортогональности тригонометрических функций

$$\int_{-\tau}^{\tau} \cos \frac{2\pi i}{T} (t + \tau_{x_i}) \cos \frac{2\pi j}{T} (t + \tau_{y_j}) dt = 0 \text{ при } i \neq j, \quad (37)$$

из (36) после интегрирования получим

$$k_{xy} = \sum_{i=1}^{\infty} X_i Y_i \cos i\omega (\tau_{y_i} - \tau_{x_i}), \quad (38)$$

где  $\tau_{y_i} - \tau_{x_i} = \tau_i$  — временной сдвиг  $i$ -х гармоник входных сигналов;  $i\omega (\tau_{y_i} - \tau_{x_i})$  — фазовый сдвиг  $i$ -х гармоник.

Окончательно

$$k_{xy} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i Y_i}{2} \cos \varphi_i. \quad (39)$$

Из (39) следует, что коэффициент корреляции сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$  равен сумме коэффициентов корреляции их гармоник, причем  $\cos \varphi_i = \tau_i$  есть значение коэффициента корреляции  $i$ -х гармоник. Автокорреляционные функции входных сигналов имеют вид

$$R_x = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i^2}{2} \cos \omega \tau; \quad R_y = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_i^2}{2} \cos \omega \tau. \quad (40)$$



Полагая  $\tau = 0$ , получим из (40) выражения для дисперсий входных сигналов

$$D_x = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i^2}{2}; \quad D_y = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_i^2}{2}. \quad (41)$$

Средние квадратические отклонения:

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i^2}{2}}; \quad \sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_i^2}{2}}. \quad (42)$$

Подставляя (40) и (41) в (17), путем несложных преобразований получим

$$\Phi_{xy}^* = \arccos \left[ \frac{\frac{X_1 Y_1}{2} \cos \varphi_{xy}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i^2}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_i^2}{2}}} + \frac{\sum_{i=2}^{\infty} \frac{X_i Y_i}{2} r_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i^2}{2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_i^2}{2}}} \right]. \quad (43)$$

Обозначим:

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} \frac{X_i^2}{2}}}{\frac{X_1}{\sqrt{2}}} = m_{x1}; \quad \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^{\infty} \frac{Y_i^2}{2}}}{\frac{Y_1}{\sqrt{2}}} = m_{y1};$$

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i^2}{2}}}{\frac{X_i}{\sqrt{2}}} = m_{xi}; \quad \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{Y_i^2}{2}}}{\frac{Y_i}{\sqrt{2}}} = m_{yi},$$

где  $m_{x1}$  и  $m_{y1}$  — отношение действующих значений всех гармонических составляющих к действующим значениям первых гармоник сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$  соответственно;  $m_{xi}$  и  $m_{yi}$  — отношение действующих значений всех гармонических составляющих, кроме  $i$ -й, к действующему значению  $i$ -й гармоники сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$  соответственно.

Тогда

$$\Phi_{xy}^* = \arccos \left[ \frac{\cos \varphi_{xy}}{\sqrt{(1+m_{x1}^2)(1+m_{y1}^2)}} + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{r_i}{\sqrt{(1+m_{xi}^2)(1+m_{yi}^2)}} \right]. \quad (44)$$

Из формулы (44) видно, что погрешность измерения обусловлена неравенством нулю  $m_{x1}$  и  $m_{y1}$  из-за высших гармонических составляющих и дополнительного члена

$$F = \sum_{i=2}^{\infty} \frac{r_i}{\sqrt{(1+m_{x_i}^2)(1+m_{y_i}^2)}}. \quad (45)$$

Величина  $F$  зависит как от относительного содержания высших гармонических составляющих в сигналах  $x(t)$  и  $y(t)$ , так и от степени коррелированности гармоник одного и того же номера. Для случая, когда в сигналах  $x(t)$  и  $y(t)$  отсутствуют гармоники равных частот или они сдвинуты относительно друг друга на угол  $\frac{\pi}{2}$ ,  $r_i = 0$ . Полагая второй член равным нулю, получим из (44) выражение для оценки погрешности

$$\Delta\varphi_{xy}^* = \arccos \frac{\cos \varphi_{xy}}{\sqrt{(1+m_{x_1}^2)(1+m_{y_1}^2)}} - \varphi_{xy}. \quad (46)$$

При наличии корреляции между гармоническими составляющими погрешность

$$\Delta\varphi_{xy} = \arccos \left[ \frac{\cos \varphi_{xy}}{\sqrt{(1+m_{x_1}^2)(1+m_{y_1}^2)}} + \sum_{i=2}^{\infty} \frac{r_i}{\sqrt{(1+m_{x_i}^2)(1+m_{y_i}^2)}} \right]. \quad (47)$$

Выражение (47) отличается от предыдущего наличием дополнительного члена  $F$ , который может принимать различные значения при одной и той же степени искажений в зависимости от величины  $r_i$ . Причем величина  $F$  зависит не только от относительного содержания гармонических составляющих в исследуемых сигналах, но и от их количества. Максимальная погрешность имеет место при одной гармонике любого порядка. Если ту же погрешность дает сумма относительных величин нескольких гармоник, то  $F$  резко уменьшается и стремится в пределе к нулю.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ганзинг К. Н. Измерение фазовых характеристик методом корреляции. «Вопросы радиоэлектроники». Радиоизмерительная техника, вып. 4, 1962.
2. Мирский Г. Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. «Энергия», 1967.
3. Котюк А. Ф., Ольшевский В. В., Цветков Э. Н. Методы и аппаратура для анализа характеристик случайных процессов. «Энергия», 1967.
4. Колтик Е. Д., Пиастро В. П., Яраловили Р. В. Новый принцип построения автоматических корреляторов. Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области электрических измерений, вып. 98 (158), изд-во Стандартов, 1968.

Поступила в редакцию  
9.VI.1969 г.

### ЭФФЕКТ НАКАЧКИ ФЕРРОМАГНИТНЫХ СЕРДЕЧНИКОВ С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЕТЛЕЙ ГИСТЕРЕЗИСА И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ УСИЛЕНИЯ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ

Рассмотрим процесс перемагничивания по частным циклам ленточного сердечника с ППГ (при коэффициенте прямоугольности  $k_{\Pi} \geq 0,95$ ) по схеме, представленной на рис. 1, а. На рис. 1, б показана кривая напряжения возбуждения  $u(t)$ ; рис. 1, в, г иллюстрирует процессы перемагничивания сердечника на аппроксимированной прямоугольником динамической характеристике  $B(H)$  [1].

Пусть входной сигнал  $i_y = 0$ , а в обмотку  $w_p$  подается последовательность знакопеременных импульсов  $u(t)$  строго одинаковой «вольт-секундной» площади (рис. 1, б), причем величина  $U_s \tau$  выбрана так, что модуль приращения индукции после посту-

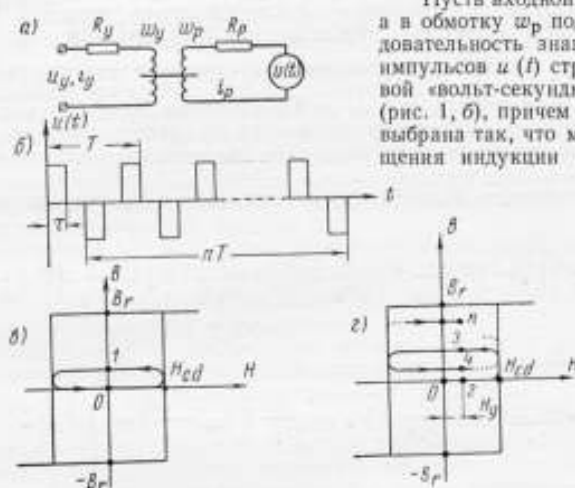


Рис. 1. Процесс перемагничивания по частным циклам сердечника с ППГ.

$w_y$  — обмотка управления;  $w_p$  — рабочая обмотка;  $u_y$  — напряжение источника сигнала;  $i_y$  — ток управления;  $R_y$  — полное активное сопротивление цепи управления;  $L_y$  — ток рабочей цепи;  $R_p$  — полное сопротивление рабочей цепи;  $u(t)$  — напряжение возбуждения рабочей цепи;  $T = \frac{1}{f}$  — период следования импульсов возбуждения одноименной полярности;  $\tau$  — длительность импульсов возбуждения;  $B_r$  — остаточная индукция сердечника (в условиях принятой аппроксимации, равная  $B_s$ );  $H_{cd}$  — коэрцитивная сила по динамической петле гистерезиса сердечника, соответствующая частоте следования импульсов возбуждения.

пления одного импульса составляет  $(0,25-0,3) B_r$ , а время паузы между импульсами  $\frac{T}{2} - \tau$  превосходит время релаксации магнитных процессов в материале сердечника.

Если в нулевой момент времени сердечник был полностью размагничен (точка  $O$  на рис. 1, в), то после прохождения первого (положительного) импульса возбуждения изображающая точка окажется в положении 1, причем

$$\Delta B_{0-1} = \frac{1}{w_p s} \int_0^{\tau} U_s dt = \frac{\tau}{w_p s} (U_s - i_p R_p) = \frac{\tau}{w_p s} \left( U_s - \frac{l}{w_p} R_p H_{cd} \right), \quad (1)$$

где  $s$  — площадь сечения сердечника,  $m^2$ ;  $l$  — средняя длина силовой линии,  $m$ .

После поступления следующего (отрицательного) импульса  $u(t)$  приращение индукции составит

$$\Delta B_{1-2} = -\frac{l}{\omega_p s} \left( U_n - \frac{l}{\omega_p} R_p H_{cd} \right). \quad (2)$$

В результате сопоставления формул (1) и (2) приходим к выводу о том, что под действием  $u(t)$  при  $i_y = 0$  сердечник периодически перемагничивается по замкнутому частному циклу  $0-I-0$  (рис. 1, в). При этом обратимые составляющие приращений индукции  $\Delta B_{обр.}$ , присущие реальным сердечникам [2], при положительном и соответственно отрицательном перемагничивании сердечника взаимно компенсируются и с точностью до составляющих второго порядка малости влияния на ход процесса не оказывают. Это дает право использовать прямоугольную аппроксимацию характеристики  $B(H)$ .

Пусть теперь имеет место ненулевой входной сигнал (например,  $i_y = \text{const} > 0$ ) и в сердечнике действует обусловленная этим сигналом намагничивающая сила (н. с.)  $H_y = \frac{l_y \omega_y}{l} \ll H_{cd}$ , смещающая нулевую точку размагниченного сердечника в положение 2 (рис. 1, г). При условии  $H_y \ll H_{cd}$  н. с. сигнала не в состоянии вызвать необратимого изменения магнитного состояния сердечника, а создает лишь некоторое малое обратимое намагничение («намагничение вращения» [3]).

При поступлении положительного импульса  $u(t)$  приращение индукции в сердечнике

$$\Delta B_{2-3} = \frac{\tau}{\omega_p s} \left[ U_n - (H_{cd} - H_y) \frac{l}{\omega_p} R_p \right] = \frac{\tau}{\omega_p s} \left[ U_n - \frac{l}{\omega_p} \left( H_{cd} - \frac{\omega_y}{l} i_y \right) R_p \right]. \quad (3)$$

После поступления следующего отрицательного импульса

$$\Delta B_{3-4} = -\frac{\tau}{\omega_p s} \left[ U_n - \frac{l}{\omega_p} \left( H_{cd} + \frac{\omega_y}{l} i_y \right) R_p \right]. \quad (4)$$

После прохождения «пары» из положительного и отрицательного импульсов возбуждения результирующее приращение индукции

$$\Delta B_{2-4} = \Delta B_{2-3} - \Delta B_{3-4} = 2 \frac{\tau}{\omega_p s} \frac{\omega_y}{\omega_p} R_p i_y. \quad (5)$$

Если в качестве входной величины рассматривать напряжение  $u_y$ , то

$$\Delta B_{2-4} = 2 \frac{\tau}{\omega_p s} \frac{\omega_y}{\omega_p} \frac{R_p}{R_y} u_y. \quad (6)$$

Наконец, в случае, когда входным сигналом является непосредственно величина  $H_y$ , например, при магнитных измерениях, то приращение

$$\Delta B_{2-4} = 2 \frac{\tau R_p}{V_{ст}} \frac{l^2}{\omega_p^2} H_y. \quad (7)$$

где  $V_{ст}$  — объем сердечника,  $л^3$ .

При малости  $i_y$  единичное приращение  $\Delta B$ , очевидно, также будет малым, однако после  $n$  частных циклов перемагничивания полное приращение магнитной индукции в сердечнике

$$\Delta B_{2-n} = 2n \frac{\tau}{\omega_p s} \frac{\omega_y}{\omega_p} R_p i_y. \quad (8)$$

При  $i_y = i_y(t)$  полное приращение магнитной индукции будет

$$\Delta B_{2-n} = \frac{\tau}{\omega_p s} \frac{\omega_y}{\omega_p} R_p \sum_{l=0}^{2n} \frac{1}{\tau} \int_{l \frac{\tau}{2}}^{l \frac{\tau}{2} + \tau} i_y(t) dt. \quad (9)$$

Выражение (8) справедливо и для случая (9), если под  $i_y$  понимать среднее за время накачки  $nT$  значение тока управления.

Очевидно, что при соответствующем выборе числа циклов накачки можно получить результирующее приращение индукции в сердечнике, достаточное для уверенного считывания информации с сердечника, при весьма малых значениях входного сигнала.

Однако рассмотрение процесса накачки при входных сигналах на энергетическом уровне порядка  $10^{-16}$  ат и ниже имеет практический смысл лишь при одновременном учете шумов, в первую очередь «собственных», схемных, которые в данном случае оказываются соизмеримыми с полезным сигналом, а нередко и превышают его по энергетическому уровню. Как известно [4], «собственные» шумы являются основным фактором, определяющим порог чувствительности подавляющей части схем и устройств для усиления сигналов низких уровней.

При низких энергетических уровнях процесс накачки сердечника протекает в условиях случайных воздействий, причем влияние на ход процесса оказывают по крайней мере следующие три фактора:

$x_1(t)$  — случайный входной сигнал в форме тока или напряжения входной цепи ( $R_y, \omega_y$  на рис. 1, а), характеризуемый корреляционной функцией  $R_{x_1}(t - t') = R_{x_1}(0)$  и математическим ожиданием  $m_{x_1}$ , которое в этих условиях по существу является измеряемой величиной;

$x_2(t)$  — действующий в той же цепи случайный сигнал, обусловленный тепловыми шумами, наводками и характеризуемый нулевым математическим ожиданием  $m_{x_2} \equiv 0$  и корреляционной функцией  $R_{x_2}(0)$ ;

$x_3(t)$  — существующий только в период перемагничивания сердечника случайный сигнал (магнитный шум), связанный с флуктуациями среднего по сечению магнитопровода текущего значения магнитной индукции, который характеризуется нулевым математическим ожиданием  $m_{x_3} \equiv 0$  и корреляционной функцией  $R_{x_3}(0)$  либо дисперсией  $D_{x_3} = R_{x_3}(0)$ .

Сумма сигналов  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  определяет действующий во входной цепи полный сигнал электрической природы

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (10)$$

с математическим ожиданием  $m_x = m_{x_1}$  и корреляционной функцией

$$R_x(0) = R_{x_1}(0) + R_{x_2}(0).$$

Физические соображения позволяют считать сигналы  $x_1(0)$ ,  $x_2(0)$  и  $x_3(0)$  взаимно независимыми (некоррелированными), стационарными и эргодичными относительно вторых центральных моментов. Относительно математического ожидания  $m_x$  сигнал  $x(t)$  может быть как стационарным (в случае квазистатистического измеряемого сигнала), так и нестационарным, если изменение измеряемой величины за время  $nT$  нельзя считать пренебрежимо малым.

Рассмотрим процесс накачки сердечника в условиях воздействия случайных сигналов  $x(t)$  и  $x_3(t)$ , приняв, как и ранее, за выходную величину приращение магнитной индукции в сердечнике  $\Delta B$ . Модель процесса удобно представить в форме блок-схемы рис. 2, а. Интегрирующий элемент на этом рисунке отражает свойства сердечника по отношению к входному электрическому сигналу и способность запоминания достигнутого уровня выходной величины на период «паузы» между замыканиями ключей  $K_1$  и  $K_2$ .

Ключи  $K_1$  и  $K_2$ , замкнутые в периоды времени

$$j \frac{T}{2} < t < \left( j \frac{T}{2} + \tau \right) \Big|_{j=0}^{2n}$$

и разомкнутые при

$$\left( j \frac{T}{2} + \tau \right) < t < (j+1) \frac{T}{2} \Big|_{j=0}^{2n},$$

учитывают дискретный характер процесса и адекватны наличию импульсов возбуждения в реальном устройстве. В связи с тем, что выходная величина  $\Delta B$  инвариантна к  $u(t)$  [см (5)], и импульсы возбуждения играют лишь энергетическую роль, обеспечивая преодоление коэрцитивной «зоны нечувствительности» реального сердечника, источник  $u(t)$  на блок-схеме отсутствует.

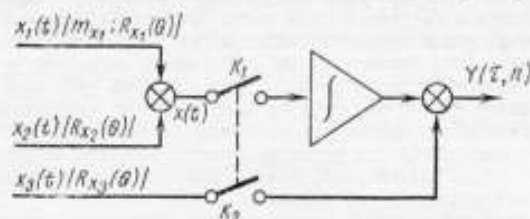


Рис. 2. Модель процесса накачки при воздействии случайных сигналов.

При единичном  $j$ -м замыкании ключей  $K_1 - K_2$  на время  $\tau$  для реализаций имеем

$$y(\tau) = \int_{j \frac{T}{2}}^{j \frac{T}{2} + \tau} x(t) dt + x_{\text{н}} \left( j \frac{T}{2} + \tau \right). \quad (11)$$

Математическое ожидание измеряемой величины  $x_1(t)$  или точнее оценка математического ожидания за  $j$ -й такт накачки по реализации длительностью  $\tau$ , определяется выражением

$$\bar{m}(\tau)_j = \frac{1}{\tau} \int_{j \frac{T}{2}}^{j \frac{T}{2} + \tau} x(t) dt. \quad (12)$$

Выражение (12) с точностью до постоянного множителя совпадает с формулами (1) и (9), определяющими величину приращения индукции в сердечнике.

Таким образом, приращение магнитной индукции в сердечнике за каждый такт процесса накачки — есть мера (оценка) математического ожидания случайного входного сигнала за время этого такта

$$\bar{m}(\tau)_j = c \Delta B_j. \quad (13)$$

В качестве меры погрешности при определении  $m_{x_1}$  следует использовать дисперсию  $D_m$  и среднеквадратические отклонения: абсолютное —  $\sigma_m = \sqrt{D_m}$



и относительное  $\bar{\sigma}_m = \frac{\sigma_m}{Y_f} = \frac{\sigma_m}{m}$ . Последнее имеет смысл относительной погрешности, характеризующей отношение шума—сигнал в составе выходной величины  $Y_f$ .

Дисперсию выходной величины в соответствии с [5] можно записать в форме

$$D_Y = D_m = D_{x_3} + \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} \left(1 - \frac{\theta}{\tau}\right) R_x(\theta) d\theta, \quad (14)$$

где  $\theta$  — интервал корреляции.

Первое слагаемое (14) есть дисперсия магнитного шума, второе — учитывает статистические свойства входного случайного сигнала, тепловой шум в цепи управления и присущие магнитному сердечнику в режиме накачки свойства дискретного фильтра. Согласно выражению (14), при известной корреляционной функции  $R_x(\theta)$  возможен выбор длительности импульсов накачки  $\tau$ , обеспечивающий уменьшение дисперсии входного сигнала за счет рациональной фильтрации.

Абсолютная и относительная среднеквадратические погрешности при определении  $m(\tau)_j$  выражаются соотношениями:

$$\sigma_m = \left[ D_{x_3} + \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} \left(1 - \frac{\theta}{\tau}\right) R_x(\theta) d\theta \right]^{\frac{1}{2}}; \quad (15)$$

$$\bar{\sigma}_m = \frac{\sigma_m}{m} = \frac{\left[ \tau D_{x_3} + 2 \int_0^{\tau} \left(1 - \frac{\theta}{\tau}\right) R_x(\theta) d\theta \right]^{\frac{1}{2}}}{\int_{i-\frac{\tau}{2}}^{i+\frac{\tau}{2}} x(t) dt}. \quad (16)$$

Процесс накачки в целом, состоящий из  $2n$  дискретных приращений магнитной индукции в сердечнике (на  $n$  частных циклах перематничивания), можно рассматривать как процесс статистического определения математического ожидания входной величины по  $2n$  реализациям длительностью  $\tau$  каждая. Как известно, математическое ожидание входной величины в этом случае

$$m_x^* = \frac{1}{2n} \sum_{j=0}^{2n} \bar{m}_j(\tau), \quad (17)$$

причем коэффициент  $\frac{1}{2n}$  входит в выражение коэффициента передачи (8) и учитывается при градуировке шкалы устройства.

Выходной сигнал в форме полного приращения магнитной индукции, «накопленного» в процессе накачки, пропорционален величине

$$Y_{2n} = 2nm_x^* = \sum_{j=0}^{2n} \bar{m}_j(\tau). \quad (18)$$

Среднеквадратическая погрешность определения  $m_x^*$  за счет конечного  $n$  и конечной длительности  $\tau$  выражается соотношением

$$\sigma_{m^*} = \frac{\sigma_m}{\sqrt{2n-1}}. \quad (19)$$

Относительную погрешность  $\bar{\sigma}_{m^*}$  можно рассматривать как некоторое интегральное среднеквадратическое отношение помеха—сигнал в составе выходной величины в момент завершения процесса накачки, т. е.

$$\bar{\sigma}_{m^*} = \frac{\sigma_{m^*}}{Y_{2n}} = \frac{\sigma_m}{\sqrt{2n-1} \sum_{l=0}^{2n} \bar{m}_l} \approx \frac{1}{2n \sqrt{2n-1}} \cdot \frac{\sigma_m}{\bar{m}}. \quad (20)$$

Рис. 3. Зависимости  $\sigma_{m^*} = \sigma_m(n)$  и  $\bar{\sigma}_{m^*} = \bar{\sigma}_{m^*}(n)$ .

Формула (20) является строгой лишь в случае, если функция  $x_1(t)$  стационарна относительно математического ожидания (измерение квазистатистического сигнала). В динамическом режиме измерений ( $m_x \neq \text{const}$ ) она может рассматриваться только как приближенное соотношение, относящееся к средним за время накачки величинам  $\bar{m}$  и  $\sigma_m$ . Характер зависимостей  $\sigma_{m^*} = \sigma_m(n)$  и  $\bar{\sigma}_{m^*} = \bar{\sigma}_{m^*}(n)$  показан на рис. 3.

На основании проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

1. В процессе накачки магнитной индукции сердечника низкочастотным сигналом низкого уровня наряду с накоплением полезной информации имеет место существенное подавление внешних и схемных шумов за счет фильтрации на интегрирующем сердечнике и последующего дискретного статистического осреднения на  $n$  частях цикла перематывания.

Статистическое осреднение и подавление шумовых помех имеет место независимо от их физического происхождения и законов распределения.

2. Технические устройства, построенные на основе эффекта накачки магнитных сердечников с ППГ, в принципе лишены шумового порога чувствительности, так как за счет увеличения числа циклов накачки эффект шумов может быть снижен теоретически до сколь угодно малых пределов.

3. Выявленные информационные свойства подвергаемых накачке магнитных сердечников с ППГ наряду с высокими эксплуатационными характеристиками ленточных сердечников [1] дают основание считать эти устройства перспективными для широкого круга приложений в измерительной технике.

Рассмотрим работу простейшей дифференциальной усилительной схемы, основанной на эффекте накачки сердечников с ППГ (рис. 4, а).

При указанной на схеме полярности включения обмоток  $w_y$  и  $w_p$  информативные приращения индукции в процессе накачки  $\Delta B_I$  и  $\Delta B_{II}$  имеют различные знаки, а э. д. с., трансформирующиеся в обмотки  $w_y$  каждого из сердечников при накачке, взаимно компенсируются.

Пусть в результате накачки, протекающей в каждом сердечнике, имеют место приращения магнитной индукции в сердечниках I и II (рис. 4, а):

$$\Delta B_I = 2n \frac{\tau}{w_p s} \frac{w_y}{w_p} \frac{R_0}{R_y} u_y; \quad \Delta B_{II} = -2n \frac{\tau}{w_p s} \frac{w_y}{w_p} \frac{R_0}{R_y} u_y. \quad (21)$$

После завершения накачки к обмоткам  $w_p$  сердечников *I* и *II* прикладывается положительный импульс напряжения считывания  $U_c$ , достаточный для полного перемагничивания сердечников за время  $t_c$  (рис. 4, б). Приращения индукции в сердечниках в процессе считывания определяются выражениями:

$$\begin{aligned} \Delta B_{Ic} &= B_r - \Delta B_I = B_r - 2n \frac{\tau}{w_p s} \frac{w_y}{R_y} \frac{R_0}{R_y} u_y; \\ \Delta B_{IIc} &= B_r - \Delta B_{II} = B_r + 2n \frac{\tau}{w_p s} \frac{w_y}{R_y} \frac{R_0}{R_y} u_y. \end{aligned} \quad (22)$$

Время перемагничивания каждого сердечника в процессе считывания зависит от его начального магнитного состояния, т. е.

$$\begin{aligned} t_I &= \frac{w_p s}{U_c} \Delta B_{Ic}; \\ t_{II} &= \frac{w_p s}{U_c} \Delta B_{IIc}. \end{aligned} \quad (23)$$

Время существования на нагрузке импульса напряжения

$$U_H = \frac{R_H}{R_H + R_0} U_c \text{ равно}$$

$$\begin{aligned} t_H &= t_I - t_{II} = \frac{4n\tau}{U_c} \cdot \frac{w_y}{w_p} \times \\ &\times \frac{R_0}{R_y} u_y. \end{aligned} \quad (24)$$

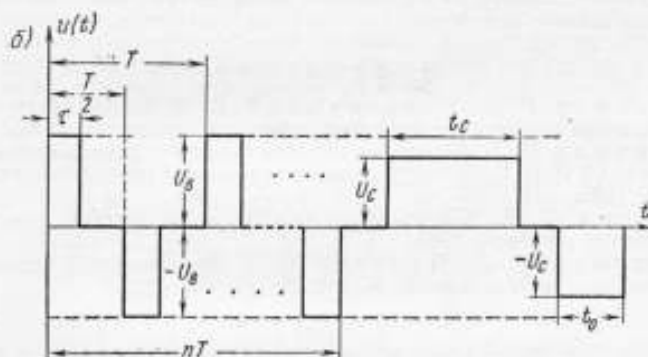
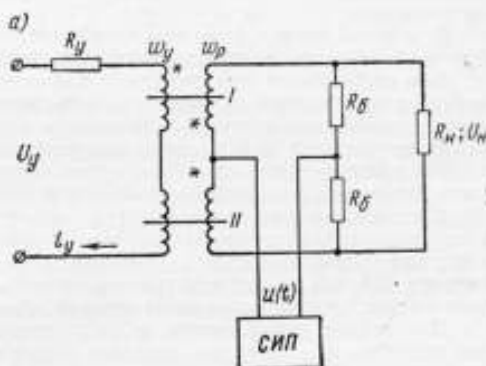


Рис. 4. Просейшая схема магнитного усилителя с накачкой.

$u_y$  — входное (управляющее) напряжение;  $R_0$  — балластные сопротивления выходного смесителя;  $R_H \gg R_0$  — сопротивление нагрузки;  $U_H$  — напряжение на нагрузке в такте считывания; *I* и *II* — идентичные ленточные сердечники с ППП; СПП — специальный источник питания, кривая напряжения которого показана на рис. 4, б.

Согласно формуле (24) длительность импульса напряжения на  $R_H$  есть мера величины входного тока (напряжения), и схема имеет выход в форме широтно-модулированных импульсов.

После завершения такта считывания оба сердечника оказываются в состоянии положительного насыщения. Отрицательный импульс напряжения  $-U_c$  длительностью  $\frac{t_c}{2}$ , приложенный к обмоткам  $w_p$  сердечников *I* и *II* (рис. 4, б),

возвращает оба сердечника в исходное магнитное состояние, близкое к нулевому намагничиванию; после этого начинается следующий такт накачки.

Таким образом, рабочий процесс схемы рис. 4, а состоит из трех последовательно чередующихся тактов: накачки, считывания и возврата.

Выбор параметров, расчет и проектирование схемы накопительного усилителя (рис. 4, а) выходит за рамки настоящей статьи, и поэтому в заключение ограничимся перечислением некоторых общих особенностей устройства, вытекающих непосредственно из его схемы и полученных соотношений:

1) в соответствии с выражениями (20) и (24) за счет выбора числа  $l$  может быть обеспечена приемлемая по условиям дальнейшего преобразования информации длительность  $t_{\text{н}}$  при произвольном минимальном значении входного сигнала и произвольном отношении помеха—сигнал в единичном приращении индукции сердечников при накачке. Понятие шумового порога чувствительности к схеме 4, а не применимо;

2) с точки зрения величины коэффициента передачи (24) целесообразна работа входной цепи в режиме измерения тока  $R_{\text{y}} \rightarrow 0$ ;

3) в коэффициенте передачи схемы в качестве параметров входят длительность импульса возбуждения  $\tau$  и напряжение считывания  $U_{\text{с}}$ . Из этого вытекает необходимость достаточно жесткой стабилизации указанных двух величин;

4) отсутствие в цепях схемы полупроводниковых элементов и насыщение в конце каждого такта считывания обоих сердечников схемы исключает возможность существенного дрейфа нуля усилителя.

К недостаткам схемы (рис. 4, а) следует отнести необходимость в специализированном источнике питания со счетным устройством и стабилизирующими узлами и наличие трансформации э. д. с. из рабочей цепи в цепь управления в такте считывания. Первый из них неустраним, второй — может быть устранен при переходе к более сложным схемам на четырех сердечниках.

Дальнейшие теоретические и экспериментальные исследования усилительных устройств для измерения сигналов весьма низких уровней на основе накачки сердечников с ППГ представляют интерес для целого ряда областей измерительной техники (низкотемпературная термометрия, магнитометрия, измерение параметров проводящих жидких сред и др.).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Липман Р. А., Негневский И. Б. Быстродействующие магнитные и магнитно-полупроводниковые усилители. «Энергия», 1960.
2. Липман Р. А. Магнитные накопительные счетчики. «Энергия», 1967.
3. Бардж В. В. Магнитные элементы цифровых вычислительных машин. «Энергия», 1967.
4. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Ч. I. «Советское радио», 1966.
5. Лившиц Н. А., Пугачев В. Н. Вероятностный анализ систем автоматического регулирования. «Советское радио», 1963.

Поступила в редакцию  
9.VI.1969 г.

УДК 621.315.2—501.2

Л. М. БАРДЕНШТЕЙН  
ВНИИМ

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ КАБЕЛЯ

При передаче телеметрической информации большое значение имеет оценка искажений, которые претерпевает сигнал во время прохождения по линии связи. Эту оценку можно получить, представив всю линию связи в виде четырехполюс-

ника с известной передаточной функцией или импульсной характеристикой. Для большинства радиотехнических звеньев эти параметры известны, и в случае использования в качестве линии связи радиолнии оценка искажений может быть произведена с достаточной точностью. При проектировании кабельной линии связи задача усложняется из-за отсутствия выражения передаточной функции самой кабельной линии, пригодного для практических расчетов.

Обычно в теории связи за передаточную функцию кабельной линии принимают выражение

$$\dot{K}(\omega) = e^{-\gamma l}, \quad (1)$$

где  $l$  — длина линии;  $\gamma$  — постоянная передачи

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \alpha + j\beta; \quad (2)$$

$R, L, G, C$  — первичные параметры кабеля;  $\alpha$  — коэффициент затухания;  $\beta$  — коэффициент фазы.

Однако выражение (1) не учитывает искажений, действующих на сигнал за счет отражений от несогласованных концов кабеля, и поэтому производимые расчеты для линий передач телеметрической информации не обеспечат необходимой точности.

Кроме того, первичные параметры кабеля существенно зависят от частоты, в связи с чем выражение (1) дает сложную функцию, вычислительные операции с которой крайне трудоемки.

С другой стороны, в теории связи применяются упрощенные формулы для  $\gamma$  [2, 3], но пределы их применимости не позволяют охватить весь рабочий диапазон частот, при этом оценка точности этих формул отсутствует.

#### Учет отражений от концов несогласованного кабеля

Будем считать, что согласование генератора и нагрузки с кабелем произведено в практически достижимых пределах на средних частотах. Рассогласование имеет место только за счет небольшой первоначальной неточности согласования, температурных и временных уходов параметров кабеля и нагрузки, а также за счет изменения волнового сопротивления (и величины сопротивления нагрузки) по частотному диапазону.

Как известно [1], решение телеграфного уравнения для кабеля в символической форме имеет вид

$$\dot{I}(x) = \frac{\dot{U}_0 + \dot{I}_0 z_c}{2z_c} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{U}_0 - \dot{I}_0 z_c}{2z_c} e^{\gamma x}, \quad (3a)$$

$$\dot{U}(x) = \frac{\dot{U}_0 + \dot{I}_0 z_c}{2} e^{-\gamma x} + \frac{\dot{U}_0 - \dot{I}_0 z_c}{2} e^{\gamma x}, \quad (3b)$$

где  $\dot{I}(x)$  и  $\dot{U}(x)$  — комплексные амплитуды тока и напряжения в  $x$ -й точке линии;  $\dot{I}_0$  и  $\dot{U}_0$  — комплексные амплитуды тока и напряжения в начале линии;  $z_c$  — волновое сопротивление линии

$$z_c = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}}. \quad (4)$$

Определим напряжение на выходе цепи (рис. 1) при граничных условиях

$$\dot{E} = \dot{U}_0 + \dot{I}_0 z_0; \quad (5a)$$

$$\dot{U}_l = \dot{I}_l z_l, \quad (5b)$$

где  $\dot{E}$  — напряжение генератора;  $z_0$  и  $z_l$  — соответственно сопротивление генератора и нагрузки.

Подставляя выражения (3) при  $x = l$  в (5б), получим

$$\dot{U}_1 e^{-\gamma l} + \dot{U}_2 e^{\gamma l} = \frac{z_l}{z_c} (\dot{U}_1 e^{-\gamma l} - \dot{U}_2 e^{\gamma l}),$$

где

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_0 + I_0 z_c}{2}; \quad \dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_0 - I_0 z_c}{2}.$$

Разделим обе части этого уравнения на  $\dot{U}_1 e^{-\gamma l}$

$$1 + \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} e^{2\gamma l} = \frac{z_l}{z_c} \left( 1 - \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} e^{2\gamma l} \right),$$

отсюда

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} e^{2\gamma l} = \frac{z_l - z_c}{z_l + z_c} = k_{lu}. \quad (6)$$

Величина  $k_{lu}$  называется комплексным коэффициентом отражения напряжения на дальнем конце линии.

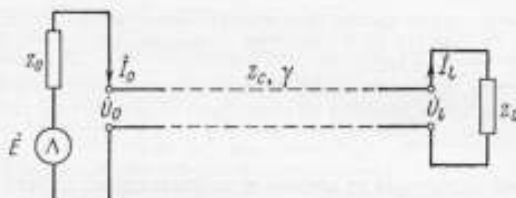


Рис. 1. Схема цепи кабельной линии передачи.

Аналогично, подставив (3) при  $x = 0$  в (5а), будем иметь

$$\dot{E} = \dot{U}_0 + I_0 z_c = \frac{\dot{U}_1 (z_c + z_0) + \dot{U}_2 (z_c - z_0)}{z_c} = \frac{\dot{U}_1 (z_c + z_0)}{z_c} \left( 1 - \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} k_{ou} \right). \quad (7)$$

Величину  $k_{ou} = \frac{z_0 - z_c}{z_0 + z_c}$  называют комплексным коэффициентом отражения напряжения на ближнем конце.

Из (7), учитывая (6), получим

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{E} z_c}{(z_c + z_0) (1 - k_{ou} k_{lu} e^{-2\gamma l})}.$$

Точно так же будем иметь

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{E} z_c e^{-2\gamma l} k_{lu}}{(z_c + z_0) (1 - k_{lu} k_{ou} e^{-2\gamma l})}.$$

Подставляя значения  $\dot{U}_1$  и  $\dot{U}_2$  в (3), получим решение телеграфного уравнения с граничными условиями (5):

$$I_x = \frac{\dot{E} e^{-\gamma x}}{1 - k_{ou} k_{lu} e^{-2\gamma l}} \cdot \frac{1}{z_c + z_0} [1 - k_{lu} e^{-2\gamma(l-x)}];$$

$$\dot{U}_x = \frac{\dot{E} e^{-\gamma x}}{1 - k_{ou} k_{lu} e^{-2\gamma l}} \cdot \frac{z_c}{z_c + z_0} [1 + k_{lu} e^{-2\gamma(l-x)}].$$



Или в частных случаях

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{E}}{1 - k_{lu}k_{ou}e^{-2\gamma l}} \cdot \frac{z_c}{z_c + z_0} [1 + k_{lu}e^{-2\gamma l}];$$

$$\dot{U}_l = \frac{\dot{E}e^{-\gamma l}}{1 - k_{lu}k_{ou}e^{-2\gamma l}} \cdot \frac{z_c}{z_c + z_0} [1 + k_{lu}].$$

Теперь можно определить комплексный коэффициент передачи

$$\dot{K}^*(\omega) = \frac{\dot{U}_l(\omega)}{\dot{U}_0(\omega)} = e^{-\gamma l} \frac{1 + k_{lu}}{1 + k_{lu}e^{-2\gamma l}}.$$

Однако такой  $\dot{K}^*(\omega)$  не является полноценной характеристикой кабельной линии, так как он не учитывает отражений от передающего конца кабеля

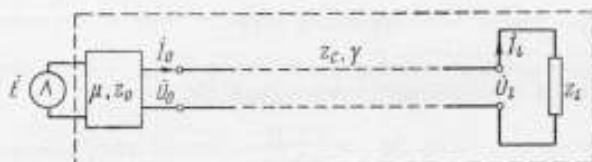


Рис. 2. Эквивалентная схема цепи линии передачи.

Поэтому рассмотрим передаточную функцию кабеля совместно с согласующим устройством (усилитель, буферный каскад), которое характеризуется собственным коэффициентом передачи  $\mu$  (в общем случае  $\mu(\omega)$ ) и выходным сопротивлением  $z_0$ . На вход согласующего устройства подается сигнал  $E(t)$ , с выхода снимается сигнал  $\mu E(t)$ . Последний поступает на кабель связи. В дальнейшем будем считать, что  $\mu$  не зависит от частоты. В реальных условиях аналогичное требование предъявляется к согласующему устройству.

Таким образом анализируется цепь, эквивалентная схема которой представлена на рис. 2. Определим передаточную функцию

$$\dot{K}(\omega) = \mu e^{-\gamma l} \frac{z_c}{z_c + z_0} \cdot \frac{1 + k_{lu}}{1 - k_{lu}k_{ou}e^{-2\gamma l}}. \quad (8)$$

Физический смысл выражения (8) становится ясным при разложении  $\frac{1}{1 - k_{lu}k_{ou}e^{-2\gamma l}}$  в ряд по степеням  $k_{lu}k_{ou}e^{-2\gamma l}$ :

$$\frac{1}{1 - k_{lu}k_{ou}e^{-2\gamma l}} = 1 + k_{ou}k_{lu}e^{-2\gamma l} + k_{ou}^2k_{lu}^2e^{-4\gamma l} + k_{ou}^3k_{lu}^3e^{-6\gamma l} + \dots$$

Члены ряда, начиная со второго, учитывают вторичные отражения. В дальнейшем этим разложением пользоваться не будем. Однако необходимо помнить, что появление в окончательной формуле множителя вида  $\Lambda e^{-2n\gamma l}$  указывает на наличие  $n$  раз отраженных волн.

Формулу (8) легко представить в виде

$$\dot{K}(\omega) + \mu e^{-\gamma l} \frac{1}{2} \frac{(1 - k_{ou})(1 + k_{lu})}{1 - k_{lu}k_{ou}e^{-2\gamma l}}. \quad (9)$$

Будем считать, что

$$z_0 = z_l; \quad k_{ou} = k_{lu}. \quad (10)$$

Условия (10) являются не только наиболее часто встречающимися на практике, но и наиболее интересными с точки зрения искажений (см. Приложение, стр. 61).

Таким образом, выражение для комплексного коэффициента передачи будет иметь вид

$$\hat{K}(\omega) = \frac{1}{2} \mu e^{-\nu l} \frac{(1 - \hat{k}_{lu}^2)}{(1 - \hat{k}_{lu} e^{-2\nu l})}. \quad (11)$$

Представим  $\hat{K}(\omega)$  в виде произведения

$$\hat{K}(\omega) = \hat{K}_1(\omega) \hat{K}_2(\omega), \quad (12)$$

где  $\hat{K}_1(\omega) = \frac{1}{2} \mu e^{-\nu l}$  — передаточная функция согласованного кабеля;  $\hat{K}_2(\omega) = \frac{1 - \hat{k}_{lu}^2}{1 - \hat{k}_{lu} e^{-2\nu l}}$  — передаточная функция, характеризующая отражения.

В дальнейшем удобнее пользоваться не коэффициентом отражений, а комплексной величиной относительной погрешности согласования

$$\delta_{z_l} = \frac{z_c - z_l}{z_l}. \quad (13)$$

Нетрудно вывести следующую зависимость:

$$\hat{k}_{lu} = - \frac{\delta_{z_l}}{\delta_{z_l} + 2}. \quad (14)$$

Далее получим оценку для  $|\delta_{z_l}|$ .

Обычно кабель согласуют с нагрузкой, добиваясь приближенного равенства  $z_l \approx z_c$ .

При соблюдении равенства  $\hat{k}_{lu} = \delta_{z_l} = 0$  кабель работает в чистом режиме бегущих волн. Однако, как указывалось выше, точное согласование практически недостижимо. Основной причиной является изменение  $z_c$  по диапазону. Существуют способы синтеза четырехполюсников, входное (или выходное) сопротивление которых изменяется по закону, близкому к закону изменения  $z_c$  [4]. Рассмотрим общий случай, когда  $z_c$  изменяется произвольным образом.

Для того чтобы ограничиться при анализе возможных отражений реальными величинами, будем фиксировать величину модуля относительной погрешности согласования. Определим требования, которые предъявляет к сопротивлению нагрузки неравенство

$$|\delta_{z_l}| < a < 1, \quad (15)$$

$$|\delta_{z_l}| = \left| \frac{z_c - z_l}{z_l} \right| = \frac{\sqrt{\operatorname{Re}^2(z_l - z_c) + \operatorname{Im}^2(z_l - z_c)}}{|z_l|} < a;$$

$$\left(1 - \frac{|z_c|}{|z_l|}\right)^2 + 2[1 - \cos(\varphi_c - \varphi_l)] \frac{|z_c|}{|z_l|} < a^2,$$

где  $\varphi_l = \arg z_l$ ;  $\varphi_c = \arg z_c$ .

Обозначим относительную погрешность согласования модулей волнового сопротивления и сопротивления нагрузки через

$$\delta_{z_c} = \frac{|z_l| - |z_c|}{|z_c|}.$$

В этом случае неравенство (15) примет вид

$$|\delta_{z_l}|^2 = 1 + \frac{1}{(1 + \delta_{z_c})^2} - 2 \cos(\varphi_l - \varphi_c) \frac{1}{1 + \delta_{z_c}} < a^2. \quad (16)$$

Выражение (16) показывает, что равенство величины  $|\delta_{z_l}|$  нулю не обеспечивается даже при абсолютно точном согласовании  $|z_l|$  и  $|z_c|$ . Таким образом, при равенстве нулю относительной погрешности согласования модулей волнового сопротивления и сопротивления нагрузки могут иметь место краевые эффекты при передаче по кабелю электрических сигналов. Можно показать, что отражений не будет лишь при выполнении условий:

$$|z_l| \equiv |z_c|; \arg z_l \equiv \arg z_c \pm 2k\pi \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (17)$$

Оценим величину угла  $\varphi_l - \varphi_c$ . При этом будем считать, что возможны только два случая: либо  $z_l$  согласуется с  $z_c$  только по модулю (чисто активная нагрузка), либо  $z_l$  согласуется с  $z_c$  по модулю и по фазе. В обоих случаях

$$|\varphi_l - \varphi_c| \leq |\varphi_c|;$$

$$\varphi_c = \arg \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \arg \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G_0 + \omega C \operatorname{tg} \delta + j\omega C}},$$

где  $G_0$  — проводимость изоляции;  $\operatorname{tg} \delta$  — коэффициент диэлектрических потерь в изоляции;

$$\begin{aligned} \varphi_c = \frac{1}{2} \left( \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R} - \operatorname{arctg} \frac{\omega C}{G_0 + \omega C \operatorname{tg} \delta} \right) > \frac{1}{2} \left( \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R} - \right. \\ \left. - \operatorname{arctg} \frac{1}{\operatorname{tg} \delta} \right) > \frac{1}{2} \left( \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{R} - \frac{\pi}{2} \right) > -\frac{\pi}{4}; \end{aligned}$$

$$|\varphi_l - \varphi_c| < \frac{\pi}{4}. \quad (18)$$

Формула (18) справедлива для всех кабелей на всех частотах, причем  $\varphi_c \rightarrow -\frac{\pi}{4}$  при  $\omega \rightarrow 0$ .

Анализ передаточной функции кабеля и приближенных соотношений в звуковом диапазоне в настоящей статье не рассматривается. Поэтому здесь будем предполагать

$$-\frac{\pi}{9} < \varphi_c < 0. \quad (19)$$

Неравенство (19) справедливо для подавляющего числа существующих типов кабелей в диапазоне частот  $f \geq 10 + 20$  кГц [2, 3]. Поэтому с помощью неравенства (19) можно исследовать коаксиальные кабели во всем диапазоне их рабочих частот, а симметричные кабели на средних и высших частотах рабочего диапазона.

На рис. 3 приведены кривые, являющиеся граничными решениями неравенства (16) для различных значений максимальной величины  $|\varphi_l - \varphi_c|$ . По этим графикам можно определить максимальную величину модуля относительной погрешности согласования, а следовательно, и модуля коэффициента отражения по известной относительной погрешности согласования модулей волнового сопротивления и сопротивления нагрузки.

На практике обычно не представляет труда согласовать коаксиальные кабели во всем рабочем диапазоне с погрешностью 10—20%. Такое согласование может быть достигнуто даже при использовании в качестве нагрузки чисто активного сопротивления. В этом случае  $|\delta_{z_l}| \leq 0,463$ . Кривая 1 (рис. 3) показывает, что

номинал согласующего сопротивления целесообразно выбрать таким образом, чтобы выполнялось условие

$$-0,1 \leq \delta_{2c} \leq 0,3, \quad (20)$$

при этом

$$|\delta_{2l}| \leq 0,383. \quad (21)$$

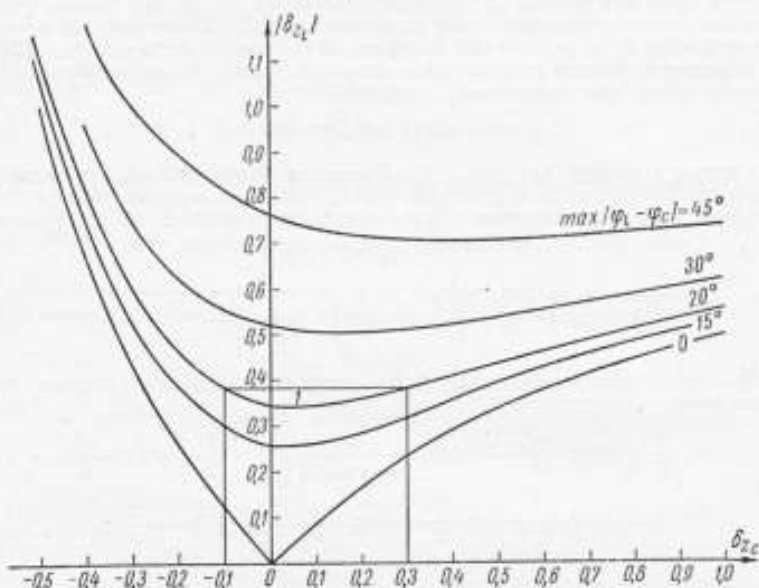


Рис. 3. Кривые для оценки  $|\delta_{2l}|$  при различных значениях  $|\varphi_l - \varphi_c|$ .

Оценим величину  $|1 - e^{-2\gamma l}|$ . При соблюдении условия (19) для существующих кабелей связи одновременно выполняется условие  $\alpha \geq 0,1$  нел/км; будем рассматривать кабельные линии минимальной длины  $l = 200$  м. Тогда

$$\begin{aligned} |1 - e^{-2\gamma l}| &\leq |1 - e^{-0,04} e^{-2i\beta l}| = \\ &= |1 - e^{-0,04} \cos 2\beta l + ie^{-0,04} \sin 2\beta l| = \\ &= \sqrt{1 + e^{-0,08} - 2e^{-0,04} \cos 2\beta l}; \\ |1 - e^{-2\gamma l}| &\leq \sqrt{1 + 0,923} \approx 1,39. \end{aligned}$$

Для симметричных кабелей согласование с погрешностью 10–20% может быть получено с помощью частотно-зависимых нагрузок.

#### Вывод основной формулы

Исследуем возможность упрощения формулы для комплексного коэффициента передачи.

Подставим выражение (14) в (11) и после элементарных преобразований получим

$$K(\omega) = \frac{1}{2} \mu e^{-\gamma l} \frac{\delta_{2l} + 1}{\frac{\delta_{2l}^2}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) + \delta_{2l} + 1}.$$

Это выражение можно записать в другом виде

$$\hat{k}(\omega) = \frac{1}{2} \mu \exp \left\{ - \left\{ \gamma l + \ln \left[ \frac{\delta_{z_l}^2}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) + \delta_{z_l} + 1 \right] - \ln (\delta_{z_l} + 1) \right\} \right\}.$$

Оценим аргументы логарифмической функции, учитывая (21),

$$\left| \frac{\delta_{z_l}^2}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) + \delta_{z_l} \right| \leq |\delta_{z_l}| \times \\ \times \left( \left| \frac{\delta_{z_l}}{4} \right| |1 - e^{-2\gamma l}| + 1 \right) \leq 0,383 (0,383 \cdot 0,25 \cdot 1,39 + 1) \approx 0,434.$$

В этих областях логарифм является аналитической функцией, поэтому справедливо разложение в ряд Тейлора комплексной переменной

$$\ln(z+1) = \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \frac{1}{m} z^m.$$

Отсюда

$$\hat{k}(\omega) = \frac{1}{2} \mu \exp \left\{ - \left\{ \gamma l + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \frac{1}{m} \times \right. \right. \\ \times \left. \left. \left[ \left[ \frac{\delta_{z_l}^2}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) + \delta_{z_l} \right]^m - \delta_{z_l}^m \right] \right\} \right\} = \frac{1}{2} \mu \exp \times \\ \times \left\{ - \left\{ \gamma l + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^{m+1} \frac{\delta_{z_l}^m}{m} \left[ \left[ \frac{\delta_{z_l}}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) + 1 \right]^m - 1 \right] \right\} \right\} \quad (22)$$

Ограничиваясь первыми двумя членами разложения, получим

$$\hat{k}(\omega) = \frac{1}{2} \mu \exp \left\{ - \left\{ \gamma l + \frac{\delta_{z_l}^2}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) - \frac{\delta_{z_l}^3}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\delta_{z_l}^4}{32} (1 - e^{-2\gamma l})^2 \right\} \right\}.$$

Последним слагаемым ввиду его малости можно пренебречь

$$\hat{k}(\omega) = \frac{1}{2} \mu \exp \left\{ - \left\{ \gamma l + \frac{1}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) (\delta_{z_l}^2 - \delta_{z_l}^3) \right\} \right\}. \quad (23)$$

Функции  $\gamma(\omega)$  и  $Z_c(\omega)$  можно упростить, так как величина  $G_0$  очень мала, а мы рассматриваем передаточную функцию на средних и высоких частотах

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G_0 + \omega C \operatorname{tg} \delta + j\omega C)} \approx \\ \approx \sqrt{\omega C} \sqrt{\operatorname{tg} \delta + j} \sqrt{R + j\omega L}. \quad (24)$$

Сомножители в формуле (16) можно преобразовать

$$\sqrt{1 + j \operatorname{tg} \delta} = \sqrt{1 - j \operatorname{tg} \delta} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg} \delta \right) + j \frac{1}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \delta \right), \quad (25)$$

Эта формула справедлива при  $\operatorname{tg} \delta \ll 1$ , что имеет место в действительности. Выражение  $\sqrt{R + j\omega L}$  будем аппроксимировать различными функциями на средних и высоких частотах [5]

$$\begin{aligned} \sqrt{R + j\omega L} &= \sqrt{R} \sqrt{1 + j \frac{\omega L}{R}} \approx \\ &\approx \sqrt{R} \left\{ 1 + 0,0184 \frac{\omega L}{R} + 0,081 \left( \frac{\omega L}{R} \right)^2 + \right. \\ &\left. + j \left[ 0,5201 \frac{\omega L}{R} - 0,0653 \left( \frac{\omega L}{R} \right)^2 \right] \right\} \text{ при } \frac{\omega L}{R} \leq 1; \quad (26a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{R + j\omega L} &= \sqrt{\omega L} \sqrt{\frac{R}{\omega L} + j} \approx \\ &\approx \sqrt{\omega L} \left\{ 0,7071 + 0,3807 \frac{R}{\omega L} + 0,0111 \left( \frac{R}{\omega L} \right)^2 + \right. \\ &\left. + j \left[ 0,7071 - 0,3548 \frac{R}{\omega L} + 0,1035 \left( \frac{R}{\omega L} \right)^2 \right] \right\} \text{ при } \frac{R}{\omega L} < 1. \quad (26b) \end{aligned}$$

Формула (26a) может быть использована на низких и средних частотах, формула (26b) — на высоких; граница применимости каждой из формул определяется трансцендентным уравнением

$$R(\omega_0) = \omega_0 L(\omega_0).$$

Это уравнение имеет единственное решение.

С учетом формул (24), (25), (26) выражение для постоянной передачи кабеля примет вид:

$$Y = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega CR} \left\{ 1 + 0,5 \operatorname{tg} \delta + (-0,5117 + 0,2692 \operatorname{tg} \delta) \frac{\omega L}{R} + \right. \\ \quad \left. + (0,1463 + 0,0079 \operatorname{tg} \delta) \frac{\omega^2 L^2}{R^2} + j \left[ 1 - 0,5 \operatorname{tg} \delta + \right. \right. \\ \quad \left. \left. + (0,5385 + 0,2558 \operatorname{tg} \delta) \frac{\omega L}{R} + (0,0157 - 0,0732 \operatorname{tg} \delta) \right] \right\}, \\ \quad \omega \leq \omega_0; \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega^2 CL} \left\{ 0,7071 \operatorname{tg} \delta + (0,7355 + 0,013 \operatorname{tg} \delta) \frac{R}{\omega L} + \right. \\ \quad \left. + (-0,0924 + 0,0573 \operatorname{tg} \delta) \frac{R^2}{\omega^2 L^2} + j \left[ 1,4142 + \right. \right. \\ \quad \left. \left. + (0,0259 - 0,3677 \operatorname{tg} \delta) \frac{R}{\omega L} + \right. \right. \\ \quad \left. \left. + (0,1146 + 0,0462 \operatorname{tg} \delta) \frac{R^2}{\omega^2 L^2} \right] \right\}, \quad \omega > \omega_0. \end{cases} \quad (27)$$

Пренебрегая зависимостью  $\operatorname{tg} \delta$  от частоты, можно записать

$$\gamma = \begin{cases} \sqrt{\omega CR} \left\{ a_1 + b_1 \frac{\omega L}{R} + c_1 \frac{\omega^2 L^2}{R^2} + \right. \\ \left. + j \left[ d_1 + e_1 \frac{\omega L}{R} + f_1 \frac{\omega^2 L^2}{R^2} \right] \right\}, \quad \omega \leq \omega_0; \\ \omega \sqrt{LC} \left\{ a_2 + b_2 \frac{R}{\omega L} + c_2 \frac{R^2}{\omega^2 L^2} + \right. \\ \left. + j \left[ d_2 + e_2 \frac{R}{\omega L} + f_2 \frac{R^2}{\omega^2 L^2} \right] \right\}, \quad \omega > \omega_0. \end{cases} \quad (28)$$

Аналогично можно получить

$$z_c = \begin{cases} \sqrt{\frac{R}{\omega C}} \left\{ a_3 + b_3 \frac{\omega L}{R} + c_3 \frac{\omega^2 L^2}{R^2} + j \left[ d_3 + e_3 \frac{\omega L}{R} + f_3 \frac{\omega^2 L^2}{R^2} \right] \right\}, \quad \omega \leq \omega_0; \\ \sqrt{\frac{L}{C}} \left\{ a_4 + b_4 \frac{R}{\omega L} + c_4 \frac{R^2}{\omega^2 L^2} + j \left[ d_4 + e_4 \frac{R}{\omega L} + f_4 \frac{R^2}{\omega^2 L^2} \right] \right\}, \quad \omega > \omega_0. \end{cases} \quad (29)$$

где

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (1 + 0,5 \operatorname{tg} \delta); \quad b_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,5385 - 0,2558 \operatorname{tg} \delta);$$

$$c_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,0157 + 0,0732 \operatorname{tg} \delta);$$

$$d_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-1 + 0,5 \operatorname{tg} \delta); \quad e_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,5017 + 0,2692 \operatorname{tg} \delta);$$

$$f_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-0,1463 + 0,0079 \operatorname{tg} \delta); \quad a_4 = 1;$$

$$b_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-0,0259 + 0,3677 \operatorname{tg} \delta); \quad c_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,1146 - 0,0462 \operatorname{tg} \delta);$$

$$d_4 = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \delta; \quad e_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} (-0,7355 + 0,013 \operatorname{tg} \delta);$$

$$f_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} (0,0924 + 0,0573 \operatorname{tg} \delta).$$

Подставляя в формулу (12) выражение (28), получим

$$K_1(\omega) = \begin{cases} \frac{\mu}{2} \exp \left\{ -l \left\{ \sqrt{\omega CR} \left[ a_1 + b_1 \frac{\omega L}{R} + c_1 \frac{\omega^2 L^2}{R^2} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + j \left( d_1 + e_1 \frac{\omega L}{R} + f_1 \frac{\omega^2 L^2}{R^2} \right) \right] \right\} \right\}, \quad \omega \leq \omega_0; \end{cases} \quad (30a)$$

$$\begin{cases} \frac{\mu}{2} \exp \left\{ -l \left\{ \sqrt{LC} \omega \left[ a_2 + b_2 \frac{R}{\omega L} + c_2 \frac{R^2}{\omega^2 L^2} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + j \left( d_2 + e_2 \frac{R}{\omega L} + f_2 \frac{R^2}{\omega^2 L^2} \right) \right] \right\} \right\}, \quad \omega > \omega_0. \end{cases} \quad (30b)$$



Из выражения (23) находим

$$\dot{K}_2(\omega) = \exp \left[ -\frac{1}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) (\delta_{z_l}^2 - \delta_{z_l}^3) \right].$$

При анализе этой формулы возникают трудности, связанные с учетом множителя  $1 - e^{-2\gamma l}$ . Для различных длин кабеля во всем диапазоне частот удовлетворительной аппроксимации этого выражения не существует. Однако можно показать, что практически в подобных функциях нет необходимости. Рассмотрим физический смысл этого множителя.

Как указывалось выше, наличие в формуле (23) члена  $e^{-2\gamma l}$  связано с учетом на приемном конце вторичных отраженных волн первого порядка.

При  $\alpha l > 2$  можно считать  $(1 - e^{-2\gamma l}) \approx 1$ . При малой величине  $\alpha l$  множитель можно представить в виде

$$1 - e^{-2\gamma l} = 1 - e^{-2\alpha l} e^{-j2\beta l} = 1 - k(\cos 2\beta l - j \sin 2\beta l), \quad k \approx 1;$$

причем величина  $2\beta l$  может принимать значения  $0$ ;  $\pi$ ;  $2\pi$  и т. д. При этом  $1 - e^{-2\gamma l}$  может быть равен или близок нулю, что в свою очередь приводит к значительным колебаниям уровня отраженных волн на приемном конце в зависимости от частотного состава передаваемого сигнала и длины линии. Таким образом, множитель  $1 - e^{-2\gamma l}$  в некоторых режимах работы кабельной линии учитывает ее резонансные свойства.

Для решения большинства практических задач требуется апериодический режим работы кабелей связи, поэтому целесообразно не учитывать влияние экспоненциального члена, а найти условия отсутствия этого влияния, что будет выполнено при анализе точности приближенных формул. Рассмотрим случай работы линии в режиме больших затуханий:

$$\begin{aligned} \dot{K}_2(\omega) &\approx \exp \left[ -\frac{1}{4} (\delta_{z_l}^2 - \delta_{z_l}^3) \right] = \\ &= \exp \left[ -\left( 0,5 - 1,25 \frac{z_c}{z_l} + \frac{z_c^2}{z_l^2} - 0,25 \frac{z_c^3}{z_l^3} \right) \right]. \end{aligned} \quad (31)$$

Подставляя в (31) выражение (29) и учитывая, что  $z_c^2 = \frac{R + j\omega L}{(j + \text{tg } \delta) \omega C}$ , получим окончательное выражение для  $\dot{K}_2(\omega)$ .

При необходимости учета резонансных свойств кабеля рекомендуется пользоваться формулой:

$$1 - e^{-2\gamma l} = 1 - e^{-2\alpha l} (\cos 2\beta l + j \sin 2\beta l) \approx 1 - \frac{1 - 2\alpha l}{1 + 2\alpha l} (\cos 2\beta l + j \sin 2\beta l).$$

Имея в виду, что функция  $\beta(\omega)$  близка к линейной во всем диапазоне рабочих частот, запишем

$$1 - e^{-2\gamma l} \approx 1 - \frac{1 - 2\alpha l}{1 + 2\alpha l} (\cos 2p\omega l + j \sin 2p\omega l), \quad (32)$$

где  $p \approx 0,7 + 0,9j$ ;  $\alpha$  — может быть взята из формулы (26).

#### Оценка точности формул

Прежде чем произвести оценку точности формул для  $\dot{K}_1(\omega)$  и  $\dot{K}_2(\omega)$ , рассмотрим одну существенную особенность использования кабелей связи, влияющую на определение необходимых границ применимости приближенных формул.

При расчете четырехполюсников с сосредоточенными параметрами обычно анализируют их передаточную функцию на участке, удовлетворяющем заданным

нормам амплитудных искажений, обычно  $-3$  или  $-6$  дБ. При этом предполагается, что для обработки сигналов, имеющих более широкий спектр, чем определенный заданным уровнем, этот четырехполосник не может быть использован. Не останавливаясь на допустимости применения условия ограниченности спектра, будем исходить из этого положения. Можно сказать, что при определении границ применимости формул для цепей с сосредоточенными параметрами используется сигнальный принцип.

В большинстве случаев кабель связи применяется при работе аппаратуры в многоканальном режиме. Рассматривая частотное разделение каналов, можно допустить большой перепад затухания по всему используемому диапазону. При этом максимально допустимая величина затухания определяется способностью оконечной аппаратуры восстанавливать сигнал на выходе (аппаратурный принцип определения необходимых границ применимости приближенных формул).

Для аппаратуры связи рекомендуется [2] максимальная величина затухания на усилительном участке не более  $7$  нел ( $61$  дБ). Для аппаратуры обработки телеметрической информации подобные нормы не составлены, однако естественно предположить, что они должны быть ниже.

Будем рассматривать точность формул для  $K_1(\omega)$  и  $K_2(\omega)$  в пределах затуханий  $0-7$  нел, полагая, что верхняя граница может быть достигнута на кабеле данной длины за счет спада амплитудной характеристики на верхних частотах.

Считая выражение (11) точным, вычислим относительную погрешность частотной характеристики и абсолютную погрешность фазовой характеристики формул (31) и (30). При анализе не будем учитывать факторы, дающие заведомо малую погрешность, в частности, погрешность от допущения  $G_0 = 0$  и погрешность за счет использования приближенной формулы (25).

Если погрешность при применении формулы (25) велика (для кабеля, имеющего диэлектрик с большими потерями), то для уточнения результатов расчета можно пользоваться точной зависимостью

$$\sqrt{\operatorname{tg} \delta + j} = \sqrt{\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2} \right)} + j \sqrt{\operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\delta}{2} \right)}. \quad (33)$$

В этом случае изменятся только коэффициенты  $a_1$ ,  $b_1$  и т. д. Вместе с тем известно, что в общем случае  $\operatorname{tg} \delta$  зависит от частоты. Однако эта зависимость очень слаба и проявляется обычно на высоких частотах, когда затухание кабеля превышает  $7$  нел (даже для малых длин). При необходимости учета этой зависимости рекомендуется разбить исследуемый диапазон на участки постоянной величины  $\operatorname{tg} \delta$ .

Рассмотрим использованные при выводе формул (30) и (31) приближенные преобразования.

1. Ошибка в определении  $K_1(\omega)$ . Эта погрешность возникает вследствие применения конечных разложений (26), полученных с помощью  $\tau$ -метода [6, 7]. По данным первоисточников они дают максимальную абсолютную погрешность

$$\left| \Delta \operatorname{Re} \sqrt{jx+1} \right| \leq 0,002; \quad \left| \Delta \operatorname{Im} \sqrt{jx+1} \right| \leq 0,002.$$

В некоторых случаях эти оценки оказываются значительно завышенными, поэтому уточним их. Рассмотрим  $\sqrt{jx+1}$  и  $\sqrt{x+j}$ , где  $0 \leq x \leq 1$ :

$$\begin{aligned} (\sqrt{jx+1})^2 &= jx+1 \approx 1 + 0,0368x - 0,1072x^2 + 0,0709x^3 + \\ &+ 0,0023x^4 + j(1,0402x - 0,1116x^2 + 0,0816x^3 - 0,0106x^4). \end{aligned}$$

Отсюда

$$|\Delta \operatorname{Re} (jx+1)| \approx |0,0368x - 0,1072x^2 + 0,0709x^3 + 0,0023x^4| < 0,0036x;$$

$$|\Delta \operatorname{Im} (jx+1)| \approx |0,0402x - 0,1116x^2 + 0,0816x^3 - 0,0106x^4| < 0,0024x.$$

Запишем приближенные равенства:

$$\left| \Delta \operatorname{Re} \sqrt{jx+1} \approx \frac{1}{2} \left| \Delta \operatorname{Re} (jx+1) \right| \right| < 0,0018x; \quad (34a)$$

$$\left| \Delta \operatorname{Im} \sqrt{jx+1} \right| \approx \frac{1}{2} \left| \Delta \operatorname{Im} (jx+1) \right| < 0,0012x. \quad (34b)$$

Аналогично можно получить

$$\Delta \operatorname{Re} \sqrt{x+j} < 0,0012;$$

$$\Delta \operatorname{Im} \sqrt{x+j} < 0,0018.$$

Относительная погрешность амплитудной характеристики в области нижних частот

$$|\delta_{1a}| < \left( 1 - e^{-l \sqrt{\omega CR} 0,0018 \frac{\omega L}{R}} \right), \quad \frac{\omega L}{R} \ll 1;$$

ввиду того, что

$$a_1 + b_1 \frac{\omega L}{R} + c_1 \frac{\omega^2 L^2}{R^2} > 1, \quad l \sqrt{\omega CR} < 7,$$

$$|\delta_{1a}| < \left( 1 - e^{-0,0136 \frac{\omega L}{R}} \right) < 1,4\%;$$

в области высоких частот

$$|\delta_{1b}| = \left( 1 - e^{-l \omega \sqrt{LC} 0,0012 \sqrt{\frac{R}{\omega L}}} \right), \quad \frac{\omega L}{R} > 1.$$

Ввиду того, что

$$a_2 + b_2 \frac{R}{\omega L} + c_2 \frac{R^2}{\omega^2 L^2} > 0,7355 \frac{R}{\omega L},$$

$$l \sqrt{\omega^2 CL} 0,7355 \frac{R}{\omega L} < 7;$$

$$|\delta_{1b}| < \left( 1 - e^{-0,0114} \right) < 1,2\%.$$

Учитывая  $\delta_{1a}$  и  $\delta_{1b}$ , для всего диапазона будем считать

$$|\delta_1| < 1,4\%.$$

Абсолютная погрешность фазовой характеристики в области нижних частот

$$|\Delta_{1a}| < l \sqrt{\omega CR} 0,0012 \frac{\omega L}{R} < 0,0084 \text{ рад};$$

в области высоких частот

$$|\Delta_{1b}| < l \sqrt{\omega^2 CL} 0,0018 \frac{R}{\omega L} < 0,0185 \text{ рад}.$$

Для всего диапазона

$$|\Delta_1| < 0,0185 \text{ рад} \approx 1^\circ 3'.$$

2. Ошибка за счет неучитываемых членов ряда разложения логарифмической функции. При оценке этой ошибки заметим прежде всего, что формально этот ряд имеет вид знакпеременного, но с каждым членом ряда производится различные операции, не гарантирующие постоянство знаков вещественной и мнимой частей, которые характеризуют соответственно амплитудные и фазовые искажения. С другой стороны, при оценке погрешности по сумме модулей всех отброшенных членов получится заниженный результат. Так как соответствующий абсолютный ряд имеет довольно хорошую сходимость (при указанных ограничениях на величину  $|\delta_{z1}|$ ), будем учитывать два первых отброшенных члена. В этом случае относительная погрешность амплитудной характеристики

$$|\delta_2| = (1 - e^{-\theta_1});$$

$$\theta_1 \leq \left| \operatorname{Re} \left\{ \frac{\delta_{z1}^6}{192} (1 - e^{-2\gamma t})^2 + \frac{\delta_{z1}^5}{16} (1 - e^{-2\gamma t})^2 + \frac{\delta_{z1}^4}{4} (1 - e^{-2\gamma t}) - \frac{\delta_{z1}^8}{1024} (1 - e^{-2\gamma t})^4 - \frac{\delta_{z1}^7}{64} (1 - e^{-2\gamma t})^3 - \frac{3\delta_{z1}^6}{32} (1 - e^{-2\gamma t})^2 - \frac{\delta_{z1}^5}{4} (1 - e^{-2\gamma t}) \right\} \right|.$$

Имея в виду, что  $\operatorname{Re} z \leq |z|$  и  $|z_1 \pm z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ , получим

$$\theta_1 \leq \frac{|\delta_{z1}|^4}{4} \left( \frac{|\delta_{z1}|^2}{64} 2,69 + \frac{|\delta_{z1}|}{4} 1,93 + 1,39 + \frac{|\delta_{z1}|^4}{256} 3,74 + \frac{|\delta_{z1}|^3}{16} 2,69 + \frac{3|\delta_{z1}|^2}{8} 1,93 + |\delta_{z1}| 1,39 \right) \approx \frac{|\delta_{z1}|^4}{4} 2,13 \approx 0,0115;$$

$$|\delta_2| \leq 1,14\%$$

Абсолютная погрешность фазовой характеристики  $|\Delta_2|$  может быть оценена также через  $|\delta_{z1}|$

$$|\Delta_2| \leq \theta_1 \leq 0,0115 \text{ рад} \approx 39,6'.$$

3. Погрешность за счет неучтенного члена

$$\frac{\delta_{z1}}{32} (1 - e^{-2\gamma t})^2;$$

$$|\delta_3| = 1 - e^{-\theta_2};$$

$$\theta_2 = \operatorname{Re} \left[ \frac{\delta_{z1}^4}{32} (1 - e^{-2\gamma t})^2 \right] < 0,002;$$

$$|\delta_3| < 0,002;$$

$$|\Delta_3| < 0,002 \text{ рад} \approx 7'.$$

4. Погрешность за счет применения приближенных формул (29) при их подстановке в уравнение (31). В данном случае ошибка возникает только за счет двух членов, содержащих нечетную степень  $z_c$ . Будем рассматривать линию, нагруженную на активное сопротивление, так как при произвольной комплексной нагрузке можно оценить только модуль ошибки показателя экспоненты, а погрешности вещественной и мнимой частей будут перераспределяться в зависимости от  $\arg z_1$ .

Рассмотрим двучлен:

$$\begin{aligned}
 1,25 &= \frac{z_c}{z_l} + 0,25 \left( \frac{z_c}{z_l} \right)^3 = 1,25 \frac{\operatorname{Re} z_c + j \operatorname{Im} z_c}{z_l} + \\
 &+ 0,25 \frac{[R \operatorname{tg} \delta + \omega L + j(\omega L \operatorname{tg} \delta - R)] (\operatorname{Re} z_c + j \operatorname{Im} z_c)}{(1 + \operatorname{tg}^2 \delta) z_l^3} = \\
 &= 1,25 \frac{\operatorname{Re} z_c}{z_l} + 0,25 \frac{(R \operatorname{tg} \delta + \omega L) \operatorname{Re} z_c - (\omega L \operatorname{tg} \delta - R) \operatorname{Im} z_c}{(1 + \operatorname{tg}^2 \delta) z_l^3} + \\
 &+ j \left[ 1,25 \frac{\operatorname{Im} z_c}{z_l} + 0,25 \frac{(R \operatorname{tg} \delta + \omega L) \operatorname{Im} z_c + (\omega L \operatorname{tg} \delta - R) \operatorname{Re} z_c}{(1 + \operatorname{tg}^2 \delta) z_l^3} \right].
 \end{aligned}$$

Относительная погрешность амплитудной характеристики:  
в области нижних частот

$$|\delta_{4n}| < 0,0024;$$

в области высоких частот

$$|\delta_{45}| < 0,003; \quad |\delta_4| < 0,3\%.$$

Для фазовой характеристики аналогично можно получить

$$|\Delta_4| < 0,003 \text{ рад} \approx 10,5'.$$

Определим, какие условия надо предъявить к кабельной линии с точки зрения отсутствия резонансных эффектов. Это можно осуществить двумя путями: либо уменьшением по модулю множителя  $(\delta_{z_l}^2 - \delta_{z_l}^3)$ , т. е. улучшением согласования, либо приближением к единице величины  $|1 - e^{-2\gamma l}|$ .

Введем в качестве характеристики резонансных свойств линии величину

$$\eta = \max_{\beta l} \left| \frac{1}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) (\delta_{z_l}^2 - \delta_{z_l}^3) \right| - \min_{\beta l} \left| \frac{1}{4} (1 - e^{-2\gamma l}) (\delta_{z_l}^2 - \delta_{z_l}^3) \right|.$$

Так как  $\delta_{z_l}$  не зависит от  $\beta l$

$$\begin{aligned}
 \eta &= \frac{1}{4} \left| \delta_{z_l}^2 - \delta_{z_l}^3 \right| \left( \max_{\beta l} |1 - e^{-2\gamma l}| - \min_{\beta l} |1 - e^{-2\gamma l}| \right) = \\
 &= \frac{1}{4} \left| \delta_{z_l}^2 - \delta_{z_l}^3 \right| \left( \sqrt{1 + e^{-4\alpha l} + 2e^{-2\alpha l}} - \sqrt{1 + e^{-4\alpha l} - 2e^{-2\alpha l}} \right) = \\
 &= \frac{1}{2} \left| \delta_{z_l}^2 - \delta_{z_l}^3 \right| e^{-2\alpha l}.
 \end{aligned}$$

Коэффициент  $\eta$  можно рассматривать в качестве максимальной относительной погрешности при передаче сигнала за счет резонансных свойств кабеля. Действительно, при малых  $\eta$

$$|\delta_4| = 1 - e^{-\eta} \approx \eta.$$

Задаваясь величиной  $\eta$ , можно правильно осуществить выбор режима работы линии, в частности, типа кабеля, так как в некоторых случаях, особенно при малой длине линии, целесообразнее брать кабель с большим погонным затуханием. Как уже отмечалось, во всех случаях нужно стремиться уменьшать  $|\delta_{z_l}|$  для того, чтобы уменьшить отражения. Кроме того, при необходимости можно уменьшить  $\eta$  путем перехода на более высокие несущие частоты.

Отметим, что в основном все оценки получены с запасом, так как рассматривались наиболее общие условия работы кабельной линии связи. В каждом конкретном случае оценки могут быть улучшены, при этом целесообразно пользоваться приведенными в статье методами.

Обычно представляет интерес найти суммарную погрешность формул. При этом следует искать среднюю квадратическую суммарную погрешность для фазо-частотной характеристики

$$\Delta_{\Sigma} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta_i^2};$$

для амплитудно-частотной характеристики

$$\ln(1 - \delta_{\Sigma}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \bar{\Delta}_i^2},$$

где  $\bar{\Delta}_i$  — абсолютные погрешности вещественной части показателя экспоненты, связанные с  $i$ -м воздействием.

#### Один частный случай

Для получения окончательного выражения передаточной функции необходимы аналитические зависимости первичных параметров кабеля от частоты.

До настоящего времени достаточно точных зависимостей такого рода не получено. Исключения составляют формулы для коаксиальных кабелей на высоких частотах.

Начиная с частот 100—200 кГц, с достаточной степенью точности для коаксиальных кабелей с медными проводниками можно пользоваться следующими выражениями:

$$R \approx 8,35 \sqrt{f} \left( \frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) 10^{-2} \text{ ом/км} = 3,33 \sqrt{\omega} \left( \frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right) 10^{-2} \text{ ом/км.} \quad (35)$$

$$L \approx 2 \ln \frac{D}{d} 10^{-4} \text{ м/км;} \quad (36)$$

$$C \approx \frac{\epsilon}{18 \ln \frac{D}{d}} 10^{-9} \text{ ф/км,} \quad (37)$$

где  $d$  — диаметр внутренней жилы;  $D$  — диаметр внешней оболочки;  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость изолятора.

Подставляя выражения (35), (36) и (37) в (30б), определим передаточную функцию согласованного коаксиального кабеля с медными проводниками на высоких частотах:

$$\begin{aligned} \hat{K}_1(\omega) = \frac{\mu}{2} \exp \left\{ -l\omega \sqrt{\epsilon} \left[ 2,357 \cdot 10^{-6} \text{ tg } \delta + \right. \right. \\ \left. \left. + (0,7355 + 0,013 \text{ tg } \delta) 5,55 \cdot 10^{-4} \frac{\frac{1}{d} + \frac{1}{D}}{\ln \frac{D}{d}} \frac{1}{\sqrt{\omega}} + \right. \right. \\ \left. \left. + (0,0924 + 0,0573 \text{ tg } \delta) 9,24 \cdot 10^{-2} \frac{\left( \frac{1}{d} + \frac{1}{D} \right)}{\ln \frac{D}{d}} \frac{1}{\omega} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$+ j \left[ 4,714 \cdot 10^{-4} + (0,0259 - 0,3677 \operatorname{tg} \delta) 5,55 \cdot 10^{-4} \frac{1}{\ln \frac{D}{d}} \frac{1}{\sqrt{\omega}} + \right. \\ \left. + (0,1146 + 0,0462 \operatorname{tg} \delta) 9,24 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{\ln \frac{D}{d}} \right] \Bigg\};$$

$$\hat{K}_1(\omega) = \frac{H}{2} \exp \left\{ -i [A\omega^{-1} + B\sqrt{\omega}^{-1} + C + i(D\omega^{-1} + E\sqrt{\omega}^{-1} + F)] \right\}. \quad (38)$$

Таким образом,  $\hat{K}_1(\omega)$  для данного случая достаточно просто зависит от частоты. Коэффициенты  $A, B, C, D, E$  и  $F$  являются числами, постоянными для данного типа кабеля.

Кроме формул (35) и (37), имеются еще и другие точные формулы для первичных параметров симметричных кабелей [2, 3], однако в них входят табличные функции. Расчет передаточной функции симметричных кабелей по формулам (30) и (31) может быть выполнен с помощью ЦВМ.

Чтобы иметь возможность во всех случаях рассчитать передаточную функцию кабельной линии связи, нужно найти удовлетворительные аппроксимации для первичных параметров кабеля во всем рабочем диапазоне частот и оценки их точности.

## ВЫВОДЫ

1. Для того чтобы определить с учетом многократных отражений передаточную функцию кабеля, несогласованного на концах, надо рассматривать четырехполюсник, входным каскадом которого является находящийся на передающем конце каскад с известной собственной передаточной функцией.

2. Показано, что общепринятое условие согласования нагрузки и линии по модулю волнового сопротивления влечет за собой значительное искажение входного сигнала. Отсутствие отражений в кабельной линии обеспечивается только при согласовании модулей и аргументов волнового сопротивления и сопротивления нагрузки на обоих концах кабеля, во всем диапазоне рабочих частот.

3. При выборе номинальных величин сопротивлений нагрузки для большинства кабельных линий связи следует руководствоваться неравенством (20) и графиками рис. 3.

4. При малой длине кабельной линии и работе на низких частотах следует принимать меры для максимального ослабления вторичных отражений.

5. Приведенные в статье формулы для передаточной функции кабеля обеспечивают погрешность без учета неточности формул для определения первичных параметров кабеля порядка 1–3% для амплитудно-частотной характеристики и 1–3° для фазо-частотной характеристики.

Дальнейшее увеличение точности окончательных выражений излишне, так как наличие в любой кабельной линии связи отражений от внутренних неоднородностей, требующих для своего анализа статистических методов, дает примерно однопроцентное искажение амплитудного спектра полезного сигнала (см. например, [5]).

6. Формулы (30а) и (30б) для коэффициента передачи справедливы для любых типов кабелей. Выражение (31) может быть применено с указанной точностью только на высоких частотах (начиная с сотен килогерц) для симметричного кабеля и во всем диапазоне — для коаксиального кабеля.



Рассмотрим корректность и условия применимости допущения (10) при анализе передаточной функции кабеля в нетривиальном случае  $z_l \neq z_0$ . Исследование будем производить с точки зрения величины искажений, фиксируемых формулами (9) и (11), поэтому сначала введем меру искажений.

Искажения можно рассматривать как некоторый положительно определенный вещественнозначный функционал от разности идеальной ( $K(\omega) \equiv 1$ ) и реальной передаточных функций. Если интересоваться только искажениями сигнала за счет отражений от неоднородностей на концах кабеля, то можно записать

$$\eta = F [1 - \dot{K}_2(\omega)], \quad (39)$$

где  $\eta$  — величина искажений по заданному критерию;  $F(z)$  — функционал, моделирующий заданный критерий.

Обычно вид функционала  $F$  не может быть задан произвольно. Он должен удовлетворять некоторым условиям:

$$F [ |1 - \dot{K}'_2(\omega)| ] \leq F [ |1 - \dot{K}_2(\omega)| ] \text{ для любого } (\forall) \dot{K}'_2(\omega), \\ \dot{K}'_2(\omega) : |1 - \dot{K}'_2(\omega)| < |1 - \dot{K}_2(\omega)|, \forall \omega \in (0, \infty), \quad (40)$$

т. е.  $F$  — является монотонно возрастающим функционалом.

Докажем, что

$$\eta_1 = F \left[ 1 - \frac{(1 - \dot{k}_{0u})(1 + \dot{k}_{lu})}{1 - \dot{k}_{lu}\dot{k}_{0u}e^{-2\gamma l}} \right] \leq F \left[ 1 - \frac{1 - \dot{k}_u^2}{1 - \dot{k}_u^2 e^{-2\gamma l}} \right] = \eta_2,$$

где  $\dot{k}_u = e^{i\varphi} \max (|\dot{k}_{lu}|, |\dot{k}_{0u}|)$ ;  $\varphi$  — некоторая функция.

Как следует из условия (40), достаточно показать

$$\left| 1 - \frac{(1 - \dot{k}_{0u})(1 + \dot{k}_{lu})}{1 - \dot{k}_{lu}\dot{k}_{0u}e^{-2\gamma l}} \right| \leq \left| 1 - \frac{1 - \dot{k}_u^2}{1 - \dot{k}_u^2 e^{-2\gamma l}} \right|. \quad (41)$$

Докажем справедливость предположения только для модулей  $\dot{k}_{lu}$  и  $\dot{k}_{0u}$ , считая, что аргументы во всех случаях изменяются от 0 до  $2\pi$ .

Положим для определенности

$$|\dot{k}_{lu}| \geq |\dot{k}_{0u}|, \text{ тогда } \dot{k}_{lu} = \dot{\alpha}\dot{k}_{lu}, \text{ где } |\dot{\alpha}| \leq 1, \forall \omega.$$

Преобразуем выражение, стоящее в левой части неравенства (41).

$$\left| 1 - \frac{(1 - \dot{k}_{0u})(1 + \dot{k}_{lu})}{1 - \dot{k}_{lu}\dot{k}_{0u}e^{-2\gamma l}} \right| = \left| 1 - \frac{(1 - \dot{\alpha}\dot{k}_{lu})(1 + \dot{k}_{lu})}{1 - \dot{\alpha}\dot{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l}} \right|. \quad (42)$$

Нетрудно убедиться в том, что функция

$$f(\dot{\alpha}) = 1 - \frac{(1 - \dot{\alpha}\dot{k}_{lu})(1 + \dot{k}_{lu})}{1 - \dot{\alpha}\dot{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l}},$$

является аналитической в области определения ( $|\dot{\alpha}| \leq 1$ ).

Действительно, с одной стороны  $1 - \dot{\alpha}\dot{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l} \neq 0$ , так как по крайней мере

$$\operatorname{Re} (1 - \dot{\alpha}\dot{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l}) = 1 - \operatorname{Re} (\dot{\alpha}\dot{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l});$$

$$\operatorname{Re} (\dot{\alpha}\dot{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l}) \leq |\dot{\alpha}\dot{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l}| = |\dot{\alpha}| |\dot{k}_{lu}^2| |e^{-2\gamma l}| \leq |e^{-2\gamma l}| < 1;$$

$$\operatorname{Re} (1 - \dot{\alpha}\dot{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l}) > 0.$$

С другой стороны, коэффициенты при аргументе конечны по модулю, так как

$$|\hat{k}_{lu}^2| = |\hat{k}_{lu}|^2 = \left| \frac{z_l - z_c}{z_l + z_c} \right|^2;$$

$$z_l + z_c \neq 0;$$

$$|\hat{k}_{lu}| < \infty.$$

Ввиду того, что  $e^{-2\alpha l} < 1 < \infty$ ,  $f(\alpha)$  является аналитической функцией в области  $|\alpha| \leq 1$ , можно применить принцип максимума аналитических функций [8], из которого следует, что  $\max |f(\alpha)|$  достигается при  $|\alpha| = 1$ ;  $\alpha = e^{-i\varphi}$ , т. е.

$$\left| 1 - \frac{(1 - \alpha \hat{k}_{lu})(1 + \hat{k}_{lu})}{1 - \alpha \hat{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l}} \right| \leq \left| 1 - \frac{(1 - e^{i\varphi} \hat{k}_{lu})(1 + \hat{k}_{lu})}{1 - \hat{k}_{lu}^2 e^{-2\gamma l + i\varphi}} \right|, \quad \forall \omega.$$

Таким образом, все зависимости, выведенные при принятии условия

$$|\hat{k}_u| = \max \{ |\hat{k}_{lu}|, |\hat{k}_{ou}| \},$$

будут учитывать максимально возможные при данных нагрузках искажения полезного сигнала за счет отражения от неоднородностей на концах кабеля.

В статье предполагалось, что  $|\hat{k}_{lu}| \geq |\hat{k}_{ou}|$ ; если это условие не выполняется, то во всех формулах вместо  $z_l$  следует брать  $z_o$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гарновский Н. Н. Теоретические основы электропроводной связи. Т. II, Связьиздат, 1959.
2. Инженерно-технический справочник по электросвязи. Кабельные и воздушные линии связи. Под ред. И. И. Гроднева. «Связь», 1966.
3. Гумеля А. Н., Шварцман В. О. Электрические характеристики кабельных и воздушных линий связи. «Связь», 1966.
4. Акулишин Г. К., Кашеев И. А., Кульвацкий К. Е. Теория связи по проводам. «Связь», 1940.
5. Верник С. М. Вопросы теории симметричных кабелей связи. Методы измерения и оценки их параметров. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук. ЛЭИС, 1968.
6. Люстерник Л. А., Червоненкис О. А., Ямпольский А. Р. Математический анализ. Вычисление элементарных функций. Физматгиз, 1963.
7. Ланцош К. Практические методы прикладного анализа. Физматгиз, 1961.
8. Привалов И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного. Гостехиздат, 1954.

УДК 621.391.2

М. Л. МИНЕВИЧ  
ВНИИМ

#### О МИНИМАЛЬНОМ РАССТОЯНИИ В ДВОИЧНЫХ ГРУППОВЫХ КОРРЕКТИРУЮЩИХ КОДАХ

Повышение степени достоверности передачи телемеханической информации по каналам связи, подверженным воздействию помех, связано с введением избыточности в передаваемые сообщения. Если речь идет о передаче дискретной информации или аналоговой информации в дискретном виде при ограниченной

энергии элементарного сигнала, то одним из рациональных путей введения избыточности является увеличение количества передаваемых импульсов. Наиболее эффективным способом такого введения избыточности является использование групповых корректирующих кодов.

Одной из важнейших характеристик группового  $(n, k, t)$  кода при заданных величинах  $n$  и  $k$  является минимальное расстояние  $d$  между кодовыми векторами, определяющее основные вероятностные характеристики кода при заданных вероятностях искажения символа. Поскольку в общем случае установить функциональную зависимость между величинами  $n$ ,  $k$  и  $d$  не удается, то могут быть определены лишь более или менее точные верхние и нижние оценки одной из этих величин при двух других фиксированных.

В настоящей работе делается попытка уточнить нижнюю границу Варшавова—Гильберта, а также приводится таблица минимальных расстояний групповых кодов.

Нижняя граница Варшавова—Гильберта основывается на известной теореме [1], согласно которой групповой код имеет минимальное расстояние (или минимальный вес), равное  $d$ , тогда и только тогда, когда любая совокупность из  $d - 1$  или меньшего числа столбцов его проверочной матрицы  $H$  является линейно-независимой. В соответствии с этим и предлагается метод построения кода с  $r$  избыточными символами и минимальным весом  $d$ . По этому методу производится последовательное увеличение количества столбцов матрицы  $H$  с помощью  $r$ -последовательностей, причем если матрица уже содержит  $i$  столбцов, то в качестве  $(i + 1)$ -го столбца выбирается такая последовательность длины  $r$ , которая не является линейной комбинацией из  $d - 2$  или меньшего числа выбранных столбцов. При таком построении никакая линейная комбинация из  $d - 1$  или меньшего числа столбцов не равна нулю.

При выводе границы Варшавова—Гильберта предполагается, что все линейные комбинации различных и очередной столбец может быть добавлен, если общее число линейных комбинаций меньше возможного числа комбинаций длины  $r$ . Таким образом, для двоичного случая справедлива теорема [1] о том, что возможно построение кода длины  $n$  с минимальным расстоянием  $d$  и  $r$  проверочными символами, где  $r$  — наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству

$$\sum_{i=1}^{d-2} C_{n-1}^i < 2^r - 1. \quad (1)$$

Уточнение этой границы основано на том, что в действительности не все линейные комбинации из  $d - 2$  или меньшего числа столбцов будут различными и, следовательно, сумма в левой части неравенства (1) может быть уменьшена.

Выберем первые  $r$  столбцов матрицы  $H$  в виде единичной матрицы  $I_r$ . Тогда все возможные комбинации из  $d - 2$  или меньшего числа столбцов этой матрицы будут иметь вес, меньший или равный  $d - 2$ , и справедливо неравенство

$$\sum_{i=1}^{d-2} C_r^i < 2^r. \quad (2)$$

Возьмем в качестве следующего  $(r + 1)$ -го столбца матрицы  $H$  столбец веса  $w = d - 1$ . Тогда общее число линейных комбинаций из  $d - 2$  или меньшего числа столбцов, каждая из которых включает добавленный столбец, распределится по весам следующим образом:

$$B(\omega_1) = \sum_{j=0}^{d-1} \sum_{i=0}^{d-3-j} C_w^j C_{r-w}^{d-3-i-j}. \quad (3)$$

где  $\omega_1 = w + d - 3 - 2i - j$ .

Суммирование ведется до тех пор, пока  $\omega_1 \leq r$ . Из числа этих комбинаций  $B$  комбинаций веса  $l = 1, 2, \dots, d - 2$  совпадает с частью из первоначально полу-

ченных комбинаций столбцов матрицы  $I_r$  и могут не учитываться, где  $B = \sum_1^r B_l$ .

Если число занятых комбинаций веса  $w$   $B_w + 1 < C_r^w$ , то и  $(r+2)$ -ю строку можно взять веса  $w$ . При этом вновь появятся  $B$  совпавших с первоначальными комбинаций, а также может оказаться, что количество комбинаций веса  $l > d-2$  будет больше возможного для данного веса  $l$  и равного  $C_r^l$ . Это избыточное число также говорит о наличии совпавших и, следовательно, дважды учтенных комбинаций.

Граница (1) в уточненном виде может быть записана следующим образом

$$\sum_{l=1}^{d-2} C_{n-1}^l - \sum_{j=r+1}^{n-1} \sum_{l=1}^{d-2} B_{jl} \leq 2^r - 1, \quad (4)$$

где во втором члене левой части неравенства суммирование ведется по всем столбцам проверочной матрицы, добавленным к матрице  $I_r$ , и по всем весам  $l = 1, 2, \dots, r$ , а величины  $B_{jl}$  находятся в соответствии с выражением (3).

Поясним сказанное на примере. Положим  $r = 12$ ,  $d = 7$ . В соответствии с границей (1) может быть построен (15, 3, 3) код с минимальным расстоянием  $d = 7$ . Все комбинации из  $d-2 = 5$  или меньшего числа столбцов имеют вес от 1 до 5. Добавим столбец веса 6. При этом в соответствии с выражением (3) может быть заполнена первая строка табл. 1, где представлены количества столбцов каждого веса  $l$ , образованные путем линейных комбинаций добавленного столбца и четырех или меньшего числа исходных столбцов. Из таблицы видно, что  $B_{16} = 262 < C_{10}^6 = 924$  и, следовательно, можно добавить еще один столбец веса 6. Комбинации двух столбцов веса 6 могут иметь только четный вес и максимальное число дополнительных полученных от этого столбцов веса 6 равно 28. Поскольку  $262 \cdot 2 + 28 < 924$ , то добавляем третий столбец веса 6. Нетрудно проверить, что и в этом случае общее число столбцов веса 6 равно  $898 < 924$ . Таким образом, можно добавить четвертый столбец веса 6 и построить (16, 4, 3) код с расстоянием 7.

Таблица 1

Число комбинаций с исходными столбцами матрицы  $I_r$

Вес вектора	Вес столбца									Примечание
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
6	15	20	135	96	261	96	135	20	15	I сравнение $262 < 924$
6	15	20	135	96	261	96	135	20	15	II сравнение $552 < 924$
6	15	20	135	96	261	96	135	20	15	III сравнение $898 < 924$

Вопросу вычисления минимального расстояния в групповых корректирующих кодах при заданных величинах  $n$  и  $k$  посвящено значительное число работ [1-9]. Ряд полученных в этих работах результатов применим либо только к низкоскоростным, либо к высокоскоростным кодам. Некоторые результаты носят рекуррентный характер. Все это, а также разбросанность результатов затрудняет использование разработчиками этой весьма полезной информации. Последовательное применение методов, основные из которых изложены в работах [1-9], дало возможность построить таблицу минимальных расстояний групповых корректирующих кодов (см. табл. 2). В этой таблице для всех груп-

Таблица 2

## Максимально возможные минимальные расстояния в групповых кодах

$k \backslash n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
1	1																			
2	1	2																		
3	1	2	3																	
4	1	2	3	4																
5	1	2	3	4	5															
6	1	2	3	4	5	6														
7	1	2	3	4	5	6	7													
8	1	2	3	4	5	6	7	8												
9	1	2	3	4	5	6	7	8	9											
10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10										
11	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11									
12	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12								
13	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13							
14	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14						
15	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15					
16	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16				
17	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17			
18	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
19	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
20	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
22	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
23	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
24	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
25	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
26	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
27	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
28	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
29	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

$\frac{k}{r}$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
30	30	20	16	16	15	14	12-13	12	12	11-12	10	8-10	8-9	8	8	7-8	6-7	6	6
31	31	20	17	16	16	15	13-14	12-13	12	12	11	9-10	8-10	8-9	8	7-8	6-7	6-7	6
32	32	21	18	16	16	16	14	12-14	12-13	12	12	10-11	9-10	8-10	8-9	8	6-7	6-7	6-7
33	33	22	18	16	16	16	14-15	12-14	12-13	12	12	10-12	10-11	8-10	8-10	8-9	7-8	6-7	6-7
34	34	22	19	17	16	16	14-16	13-15	12-14	12-14	12-13	11-12	10-12	9-11	8-10	8-10	8-9	7-8	6-7
35	35	23	20	18	16	16	14-16	13-16	13-14	12-14	12-14	12-13	11-12	10-12	9-11	8-10	8-10	8-9	7-8
36	36	24	20	18	17	16	14-16	13-16	13-14	12-14	12-14	12-13	10-12	10-12	9-11	8-10	8-10	8-9	8-9
37	37	24	20	19	18	17	15-16	14-16	13-16	13-14	12-14	12-14	12-14	11-12	10-12	10-12	9-11	8-10	8-10
38	38	25	21	20	18	18	15-16	15-16	14-16	13-16	13-14	12-14	12-14	12-13	11-12	10-12	10-12	9-11	8-10
39	39	26	22	20	19	18	15-17	15-16	14-16	13-16	13-15	12-14	12-14	12-14	12-13	11-12	10-12	10-12	9-11
40	40	26	22	20	20	18-19	16-18	15-17	15-16	14-16	13-15	12-14	12-14	12-14	12-13	12	11-12	10-12	10-12
41	41	27	23	21	20	19-20	16-18	15-17	15-16	14-16	13-15	12-14	12-14	12-14	12-14	12-13	12	11-12	10-12
42	42	28	24	22	20	19-20	16-19	15-18	15-17	15-16	13-16	13-16	13-16	13-15	12-14	12-14	12-13	12	11-12
43	43	28	24	22	21	19-20	17-20	16-18	15-18	15-17	13-16	13-16	13-16	13-15	12-14	12-14	12-14	12-13	12
44	44	29	24	23	22	20-21	18-20	17-20	16-18	15-18	14-16	13-16	13-16	13-16	13-15	12-14	12-14	12-14	12-13
45	45	30	25	24	22	21-22	19-20	18-20	17-20	16-18	15-17	14-16	13-16	13-16	13-16	12-14	12-14	12-14	12-14
46	46	30	26	24	23	22	20-21	19-20	18-20	16-20	16-19	16-18	15-17	14-16	13-16	12-14	12-14	12-14	12-14
47	47	31	26	24	24	23	21-22	20-21	19-20	16-20	16-20	16-18	16-18	15-17	14-16	13-16	12-14	12-14	12-14
48	48	32	27	24	24	24	22	21-22	20-21	16-20	16-20	16-19	16-18	16-18	15-17	14-16	13-16	12-14	12-14
49	49	32	28	25	24	24	23	22	21-22	16-20	16-20	16-20	16-19	16-18	16-18	15-17	14-16	12-14	12-14
50	50	33	28	26	24	24	24	23	22	17-22	16-21	16-20	16-20	16-19	16-18	16-18	15-17	13-16	12-14
51	51	34	28	26	25	24	24	24	22-23	18-22	17-22	16-20	16-20	16-20	16-19	16-18	16-18	14-17	13-16

Продолжение табл. 2

к n	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	
20	1																
21	2	1															
22	2	2	1														
23	2	2	2	1													
24	2	2	2	2	1												
25	3	2	2	2	2	1											
26	4	3	2	2	2	2	1										
27	4	4	3	2	2	2	2	1									
28	4	4	4	3	2	2	2	2	1								
29	4-5	4	4	4	3	2	2	2	2	1							



R	n		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
30	5-6	4	4	4	4	4	3	2	2	2	2	1	1					
31	6	5	4	4	4	4	4	3	2	2	2	2	2					
32	6	6	4-5	4	4	4	4	4	2	2	2	2	2	1				
33	6-7	6	5-6	4-5	4	4	4	4	3	2	2	2	2	2	1			
34	6-7	6-7	6	5-6	4-5	4	4	4	4	4	3	2	2	2	2	1		
35	6-7	6-7	6	5-6	5-6	4-5	4	4	4	4	4	3	2	2	2	2	1	
36	7-8	6-7	6-7	6	5-6	5-6	4-5	4	4	4	4	4	3	2	2	2	2	1
37	8-9	7-8	6-7	6-7	6-7	6	5-6	5-6	4-5	4	4	4	4	3	2	2	2	2
38	8-10	8-9	6-8	6-8	6-7	6-7	6	5-6	5-6	4-5	4	4	4	4	3	2	2	2
39	8-10	8-10	7-8	7-8	6-8	6-7	6-7	6	5-6	5-6	5-6	4	4	4	4	3	2	2
40	9-11	8-10	8-9	7-8	6-8	6-7	6-7	6-7	6	5-6	4-6	4-5	4	4	4	3	2	2
41	10-12	9-11	8-10	8-9	7-8	6-8	6-8	6-7	6-7	6	5-6	4-6	4-5	4	4	4	4	3
42	10-12	10-11	8-10	8-10	8-9	7-8	6-8	6-8	6-7	6-7	6	5-6	4-6	4-5	4	4	4	4
43	11-12	10-12	9-11	8-10	8-10	8-9	7-8	7-8	6-8	6-7	6-7	6	5-6	4-6	4-5	4	4	4
44	12	11-12	10-12	9-11	8-10	8-10	8-9	7-8	6-8	6-7	6-7	6	5-6	4-6	4-5	4	4	4
45	12-13	12	11-12	10-12	9-11	8-10	8-10	8-9	7-8	6-8	6-8	6-7	6-7	6	6	5-6	4	4
46	12-14	12-13	12	11-12	10-12	8-11	8-10	8-10	8-9	8-10	7-8	6-8	6-7	6	6	5-6	4-5	4
47	12-14	12-14	12	11-12	10-12	8-11	8-12	8-11	8-10	8-10	7-9	7-8	6-8	6-7	6	6	5-6	4-5
48	12-14	12-14	12-14	12-13	12	11-12	8-12	8-12	8-11	8-10	8-10	7-9	6-8	6-8	6-7	6	6	5-6
49	12-15	12-14	12-14	12-14	12-14	11-13	9-12	8-12	8-12	8-12	8-10	8-10	7-9	6-8	6-8	6-7	6	6
50	12-16	12-14	12-14	12-14	12-14	11-14	10-12	9-12	8-12	8-11	8-10	8-10	8-9	7-8	6-8	6-8	6-7	6
51	12-16	12-15	12-14	12-14	12-14	11-14	10-13	10-12	9-12	8-12	8-11	8-10	8-10	8-9	7-8	6-8	6-8	6-7

n	r		37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51
	1	2															
30																	
31																	
32																	
33																	
34																	
35																	
36																	
37			1														
38			2														
39			2	1													
40			2	2	1												
41			2	2	2	1											
42			2	2	2	2											
43			3	3	2	2											
44			4	4	3	2											
45			4	4	4	3											
46			4	4	4	4											
47			4	4	4	4											
48			4-5	4	4	4											
49			5-6	4-5	4	4											
50			6	5-6	4-5	4											
51			6	6	5-6	4-5											

повых кодов длиной до  $n = 51$  даны либо точные значения минимального расстояния, которые потенциально могут быть достигнуты в этих кодах, либо наиболее точные из известных в настоящее время верхняя и нижняя границы минимального расстояния. Данные таблицы могут оказаться полезными как при построении новых кодов и исследовании их эффективности, так и при ориентировочной оценке эффективности использования группового кода в конкретных каналах связи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки. «Мир», 1964.
2. Бассальяго Л. А. Новые верхние границы для кодов, исправляющих ошибки. «Проблемы передачи информации», 1965, т. 1, вып. 4.
3. Kasami T., S. Lin, Peterson W. Linear codes with are invariant under the affine group and some results on minimum weights on BCH codes. Journal of the Inst. of electr. and commun. eng. of Japan, v. 50, N 9, Sept. 1967.
4. Мешковский К. А., Кириллов Н. Е. Кодирование в технике связи. «Связь», 1966.
5. Johnson S. M. A new upper bound for error-correcting codes. IRE Trans. on Inf. Theory, v. IT-8, N 3, 1962 (или сб. «Теория кодирования», «Мир», 1964).
6. Griesmer I. H. A bound for error-correcting codes. IBM Journal of research and development, v. 4, N 5, 1960.
7. Calabi L., Myrvaagnes E. On the minimal weight of binary group codes. IRE Trans. on Inf. Theory, v. IT-10, N 4, 1964.
8. Nili H. Matrixschaltungen zur Codierung und Decodierung von Gruppen Code. Archiv der Elektrischen Übertragung, Bd. 18, Heft 20, Sept. 1964.
9. Goethals J. M. Analysis of weight distribution in binary cyclic codes. IEEE Trans. on Inf. Theory. v. IT-12, N 3, 1966.

Поступила в редакцию  
9.VI.1969 г.

УДК 621.314.224.8

В. С. ПЕЛЛИНЕЦ, О. Н. ТИХОНОВ

ВНИИМ

#### ОБ ОЦЕНКЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПО ИХ РЕАКЦИИ НА ИМПУЛЬСНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ

В измерительной технике и автоматике находят применение преобразователи, амплитудный диапазон которых достигает значений 120 дБ и выше, например акселерометрические измерительные преобразователи. В этом случае даже небольшая нелинейность преобразователя приводит к значительной погрешности выходной величины.

Градуйровка подобных преобразователей во всем диапазоне амплитуд зачастую оказывается невозможной из-за отсутствия соответствующих образцовых средств измерения. Это заставляет искать способы определения поправок на нелинейность, использующие более доступную аппаратуру.

Рассмотрим преобразователь, уравнение которого имеет вид [1]

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + y + f(y) = bx. \quad (1)$$

Выражение (1) отличается от уравнения линейной колебательной системы с одной степенью свободы членом  $f(y)$ , характеризующим статическую вели-

нейность преобразователя. Вид этой функции таков, что при значении входного сигнала  $x_r$ , который может быть создан имеющейся образцовой аппаратурой во всем диапазоне частот преобразователя, соблюдается условие

$$f(y_r) = 0, \quad (2)$$

где  $y_r$  — сигнал на выходе преобразователя при  $x = x_r$ . Условие (2) может быть выполнено для любого преобразователя путем соответствующего выбора значения статической чувствительности  $b$ . а)  $x$

Действительно, пусть исходное уравнение преобразователя

$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + y + \varphi(y) = \beta x.$$

Вводя функцию  $f(y) = \varphi(y) + r$  и выбирая  $r$  из условия (2), находим соответствующее значение

$$b = \beta - \frac{\varphi(y_r)}{x_r}.$$

Исследование преобразователя начинается с определения при амплитуде входного сигнала, близкой к  $x_r$ , статической чувствительности  $b$  и коэффициента  $a_1$ , характеризующего степень успокоения преобразователя.

Далее на вход преобразователя подается импульсный сигнал  $x(t)$ , амплитуда которого соответствует верхнему пределу измерения; длительность выбирается меньшей, чем период собственных колебаний преобразователя, а форма кривой произвольна (см. рисунок а).

Регистрация выходного сигнала производится, начиная с момента окончания импульса входного возбуждения; в этом случае имеют место свободные колебания, описываемые уравнением

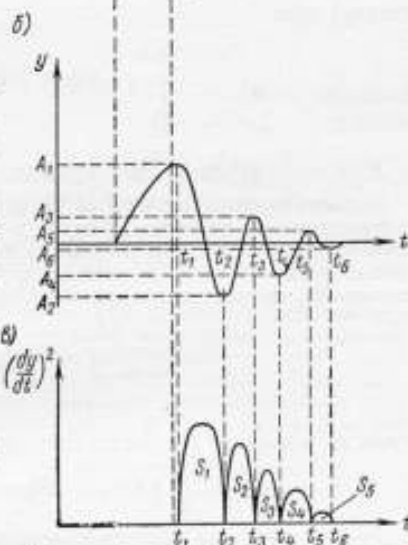
$$a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + y + f(y) = 0. \quad (3)$$

Зная последовательные экстремальные значения  $y(t)$ , равные  $A_1, A_2, A_3, \dots$ , и вычислив площади  $S_1, S_2, S_3, \dots$  вспомогательной кривой, можно найти функцию  $f(y)$  и рассчитать амплитудную характеристику преобразователя.

Умножим все члены уравнения (3) на  $dy$  или, что то же, на  $\frac{dy}{dt} dt$  и проинтегрируем их в пределах от  $y = A_i$  до  $y = A_{i+1}$ , где индексы  $i$  и  $i+1$  относятся к последовательным экстремумам кривой (см. рисунок б)\*:

$$a_2 \int_{A_i}^{A_{i+1}} \frac{d^2 y}{dt^2} \left( \frac{dy}{dt} dt \right) + a_1 \int_{A_i}^{A_{i+1}} \frac{dy}{dt} \left( \frac{dy}{dt} dt \right) + \int_{A_i}^{A_{i+1}} y \left( \frac{dy}{dt} dt \right) + \int_{A_i}^{A_{i+1}} f(y) \frac{dy}{dt} dt = 0. \quad (4)$$

\* Для уравнения  $a_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + y + f(y) = 0$  подобная задача была поставлена и частично решена в работе [2].



К вычислению функции, характеризующей нелинейность преобразователя.

Первый член (4) равен нулю, так как в точках экстремума  $\frac{dy}{dt} = 0$ , а

$$a_2 \int_{\left. \frac{dy}{dt} \right|_{y=A_i}}^{\left. \frac{dy}{dt} \right|_{y=A_{i+1}}} \left( \frac{dy}{dt} \right) d \left( \frac{dy}{dt} \right) = \frac{a_2}{2} \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 \Big|_{y=A_i}^{y=A_{i+1}};$$

третий член

$$\int_{A_i}^{A_{i+1}} y dy = \frac{y^2}{2} \Big|_{A_i}^{A_{i+1}} = \frac{1}{2} (A_{i+1}^2 - A_i^2);$$

четвертый член

$$\int_{A_i}^{A_{i+1}} f(y) dy = F(A_{i+1}) - F(A_i),$$

где  $F(y) = \int f(y) dy$  — первообразная искомой функции  $f(y)$ .

Для определения второго члена уравнения (4) необходимо численно продифференцировать кривую  $y(t)$  при  $t > t_0$  (см. рисунок 6) и затем квадрировать полученную функцию. Вид результата этих вычислений иллюстрируется на рисунке 6. Вычислив площадь участка кривой на промежутке  $[t_i, t_{i+1}]$ , находим величину  $S_i$ , пропорциональную второму члену уравнения (4).

$$a_1 \int_{A_i}^{A_{i+1}} \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 dt = a_1 S_i.$$

Теперь на основании (4) можно составить систему

$$a_1 S_i + \frac{1}{2} (A_{i+1}^2 - A_i^2) + F(A_{i+1}) - F(A_i) = 0$$

$$i = 1, 2, 3 \dots n-1, \quad (5)$$

где  $i$  — номер экстремума кривой  $y(t)$  в области  $t > t_0$ .

Для  $n$  точек экстремума система (5) содержит  $n-1$  уравнений с  $n-1$  значениями разностей  $F(A_{i+1}) - F(A_i)$ :

$$F(A_1) - F(A_2) = a_1 S_1 + \frac{1}{2} (A_2^2 - A_1^2);$$

$$F(A_2) - F(A_3) = a_1 S_2 + \frac{1}{2} (A_3^2 - A_2^2);$$

$$F(A_n) - F(A_{n-1}) = a_1 S_{n-1} + \frac{1}{2} (A_n^2 - A_{n-1}^2). \quad (6)$$

Однако первообразную  $F(y)$  достаточно знать с точностью до постоянного слагаемого, так как на величину искомой производной это не повлияет. Поэтому одно из значений первообразной, например  $F(A_1)$ , можно выбрать произвольно, например  $F(A_1) = 0$ . Тогда система уравнений (6) при известном коэффици-

енте  $\alpha_1$  позволяет определить  $n - 1$  значение первообразной. Путем численного дифференцирования дискретно заданной функции  $F(A_i)$  может быть найдена искомая функция  $f(g)$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Динамические характеристики промышленных объектов регулирования. Труды конф. общества приборостроителей в Кэмбридже. Изд-во иностр. лит., 1960.

2. Ньютон И. Математические начала натуральной философии. Пер. акад. А. Н. Крылова. Собр. трудов А. Н. Крылова, Изд. АН СССР, 1936, т. VII, стр. 404.

Поступила в редакцию  
9 VI. 1969 г.

УДК 621.314.224.8—501.22 : 519.27



### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА

Для определения частотного диапазона и динамических погрешностей измерительных преобразователей данные статической градуировки оказываются недостаточными.

Динамические свойства преобразователей, как правило, характеризуют с помощью амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик. Возможна также оценка динамических свойств с помощью коэффициентов интегро-дифференциального уравнения, описывающего работу преобразователя. Использование их позволяет определить эти свойства в случаях, когда образцовая аппаратура для создания гармонического входного сигнала во всем рабочем диапазоне частот отсутствует.

Ниже дается методика определения коэффициентов уравнения прибора, основанная на использовании корреляционного анализа, при градуировке путем сравнения с образцовым прибором.

В теории автоматического регулирования существует ряд методик определения динамических характеристик систем по экспериментальным данным [1]. Во всех случаях они предполагают точное знание измеряемого (входного) сигнала  $x(t)$ , что позволяет по зарегистрированному результату измерения  $y(t)$  (на выходе) вычислить уравнение (либо передаточную функцию) системы (см. рисунок). При градуировке, включающей в себя точное определение динамических характеристик, надо учитывать динамические искажения измеряемой величины образцовым прибором, на выходе которого регистрируется не  $x(t)$ , а  $y_0(t)$ .

Таким образом, уравнение градуируемого прибора следует определять по известным  $y(t)$  и  $y_0(t)$ , а не по  $x(t)$  и  $y(t)$ .

Согласно методу Винера—Хопфа [1], по зарегистрированным  $x(t)$  и  $y(t)$  находят корреляционные функции  $R_{xx}(\tau)$  и  $R_{yx}(\tau)$ , затем из соотношения

$$R_{yx}(\tau) = \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau - t) \times(t) dt. \quad (1)$$

вычисляют импульсную переходную функцию  $\times(t)$ , которая эквивалентна уравнению динамики.

В случае, когда задана  $y_0(t)$  также может быть предложена методика, использующая корреляционный анализ. Рассмотрим ее применение на примере прибора с уравнением 1-го порядка  $T \frac{dy}{dt} + y = kx$ . Необходимо определить коэффициенты  $k$  и  $T$ . Пусть уравнение образцового прибора известно

$$T_0 \frac{dy_0}{dt} + y_0 = k_0 x,$$

причем  $T_0$  и  $k_0$  также известны. Сам процесс градуировки позволяет получить  $y(t)$  и  $y_0(t)$ , по которым находят корреляционные функции  $R_{yy}(\tau)$  и  $R_{y_0 y_0}(\tau)$ . Теперь задача сводится к вычислению  $k$  и  $T$  по известным  $T_0$ ,  $k_0$ ,  $R_{yy}(\tau)$ ,  $R_{y_0 y_0}(\tau)$

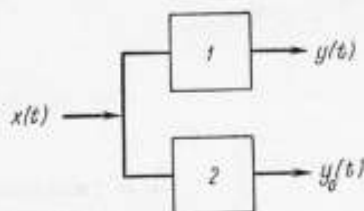


Схема градуировки преобразователя методом сравнения с образцовым прибором.

1 — градуируемый преобразователь;  
2 — образцовый.

и определению вида уравнения градуируемого прибора. Для этого воспользуемся правилом, которое вытекает из уравнения (1): взаимнокорреляционная функция является выходом системы, если корреляционная функция является входом.

Согласно этому правилу для рассматриваемого примера запишем

$$\left. \begin{aligned} TR'_{yx}(\tau) + R_{yx}(\tau) &= kR_{xx}(\tau); \\ T_0 R'_{y_0 x}(\tau) + R_{y_0 x}(\tau) &= k_0 R_{xx}(\tau); \\ TR'_{yy}(\tau) + R_{yy}(\tau) &= kR_{xy}(\tau); \\ T_0 R'_{y_0 y_0}(\tau) + R_{y_0 y_0}(\tau) &= k_0 R_{xy_0}(\tau). \end{aligned} \right\} (2)$$

Третья и четвертая формулы выражения (2) соответствуют прохождению сигнала в обратном направлении — с выхода на вход. Здесь появляются новые корреляционные функции:  $R_{yx}$ ,  $R_{y_0 x}$ ,  $R_{xy}$ ,  $R_{xy_0}$ , которые исключаются следующим образом. Учитывая, что  $R_{yx}(\tau) = R_{xy}(-\tau)$ , из третьей формулы уравнения (2) получим

$$R_{yx}(\tau) = R_{xy}(-\tau) = \frac{1}{k} [TR'_{yy}(-\tau) + R_{yy}(-\tau)].$$

Подставляя  $R_{yy}(\tau)$  в первое уравнение (2), найдем

$$-\frac{T^2}{k} R''_{yy}(-\tau) + \frac{1}{k} R_{yy}(-\tau) = kR_{xx}(\tau).$$

Аналогично из четвертого и второго уравнений (2) получим

$$-\frac{T_0^2}{k_0} R''_{y_0 y_0}(-\tau) + \frac{1}{k_0} R_{y_0 y_0}(-\tau) = k_0 R_{xx}(\tau).$$

Исключая  $R_{xx}$ , будем иметь

$$-\frac{T^2}{k^2} R''_{yy}(-\tau) + \frac{1}{k^2} R_{yy}(-\tau) = -\frac{T_0^2}{k_0^2} R''_{y_0 y_0}(-\tau) + \frac{1}{k_0^2} R_{y_0 y_0}(-\tau). \quad (3)$$

Полученное равенство содержит только  $\frac{T^2}{k^2}$  и  $\frac{1}{k^2}$  в качестве неизвестных. Подставляя в него дважды значения  $R_{yy}$  и  $R_{y_0 y_0}$  при двух разных (принципиально любых) значениях  $\tau$ , получим систему из двух уравнений, линейных относительно  $\frac{T^2}{k^2}$  и  $\frac{1}{k^2}$ . Далее вычисляется  $\frac{T^2}{k^2}$ ,  $\frac{1}{k^2}$  и затем  $T$  и  $k$ .



В случае, когда градуируемый и образцовый приборы описываются уравнениями второго порядка

$$A_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + A_1 \frac{dy}{dt} + y = kx$$

и

$$a_0 \frac{d^2 y_0}{dt^2} + a_1 \frac{dy_0}{dt} + y_0 = k_0 x,$$

вместо (2) получим:

$$\left. \begin{aligned} A_0 R''_{yx}(\tau) + A_1 R'_{yx}(\tau) + R_{yx}(\tau) &= k R_{xx}(\tau); \\ a_0 R''_{y_0 x}(\tau) + a_1 R'_{y_0 x}(\tau) + R_{y_0 x}(\tau) &= k_0 R_{xx}(\tau); \\ A_0 R''_{yy}(\tau) + A_1 R'_{yy}(\tau) + R_{yy}(\tau) &= k R_{xy}(\tau); \\ a_0 R''_{y_0 y_0}(\tau) + a_1 R'_{y_0 y_0}(\tau) + R_{y_0 y_0}(\tau) &= k_0 R_{xy_0}(\tau). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Исключая аналогичным образом  $R_{yx}$ ,  $R_{y_0 x}$ ,  $R_{xy}$ ,  $R_{xy_0}$ , получим взамен (3):

$$\begin{aligned} \frac{A_0^2}{k^2} R_{yy}^{IV}(-\tau) + \frac{2A_0 - A_1^2}{k^2} R''_{yy}(-\tau) + \frac{1}{k^2} R_{yy}(-\tau) &= \\ = \frac{a_0^2}{k_0^2} R_{y_0 y_0}^{IV}(-\tau) + \frac{2a_0 - a_1^2}{k_0^2} R''_{y_0 y_0}(-\tau) + \frac{1}{k_0^2} R_{y_0 y_0}(-\tau). \end{aligned} \quad (5)$$

Подставляя в (5) три раза  $R_{yy}$  и  $R_{y_0 y_0}$  при трех разных значениях  $\tau$ , получим систему из трех уравнений, линейных относительно неизвестных  $\frac{A_0}{k^2}$ ,

$\frac{2A_0 - A_1^2}{k^2}$ ,  $\frac{1}{k^2}$ . Вычислив их, далее можно определить  $A_0$ ,  $A_1$  и  $k$ .

Рассмотренная выше методика может быть распространена и на приборы, описываемые уравнениями более высокого порядка. Для использования методики необходимо, чтобы сигнал  $x(t)$  был стационарным, т. е. имел бы стабильную корреляционную функцию.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Солодовников В. В. Статистические методы анализа линейных систем автоматического управления. Физматгиз, 1962.

Поступила в редакцию  
9.VI.1969 г.

УДК 621.391.8 : 519.27

Ю. Л. БОРТНЯКОВ, В. Е. НОВОДЕРЕЖКИН  
ВНИИМ

#### МЕТОД СОКРАЩЕНИЯ ОБЪЕМА ВЫБОРКИ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ

Одним из важных вопросов корреляционного анализа стационарных случайных процессов является сокращение необходимого числа обрабатываемых значений исследуемого случайного процесса.

Для получения одинаковой точности измерения всех точек автокорреляционной функции необходимо производить вычисление этих точек на одном участке реализации случайного процесса длительностью  $T$ . Этого можно добиться либо применением коррелометров параллельного действия, либо регистрацией участка реализации и последующей многократной обработкой его коррелометрами последовательного действия. Второй способ оказывается более простым и чаще используется на практике.

В этом случае остро встает вопрос о сокращении числа значений исследуемого процесса, подлежащих регистрации. Рассмотрим один из возможных путей решения этого вопроса.

Обычно при обработке случайного процесса, представляемого в виде временной последовательности его дискретных значений, частота дискретизации выбирается в  $k$  раз выше высшей частоты  $f_n$  энергетического спектра  $S(f)$  исследуемого процесса. При этом ошибки в обработке низкочастотных составляющих процесса вызываются в основном ограничением интервала наблюдения  $T$ , потому что количество периодов низкочастотных составляющих оказывается незначительным. С другой стороны, проработка высокочастотных составляющих осуществляется менее подробно, но при этом ограничение интервала наблюдения сказывается в значительно меньшей степени. Таким образом, погрешность оказывается неравномерно распределенной по спектру процесса. Одним из возможных способов выравнивания погрешности является разбиение всего диапазона частот на участки.

В случае стационарного случайного процесса автокорреляционная функция  $R(\tau)$  может быть определена как сумма автокорреляционных функций  $R_i(\tau)$  процессов в каждом поддиапазоне.

Допустим, что исследуется стационарный эргодический центрированный процесс  $x(t)$ , спектр которого

$$S(f) = \begin{cases} S(f) & \text{при } f_n \leq f \leq f_n \\ 0 & \text{при других } f \end{cases} \quad (1)$$

а разбиение диапазона частот на поддиапазоны осуществляется фильтрами с прямоугольными характеристиками.

В работе [1] показано, что максимально возможная приведенная погрешность  $\delta$ , связанная с ограничением интервала наблюдения, при определении корреляционной функции по дискретным равномерным отсчетам, при пренебрежимо малых погрешностях от квантования и дискретизации может быть определена как

$$\delta = \frac{0,16kf_n}{f_n N}, \quad (2)$$

где  $kf_n$  — частота дискретизации;  $N = Tkf_n$  — объем выборки (число отсчетов за время  $T$ ).

При этом предполагается, что  $T \gg \tau_{\max}$ , где  $\tau_{\max}$  — максимальный интервал корреляции.

Как видно из формулы (2), при заданной погрешности  $\delta$  объем выборки прямо пропорционален отношению  $\frac{f_n}{f_n} = a$ .

При делении диапазона частот на поддиапазоны величина  $a_i = \frac{f_{i+1}}{f_i}$  будет меньше  $N$ . Объем выборки  $N_i$  в данном  $i$ -м поддиапазоне будет меньше  $N$ . Следует ожидать, что при некоторых значениях  $a$  сумма объемов выборок  $N_i$  будет меньше  $N$ .

Напишем систему уравнений для определения оптимальных точек (по минимальному суммарному объему выборок) разбиения полосы частот на поддиапазоны:

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{0,16ak}{N}; \\ \sum_{i=1}^n N_i &= \min; \\ \delta &= P\delta_i; \\ \sum_{i=0}^{n-1} (f_{i+1} - f_i) &= f_n - f_0; \\ a_i = \frac{f_{i+1}}{f_i} &< a \text{ при } 0 \leq i \leq n; \\ a_i &> 1, \end{aligned} \right\} (3)$$

где  $n$  — число поддиапазонов, причем  $f_0 = f_n$ , а  $f_n = f_0$ ;  $P\delta_i$  — композиция  $\delta_i$ , т. е. суммарная погрешность измерения  $R(\tau)$ .

Решение этой системы в общем виде весьма затруднительно, поэтому необходимо ввести некоторые допущения. Так, примем, что объем выборки  $N_0$  и максимальная приведенная погрешность  $\delta_0$  одинаковы в каждом поддиапазоне. Так как различные участки спектра стационарного сигнала [2] некоррелированы, то при заданной максимальной приведенной погрешности вычисления автокорреляционной функции получаем

$$R(\tau) \pm \delta R(0) = \sum_{i=1}^n [R_i(\tau) \pm \delta_0 R_i(0)],$$

откуда

$$\delta R(0) = \sum_{i=1}^n R_i(0) \delta_0.$$

Для случайных некоррелированных величин

$$\delta R(0) = \delta_0 \sum_{i=1}^n R_i(0).$$

Так как

$$R(0) = \sum_{i=1}^n R_i(0),$$

то

$$\delta = \delta_0. \quad (4)$$

Тогда первые два уравнения системы (3) будут иметь вид:

$$\frac{0,16a_i}{N_0} = \frac{0,16a}{N},$$

$$\frac{nN_0}{N} = \min. \quad (5)$$

С учетом (2) и (5) получаем

$$\frac{0,16ka_i}{N_0} = \frac{0,16ka_j}{N_0},$$

т. е.

$$a_i = a_j = a_0. \quad (6)$$

Раскрывая формулу (6) в виде

$$\frac{f_1}{f_0} = \frac{f_2}{f_1} = \dots = \frac{f_i}{f_{i-1}} = \dots = \frac{f_n}{f_{n-1}},$$

после ряда преобразований находим

$$a_i = \frac{f_i}{f_{i-1}} = \sqrt[n]{\frac{f_n}{f_0}} = \sqrt[n]{\frac{f_n}{f_1}} = \sqrt[n]{a} = a_0. \quad (7)$$

Преобразуя второе уравнение системы (5), с учетом (2) и (7) имеем

$$F(n, a) = \frac{nN_0}{N} = \frac{n0,16ka_0\delta}{\delta0,16ka} = \frac{na_0}{a} = \frac{n}{\sqrt[n]{a^{n-1}}}. \quad (8)$$

Для определения минимума  $F(n, a)$  найдем ее производную и приравняем нулю. После преобразований получим формулу оптимального числа поддиапазонов

$$n_{\text{опт}} = [\ln a], \quad (9)$$

где  $[\ln a]$  — характеристика (целая часть) логарифма.

Из формулы (9) следует, что узкополосные сигналы делить на поддиапазоны невыгодно. Действительно, объем выборки при двух поддиапазонах

$$N' = 2N_0 = \frac{2 \cdot 0,16ka_0}{\delta} = \frac{2 \cdot 0,16k \sqrt{a}}{\delta}.$$

«Критическое»  $a_{\text{кр}}$  получается при  $N = N'$ , т. е.  $a_{\text{кр}} = 4$ . Это объясняется тем, что частоты дискретизации в каждом поддиапазоне оказываются близкими; это приводит к превышению суммарного объема выборки над объемом выборки, получаемом без разбиения полосы частот на поддиапазоны.

Как видно из (8), разбиение дает тем больший эффект, чем больше  $a$ . При этом выигрыш в объеме выборки будет и в случае, если  $n < n_{\text{опт}}$  [см. (9)], но он будет меньше, чем при оптимальном выборе в  $\frac{n \sqrt[n]{a}}{n_{\text{опт}} \sqrt[n]{a}}$  раз.

Например, при  $a = 1000$ ,  $n_{\text{опт}} = 7$

$$\sum_{n=1}^7 N_i = \frac{7 \cdot 0,16k \sqrt[7]{a}}{\delta} \approx \frac{0,16k}{\delta} 18,8;$$

при  $n = 2$

$$\sum_{n=1}^2 N_i = \frac{2 \cdot 0,16k \sqrt{a}}{\delta} \approx \frac{0,16k}{\delta} 63,2;$$

при  $n = 1$  (без разбиения на поддиапазоны)

$$N = \frac{0,16ka}{\delta} = \frac{0,16k}{\delta} 1000.$$

Из данного примера видно, что при делении на семь поддиапазонов получается выигрыш в уменьшении объема выборки более, чем в 50 раз, а в случае неоптимального деления — более, чем в 15 раз.

В заключение кратко остановимся на допущении об ограниченности спектра (1). Как известно [2], реальные сигналы имеют неограниченный спектр, а фильтры с бесконечным затуханием физически нереализуемы. Средняя квадратическая погрешность, возникающая при ограничении реального спектра частотами  $f_n$  и  $f_N$ , может быть определена по формуле, аналогичной формуле Парсеваля [3]:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\int_{f_n}^{\infty} S(f) df + \int_0^{f_n} S(f) df}}{\sqrt{\int_0^{\infty} S(f) df}} \quad (10)$$

Из формулы (10) видно, что можно подобрать значения  $f_n$  и  $f_N$  так, чтобы  $\varepsilon$  была меньше наперед заданного значения.

Физически реализуемые фильтры имеют конечное затухание, однако в данном случае требования к затуханию могут быть несколько снижены. Действительно, так как спектр на выходе  $i$ -го фильтра  $S_i(f)$  с передаточной характеристикой  $W_i(jf)$  равен

$$S_i(f) = |W_i(jf)|^2 S(f), \quad (11)$$

то для того, чтобы фильтры не вносили дополнительной погрешности в определение  $R(\tau)$ , т. е., чтобы

$$\sum_{i=1}^n S_i(f) = S(f),$$

необходимо

$$\sum_{i=1}^n |W_i(jf)|^2 = 1 \quad (12)$$

в диапазоне  $f_n \leq f \leq f_N$ .

Это условие можно выполнить с требуемой степенью точности. Однако следует учитывать, что увеличение крутизны затухания фильтров позволяет снижать частоту дискретизации, т. е. уменьшать объем выборки.

### ВЫВОДЫ

1. Предложен способ уменьшения объема выборки для вычисления автокорреляционной функции при ограниченной длительности реализации случайного процесса.

2. С некоторыми несущественными для практики допущениями выведены соотношения для определения точек оптимального разбиения (по минимуму объема выборки) диапазона частот исследуемого сигнала на поддиапазоны.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Солодовников В. В., Матвеев П. С., Вольденберг Ю. С., Бабурин В. М. Вычислительная техника в применении для статистических исследований и расчетов систем автоматического управления. Машгиз, 1963.

2. Железнов Н. А. Некоторые вопросы теории информационных электрических систем. Изд. ЛКВВИА им. Можайского, 1960.

3. Фельдбаум А. А. Теоретические основы связи и управления. Физматгиз, 1953.

Поступила в редакцию  
12.VI 1969 г.

### О ПОГРЕШНОСТЯХ ПРАКТИЧЕСКОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА ПРИ ТРАНСФОРМАЦИИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ПО ФУРЬЕ

Определение спектральной плотности путем косинус-преобразования (трансформации по Фурье) корреляционной функции в реальных условиях связано с рядом ограничений точности, которые прежде всего можно разбить на две группы. Первая группа погрешностей вызвана ошибками коррелятора, определяющего корреляционную функцию, вторая — неточностью косинус-преобразования.

Рассмотрим погрешности спектрального анализа, связанные с ошибками коррелятора.

Положим, что фактическая корреляционная функция  $R^*(\tau)$  на выходе идеального коррелятора отличается от истинной  $R(\tau)$  на функцию  $\Delta R(\tau)$ . Тогда вместо истинного значения спектральной плотности, определяемого известным выражением

$$(1) \quad S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau d\tau,$$

получается некоторое приборное значение

$$(2) \quad S^*(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R^*(\tau) \cos \omega \tau d\tau.$$

При этом функция погрешности спектральной плотности  $\Delta S(\omega)$  определяется как разность между истинным и приборным значениями

$$(3) \quad \Delta S(\omega) = S^*(\omega) - S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta R(\tau) \cos \omega \tau d\tau,$$

где  $\Delta R(\tau) = R^*(\tau) - R(\tau)$ .

Рассмотрим случай, когда отличие  $R^*(\tau)$  от  $R(\tau)$  имеет локальный характер. Если считать  $\Delta R(\tau)$  непрерывной функцией времени  $\tau$ , то типичная локальная погрешность имеет вид выброса, а если  $\Delta R$  предполагать заданной набором дискретных значений, то локальная погрешность означает погрешность в одной точке. Для обоих вариантов может быть использовано приближенное представление такой погрешности в виде бесконечно узкого импульса

$$(4) \quad \Delta R(\tau) = a \delta(\tau - \tau_0),$$

где  $\tau_0$  — абсцисса точки, в которой предполагается локальная погрешность;  $a$  — площадь импульса.

При дискретном значении погрешности  $\Delta R_i$  имеем

$$a = \Delta R_i T,$$

где  $T$  имеет порядок интервала квантования по времени. Функция погрешности спектральной плотности в рассматриваемом примере имеет вид

$$(5) \quad \Delta S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} a \delta(\tau - \tau_0) \cos \omega \tau d\tau = a \cos \omega \tau_0.$$

При  $\tau_0 = 0$  предполагается, что погрешность корреляционной функции имеет место только в точке максимума корреляционной функции; она не зависит от частоты и численно равна амплитуде погрешности корреляционной функции

$$\Delta S(\omega) = a = \text{const.} \quad (6)$$

Точка  $\tau_0 = 0$  является особой точкой корреляционной функции, в которой дисперсии помехи и полезного сигнала на входе суммируются с положительными знаками. Поэтому положительность коэффициента  $a$  можно связать с наличием случайной помехи на входе коррелятора. Если случайная помеха возникает в зоне множительного устройства, то коэффициент  $a$  может принимать положительные и отрицательные значения.

Из выражения (5) видно, что знак  $\Delta S(\omega)$  при  $\tau_0 = 0$  зависит только от знака коэффициента  $a$ :

$$\left. \begin{aligned} \Delta S(\omega) > 0 & \text{ при } a > 0; \\ \Delta S(\omega) < 0 & \text{ при } a < 0. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Во втором случае, когда  $a < 0$ , полученная спектральная плотность  $S^*(\omega)$  в отдельных интервалах может быть отрицательной. Поэтому, если в функции  $S^*(\omega)$  есть некоторое постоянное смещение, то можно полагать, что оно связано с погрешностью коррелятора в точке  $\tau_0 = 0$ .

При  $\tau_0 \neq 0$  погрешность спектральной плотности  $\Delta S(\omega)$  имеет колебательный характер с частотой колебания численно равной  $\omega_0 = \frac{1}{\tau_0}$ , т. е. с удалением от нулевой точки корреляционной функции частота колебаний функции погрешности возрастает.

Если нужно учитывать погрешность для нескольких точек корреляционной функции, то в силу линейности производимых операций косинусоидальные колебания суммируются с одинаковыми фазами

$$\omega_{0i} = \frac{1}{\tau_{0i}}.$$

Следует заметить, что при  $a_1 \dots a_i \dots a_n > 0$  погрешность спектральной плотности принимает максимальное значение в точке  $\omega = 0$ .

Проведенный анализ позволяет наметить пути выявления точек, в которых имеют место наибольшие погрешности корреляционной функции. Если в графике функции просматривается незатухающая колебательная составляющая частоты  $\omega_0$ , то есть основания предполагать, что это вызвано погрешностью корреляционной функции в точке  $\tau_0 = \frac{1}{\omega_0}$ .

Рассмотрим возможные погрешности спектральной плотности для случая, когда «хвосты» корреляционной функции умышленно срезаны. Это характерно для случаев построения корреляционной функции по недостаточно длинной реализации, когда, начиная с некоторого аргумента  $\tau = T$ , результаты становятся совершенно недостоверными.

Несколько идеализирую ситуацию, считая, что погрешность корреляционной функции до точки разрыва  $\tau = T$  равна нулю и принимает значение самой корреляционной функции после этой точки.

$$\Delta R(\tau) = \begin{cases} 0; & |\tau| < T; \\ R(\tau); & |\tau| > T. \end{cases} \quad (8)$$

имеем

$$\Delta S(\omega) = \int_{-\infty}^T R(\tau) \cos \omega \tau d\tau + \int_T^{\infty} R(\tau) \cos \omega \tau d\tau. \quad (9)$$



Рассмотрим пример. Пусть

$$R(\tau) = A^2 e^{-\alpha|\tau|}. \quad (10)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \Delta S(\omega) &= \int_{-\infty}^{-T} A^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega\tau \, d\tau + \int_T^{\infty} A^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos \omega\tau \, d\tau = \\ &= 2 \frac{A^2 \alpha}{\alpha^2 + \omega^2} e^{-\alpha T} \left[ \cos \omega T - \frac{\omega}{\alpha} \sin \omega T \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Скачок в точке корреляционной функции  $\tau = T$  вызывает погрешность спектральной плотности для всех значений частоты  $\omega$ . Полученное выражение (11), описывающее погрешность спектральной плотности, можно толковать так. Погрешность  $\Delta S(\omega)$  обладает колебательностью, частота которой жестко связана с интервалом  $T$ , т. е. с тем значением  $\tau$ , при котором имеет место разрыв корреляционной функции. Амплитуда этих колебаний убывает с ростом  $\omega$  и увеличивается с величиной скачка в точке  $\tau = T$ . По факту затухания колебаний можно отличить влияние рассматриваемого здесь фактора от влияния локальных погрешностей. Однако в обоих случаях погрешности корреляционной функции локального характера глобальным образом сказываются на погрешности определения спектральной плотности.

Если предположить наличие сильно коррелированных погрешностей в последовательности точек корреляционной функции, то целесообразно использовать возможность разложения функции погрешности коррелятора в ряд по непрерывным функциям. Будем считать, что корреляционная функция  $R(\tau)$  затухает и практически равна нулю при  $\tau = T$ . Поскольку значения корреляционной функции при  $\tau = T$  уже не определяются, то и погрешности измерения значений корреляционной функции  $R^*(\tau)$  можно задавать только в интервале  $(-T; +T)$ . Предположим также, что погрешность измерения корреляционной функции содержит колебательные составляющие, а вне интервала  $(-T, +T)$  равна нулю. Разложим эту функцию в тригонометрический ряд:

$$\Delta R(\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos n\omega_0 \tau; \quad (12)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T \Delta R(\tau) \cos n\omega_0 \tau \, d\tau.$$

После известных преобразований имеем

$$\begin{aligned} \Delta S(\omega) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{T} \int_0^T a_n \cos n\omega_0 \tau \cos \omega\tau \, d\tau = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} 2a_n \left[ \frac{\sin(n+1)\omega T}{(n+1)\omega T} + \frac{\sin(n-1)\omega T}{(n-1)\omega T} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Каждая из функций суммы затухает (хотя и медленно) от среднего значения. Поэтому слагаемые определяют локальные искажения кривых спектральных плотностей, вызванных отдельными колебательными составляющими кривых погрешности корреляционной функции.

Теперь рассмотрим случай, когда  $\Delta R(\tau)$  — любая неизвестная функция, отвечающая условиям разложимости по ортогональным полиномам Лагерра:

$$\Delta R(\tau) = \sum_0^{\infty} C_n L_n^{(\beta)}(\tau) \tau^\beta e^{-\tau}, \quad (14)$$

где  $C_n = \int_0^{\infty} \Delta R(\tau) L_n^{(\beta)}(\tau) d\tau$  — постоянные коэффициенты разложения:

$$L_n^{(\beta)}(\tau) = \frac{(-1)^n}{n!} \tau^{-\beta} e^{\tau} \frac{d^n (\tau^{n+\beta} e^{-\tau})}{d\tau^n}.$$

Здесь предполагается, что погрешность задается на бесконечном интервале времени. Это не противоречит предположению, что области определения корреляционной функции практически ограничены, так как все слагаемые разложения затухают. При этом выражение для погрешности  $\Delta S(\omega)$  принимает вид

$$\Delta S(\omega) = 2 \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} L_n^{(\beta)}(\tau) \tau^\beta e^{-\tau} \cos \omega \tau d\tau. \quad (15)$$

Можно показать, что функции разложения по Лагерру можно представить несколько в другом виде, что упрощает в дальнейшем интегрирование:

$$L_n^{(\beta)}(\tau) = \frac{(-1)^n}{n!} \sum_{k=0}^n [A_{(k-1)n} + A_{k(n-1)}] \frac{(\beta+n)!}{(\beta+k)!} \tau^k. \quad (16)$$

Проведя все необходимые выкладки, получаем

$$\begin{aligned} \Delta S(\omega) &= 2 \int_0^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} C_n \frac{(-1)^n}{n!} \times \\ &\times \sum_{k=0}^n [A_{(k-1)n} + A_{k(n-1)}] \frac{(\beta+n)!}{(\beta+k)!} \tau^k \tau^\beta e^{-\tau} \cos \omega \tau d\tau = \\ &= 2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^n}{n!} [A_{(k-1)n} + A_{k(n-1)}] \frac{(\beta+n)!}{(\beta+k)!} \times \\ &\times C_n \frac{2\Gamma(\beta+k+1)}{(\omega^2+1)(\beta+k+1)} \cos \left[ (\beta+k+1) \arctg \frac{\omega}{1} \right]. \quad (17) \end{aligned}$$

Результат (17) представляет собой сумму отрезков косинусоиды, периодически повторяемой с амплитудами, зависящими от  $\beta$  и  $k$ . Для наглядности введем обозначение

$$B(k, n) = \frac{(-1)^n}{n!} [A_{(k-1)n} + A_{k(n-1)}] \frac{(\beta+n)!}{(\beta+k)!} C_n \frac{2\Gamma(\beta+k+1)}{(\omega^2+1)(\beta+k+1)}. \quad (18)$$

Тогда сумма (17) принимает вид

$$\Delta S(\omega) = \sum_{k=0}^{\infty} B(k, n) \cos \{(\beta + k + 1) \arctg \omega\}. \quad (19)$$

При изменении  $\omega$  от  $-\infty$  до  $\infty$   $\arctg \omega$  меняется от  $-1$  до  $+1$ , что ограничивает аргумент косинуса, который в свою очередь зависит от номера члена разложения. Результирующая кривая погрешности  $\Delta S(\omega)$  имеет непрерывный характер и с ростом  $\omega$  периодически повторяет ряд свойств формы, причем при  $\omega = 0$ ,  $\Delta S(\omega) = \max$ .

### ВЫВОДЫ

С точки зрения влияния на результат измерения значений спектральной плотности погрешности корреляционной функции удобно разделять на локальные и глобальные. При локальной погрешности корреляционной функции типа выброса функция погрешности спектральной плотности имеет характер затухающих колебаний с частотой колебаний  $\omega_0 = \frac{1}{T_0}$ .

При срезании «хвостов» корреляционной функции в погрешности спектральной плотности возникает затухающее колебание с частотой колебаний, соответствующей точке среза корреляционной функции  $\omega = \frac{1}{T}$ . При плавном изменении погрешности корреляционной функции, когда на интервале определения погрешность можно разложить в ряд Фурье, гармоникам соответствуют локальные изменения погрешности определения спектральной плотности.

Общее выражение для погрешности спектральной плотности может быть получено при разложении непрерывной погрешности корреляционной функции в ряд по функциям Лагерра.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Пугачев В. С. Теория случайных функций. Физматгиз, 1962.
2. Мирский Г. Я. Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. «Энергия», 1967.
3. Корн А., Корн К. Справочник по математике. Изд-во иностр. лит., 1969.

Поступила в редакцию  
12.1.1970 г.

$$(11) \quad \left[ \frac{m}{1} \arctg(\omega) \right] \cos \left[ \frac{(1 + k + \beta) \arctg(\omega)}{1} \right] = \dots$$

$$(11) \quad \frac{(1 + k + \beta) \arctg(\omega)}{1} \cos \left[ \frac{(1 + k + \beta) \arctg(\omega)}{1} \right] = \dots$$

# МЕТРОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УЗЛОВ ИИС

УДК 681.335.088

А. Н. ГУТОВА, Е. Д. КОЛТИК, А. Д. ХАНТЕЛЬ  
ВНИИМ

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

В измерительной технике большое внимание уделяется изучению быстроменяющихся процессов. Для исследования этих процессов используется аппаратура, к характеристикам которой, особенно к быстродействию и точности, предъявляются весьма высокие требования.

В данной работе ставилась задача определения динамической погрешности аналого-цифрового преобразователя (АЦП) при кодировании быстроменяющихся сигналов. Эта погрешность появляется при изменении входного сигнала за время преобразования вследствие недостаточного быстродействия элементов прибора.

Оценка динамической погрешности по ее максимальному значению при кодировании случайных сигналов дает несколько завышенную величину и получается необоснованной, поскольку эта погрешность, являясь функционально связанной с мгновенным значением входного сигнала и с его скоростью, будет носить случайный характер. В связи с этим при ее исследовании необходим статистический подход.

Практический интерес представляет определение статистических характеристик динамической погрешности для наиболее распространенных законов распределения входного сигнала и его скорости. Для время-импульсных преобразователей динамическая погрешность данного типа может быть устранена путем отнесения результата преобразования к моменту равенства входного и компенсирующего напряжений. Однако это затрудняет дальнейшую обработку результатов преобразования и требует отдельной цепи отсчета времени, что практически трудно осуществимо и, как правило, не используется.

При определении статистических характеристик динамической погрешности для обычных АЦП время-импульсного типа можно воспользоваться существующими методами. Прежде всего определяется аналитическое выражение, связывающее значения динамической погрешности с величиной сигнала и его скоростью изменения. Так, при отнесении результата преобразования к моменту окончания цикла преобразования эта зависимость будет

$$\delta = -\dot{U}_x \left( \frac{B}{\dot{U}_k} - \frac{U}{\dot{U}_k - \dot{U}_x} \right), \quad (1)$$

где  $\delta$  — динамическая погрешность;  $\dot{U}_x$  — скорость изменения входной величины;  $B$  — предел преобразования;  $\dot{U}_k$  — скорость изменения компенсирующего напряжения;  $U$  — величина входного сигнала в начале цикла преобразования.

При небольших значениях отношения  $\dot{U}_x/\dot{U}_k$  для равновероятного закона

изменения сигнала и его скорости усредненное по шкале среднеквадратическое значение динамической погрешности

$$\sigma \approx \frac{B}{3} \cdot \frac{\dot{U}_x}{\dot{U}_k}$$

Погрешность приближения — порядка величины  $\frac{\dot{U}_x}{\dot{U}_k}$ .

Из формулы (1) видно, что динамическая погрешность является функцией напряжения  $U$  и скорости  $\dot{U}_x$  при постоянных остальных параметрах, т. е. при случайных входных сигналах она будет функцией двух случайных величин. Считая известными статистические характеристики входного сигнала и его производной, можно определить соответствующие характеристики динамической погрешности, например по [1].

Для преобразователей поразрядного уравнивания в общем случае исключить эту погрешность путем отнесения результата преобразования к моменту равенства входного и компенсирующего напряжений нельзя, так как существуют такие законы изменения преобразуемой величины, при которых модуль разности измеряемой и компенсирующей величин в процессе уравнивания изменяется на величину, большую значения шага дискретности.

В работах [2—4], посвященных исследованию динамической погрешности, рассматриваются особенности ее возникновения и свойства, приводится аналитическое выражение для вычисления мгновенных значений динамической погрешности, а также методика определения ее статистических характеристик для частного случая, когда выполняются условия: случайные величины  $U_x$  и  $\dot{U}_x$  — независимы и распределены равномерно —  $U_x$  в пределах шкалы, а  $\dot{U}_x$  в пределах  $|\dot{U}_x(t)| < q/\tau$ , где  $q$  — шаг дискретности,  $\tau$  — время между сравнениями.

Необходимость преобразования случайных сигналов с широким спектром частот потребовала расчета погрешности для общего случая работы преобразователя поразрядного уравнивания, когда входная величина изменяется за время между сравнениями больше, чем на величину кванта, т. е.  $|\dot{U}_x(t)| > q/\tau$ .

С помощью электронно-вычислительной машины было проведено моделирование работы АЦП поразрядного уравнивания с 9 двоичными разрядами; приборы с таким числом разрядов являются наиболее распространенными.

Вследствие зависимости мгновенных значений динамической погрешности от величины и скорости входного сигнала определялась динамическая погрешность при 511 значениях напряжения, т. е. через 1 квант, и при 100 значениях скорости его изменения. При этом предполагалось, что входная величина  $U_x$  за время преобразования изменяется по линейному закону

$$U_x = U + \dot{U}_x t, \quad (2)$$

причем

$$\dot{U}_x = \frac{\alpha B}{(N-1)\tau} \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (3)$$

где  $N$  — число двоичных разрядов;  $\tau$  — время между сравнениями;  $\alpha$  — относительное изменение входной величины за время преобразования (при моделировании  $0 \leq \alpha \leq 0,2$ ).

В качестве обобщенной характеристики скорости изменения входного сигнала целесообразно использовать величину  $\alpha$ , введенную в [3], которая является функцией не только скорости изменения входного сигнала, но и быстродействия преобразователя, предела измерения и, следовательно, будет более универсальной характеристикой, чем  $\dot{U}_x$ . Поэтому все последующие расчеты динамической погрешности будут представляться в функции  $\alpha$ , а не производной сигнала  $\dot{U}_x$ .

При расчетах на ЭВМ учитывался краевой эффект, т. е. накладывалось условие, что входной сигнал не может превышать предел преобразования. Таким

образом, значение сигнала  $U$  в начале преобразования может быть равно пределу  $B$  только при скорости  $\dot{U}_x \leq 0$ , а при  $\dot{U}_x > 0$  всегда  $U < B$ .

Как показано в работе [2], для отрицательной скорости изменения сигнала динамическая погрешность по абсолютной величине при определенном мгновенном значении напряжения равна динамической погрешности, рассчитанной для положительной скорости и мгновенного значения напряжения, симметричного предыдущему относительно прямой, проходящей через середину шкалы напряжений. Следовательно, график динамической погрешности при отрицательной скорости будет аналогичен графику при положительной.

По результатам моделирования были построены графики зависимости динамической погрешности от величины входного сигнала при постоянных скоростях изменения сигнала и от скорости изменения входного сигнала при постоянных его мгновенных значениях. На рис. 1 приведены два таких графика при скоростях изменения входного сигнала, соответствующих  $\alpha_1 = 0,05$  и  $\alpha_2 = 0,15$ . Как видно, максимальные значения динамической погрешности по абсолютной величине имеют место в середине шкалы преобразователя и равны произведению модуля скорости изменения сигнала на время преобразования с точностью до погрешности дискретности.

На рис. 2 представлены графики зависимости динамической погрешности от относительного изменения входной величины за время преобразования при мгновенных значениях входного сигнала, равных 25, 125, 230 квантам. Зависимость динамической погрешности от параметров входного сигнала имеет достаточно сложный характер, что затрудняет практическое использование аналитических выражений, описывающих эти зависимости. С помощью этих графиков для детерминированных сигналов можно получить необходимые характеристики динамической погрешности, не прибегая к громоздким расчетам.

Для оценки динамической погрешности при кодировании случайных сигналов были определены ее статистические характеристики. Чтобы выявить зависимость погрешности по шкале, было вычислено ее среднеквадратическое отклонение для каждой точки шкалы при изменении скорости сигнала в пределах от  $-\alpha_{\max}$  до

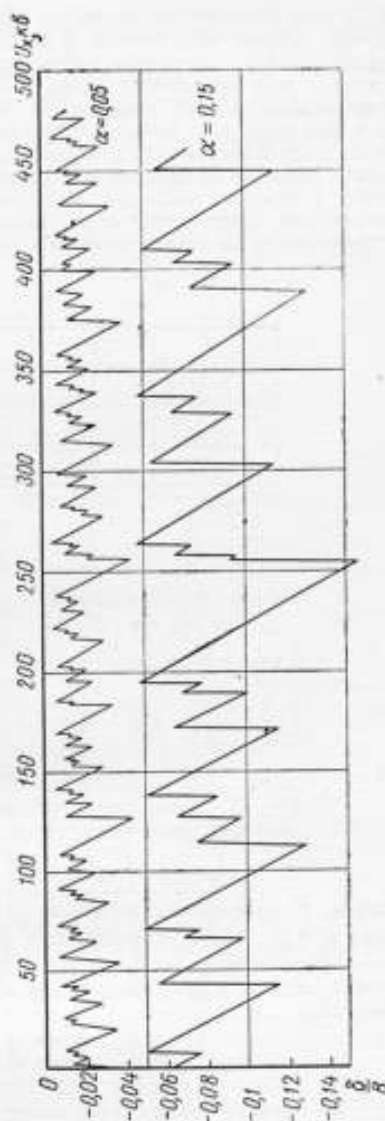


Рис. 1. Зависимость динамической погрешности от величины входного сигнала при постоянных скоростях его изменения.



$\alpha_{\max}$  при равновероятном законе распределения последней. В результате обработки данных моделирования были построены графики зависимости среднеквадратических значений динамической погрешности от величины входного сигнала при постоянных  $|\alpha_{\max}|$ . На рис. 3 приведены эти зависимости для следующих значений  $|\alpha_{\max}|$ : 0,02; 0,04; 0,06. Была сделана попытка выразить эту зависимость по шкале двучленной формулой вида  $(ax + b)$ , но практически мультипликативная составляющая среднеквадратического значения погрешности мала по сравнению с аддитивной, ее максимальное значение, имеющее место в середине шкалы, не превышает 10% от аддитивной составляющей. Поэтому для оценки величины динамической погрешности можно пользоваться осредненным по шкале значением среднеквадратической погрешности.

Дисперсия функции случайных величин

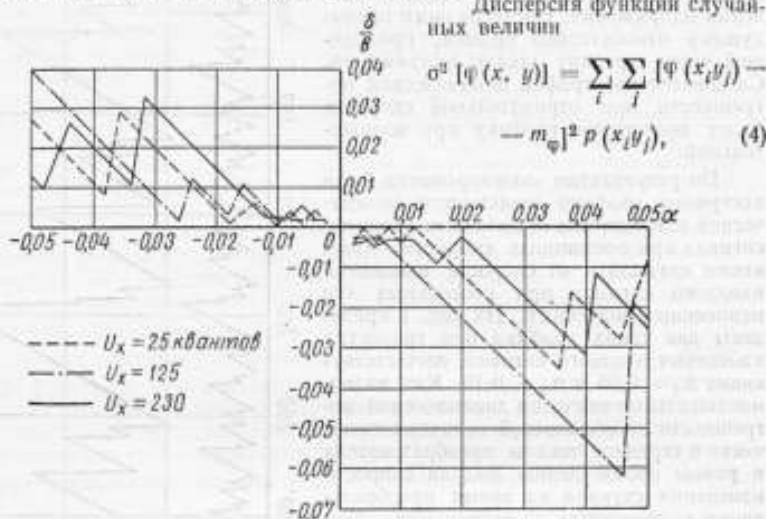


Рис. 2. Зависимость динамической погрешности от величины скорости изменения входного сигнала при постоянной его величине.

где  $x, y$  — случайные величины;  $p(x_i, y_j)$  — совместная вероятность появления  $x_i$  и  $y_j$ ;  $m_\varphi$  — математическое ожидание функции случайных величин.

Рассматривая динамическую погрешность как функцию мгновенных значений сигнала и его скорости при взаимной независимости их законов, можно записать

$$\sigma_{(\delta)}^2 = \sum_i \sum_j (\delta - m_\delta)^2 p(U_i) p(\dot{U}_{xj}), \quad (5)$$

где  $\delta$  — динамическая погрешность;  $m_\delta$  — математическое ожидание динамической погрешности;  $p(U_i), p(\dot{U}_{xj})$  — вероятности появления величин  $U_i$  и  $\dot{U}_{xj}$ .

В соответствии с формулой (5) произведен расчет осредненного по шкале среднеквадратического значения динамической погрешности для случаев равновероятного и нормального законов распределения случайных величин. Выбор этих законов распределения объясняется тем, что равновероятный закон является наиболее неблагоприятным законом, а нормальный — наиболее распространенным в практике. В первом случае предполагалось, что величина входного сигнала распределена по равновероятному закону от нуля до предела измерения  $B$ ; скорость ее изменения распределена также по равновероятному закону в пределах от  $-\alpha_{\max}$  до  $\alpha_{\max}$  для значений  $\alpha_{\max}$ , равных 0,02; 0,04; 0,06.



В случае нормальных законов предполагалось, что математическое ожидание равно половине предела преобразования, т. е.  $0,5B$ , а среднеквадратическое отклонение равно  $\frac{0,5B}{3}$ ; скорость изменения этого сигнала распределена также по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением, равным  $\frac{\alpha_1 \max}{3}$ ,  $\frac{\alpha_2 \max}{3}$  и  $\frac{\alpha_3 \max}{3}$ , где  $\alpha_1 \max = 0,02$ ;  $\alpha_2 \max = 0,04$ ;  $\alpha_3 \max = 0,06$ .

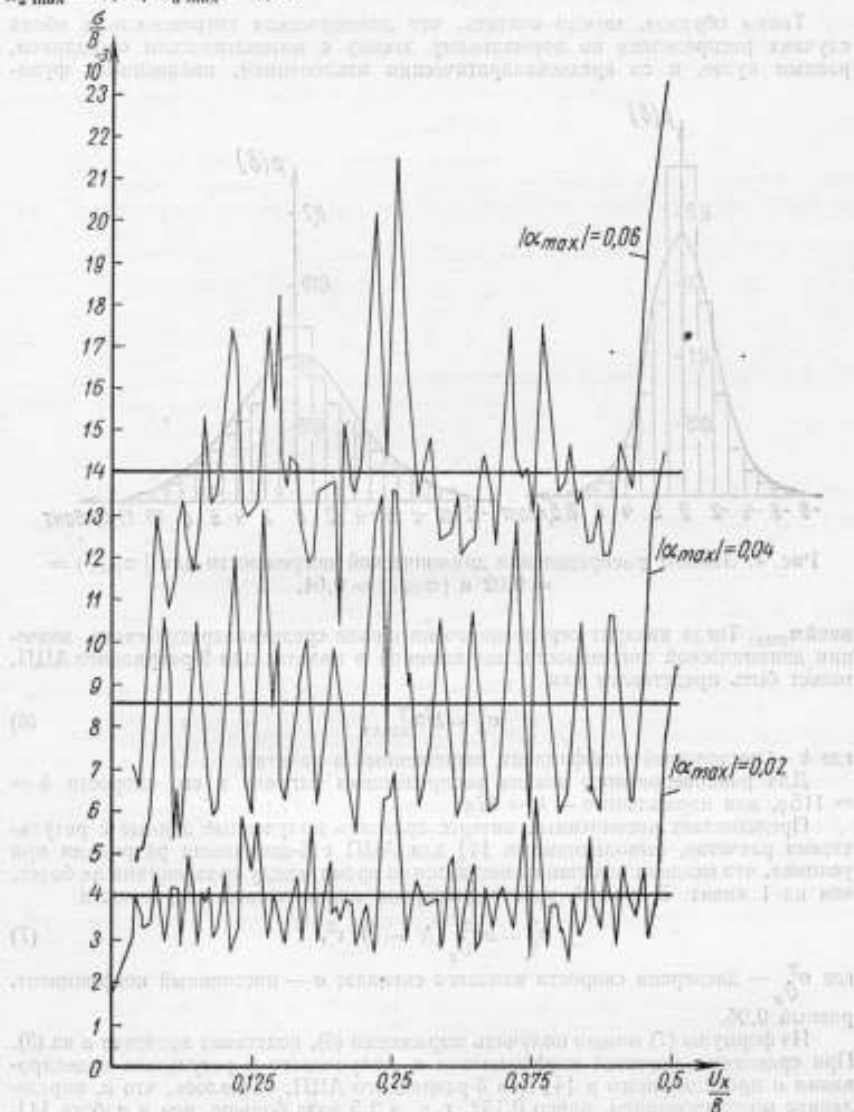


Рис. 3. Зависимость среднеквадратического значения динамической погрешности от величины входного сигнала.

На основании расчетов на ЭВМ построены гистограммы динамической погрешности для нескольких значений  $\alpha_{\max}$  равномерного закона распределения параметров сигналов (рис. 4). Эти гистограммы достаточно точно могут быть описаны кривой нормального распределения

$$\rho(\delta) = \frac{1}{\sigma_{\delta} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma_{\delta}^2}}$$

Таким образом, можно считать, что динамическая погрешность в обоих случаях распределена по нормальному закону с математическим ожиданием, равным нулю, и со среднеквадратическим отклонением, являющимся функ-

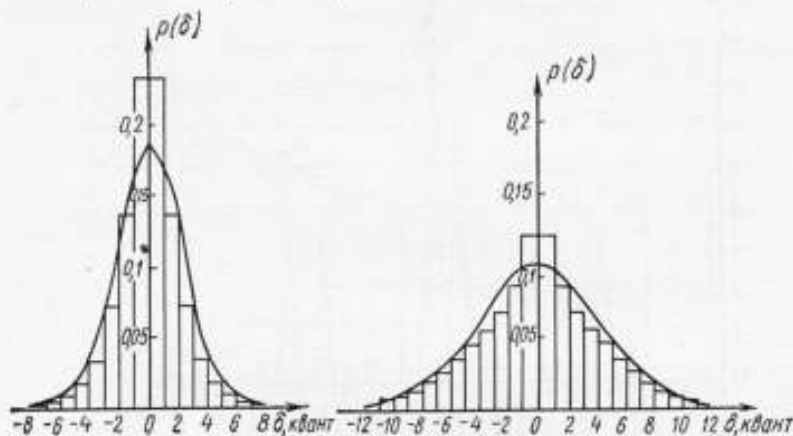


Рис. 4. Законы распределения динамической погрешности для  $|\alpha_{\max}| = 0,02$  и  $|\alpha_{\max}| = 0,04$ .

цией  $\alpha_{\max}$ . Тогда квадрат осредненного по шкале среднеквадратического значения динамической погрешности, выраженной в квантах для 9-разрядного АЦП, может быть представлен как

$$\sigma_{\delta}^2 = k^2 \alpha_{\max}^2, \quad (6)$$

где  $k$  — постоянный коэффициент, выраженный в квантах.

Для равномерного закона распределения сигнала и его скорости  $k = 115q$ , для нормального —  $k = 67q$ .

Представляет несомненный интерес сравнить полученные данные с результатами расчетов, выполненных в [4] для АЦП с 6-двоичными разрядами при условии, что входная величина изменяется за время между сравнениями не более, чем на 1 квант. В данной работе дисперсия динамической погрешности

$$\sigma_{\delta}^2 = a \sigma_{\dot{\theta}_x}^2 (N-1)^2 \tau^2, \quad (7)$$

где  $\sigma_{\dot{\theta}_x}^2$  — дисперсия скорости входного сигнала;  $a$  — постоянный коэффициент, равный 0,06.

Из формулы (7) можно получить выражения (6), подставив значение  $a$  из (3). При сравнении значений коэффициента  $a$ , полученного в результате моделирования и предложенного в [4] для 6-разрядного АЦП, оказалось, что  $a$ , определенное моделированием, равно 0,152, т. е. в 2,5 раза больше, чем в работе [4]. Для нормальных законов распределения сигнала и его скорости коэффициент  $a$  оказался равным 0,14. Причем расчеты производились как для скорости сигнала,

не превышающей величину кванта за время между сравнениями, так и для большей скорости.

Таким образом, предположения [4] о незначительном изменении коэффициента  $a$  в формуле (7) при изменении числа разрядов преобразователя не подтвердились.

Для оценки динамической погрешности следует пользоваться формулой

$$\sigma_{\delta}^2 = a\sigma_x^2 t_{\text{пр}}^2 \quad (8)$$

где  $\sigma_{\delta}$  — осредненное по шкале среднеквадратическое значение динамической погрешности, выраженное в квантах;  $a$  — постоянный коэффициент, зависящий от закона распределения величины и скорости ее и от разрядности АЦП.

Для сравнения, согласно [2], приведем максимальное значение динамической погрешности с точностью до погрешности дискретности, равное

$$\delta_{\text{max}} = \dot{U}_x t_{\text{пр}} \quad (9)$$

где  $t_{\text{пр}} = (N - 1) \tau$  — время преобразования.

Сравнивая выражения (7) и (9), получим отношения максимального значения динамической погрешности к ее среднеквадратическому значению, осредненному по шкале:

для равновероятных законов распределений сигнала по шкале и скорости в пределах  $-\alpha_{\text{max}} \leq \alpha \leq \alpha_{\text{max}}$

$$\frac{\delta_{\text{max}}}{\sigma_{\delta}} = \sqrt{\frac{3}{a}} \approx 4,5;$$

для нормальных законов распределения сигнала по шкале и скорости в пределах  $-\alpha_{\text{max}} \leq \alpha \leq \alpha_{\text{max}}$

$$\frac{\delta_{\text{max}}}{\sigma_{\delta}} = \frac{3}{\sqrt{a}} \approx 8.$$

Отношение максимальной погрешности к предельной, т. е. к  $3\sigma_{\delta}$ , для равновероятных законов распределения сигнала и скорости равно 1,5, для нормальных — 2,67.

### ВЫВОДЫ

Динамическая погрешность распределена по нормальному закону независимо от законов распределения величины сигнала и его скорости, причем величина среднеквадратического значения динамической погрешности пропорциональна максимальной скорости изменения сигнала при малых  $|\dot{U}_x| < q/\tau$  и больших  $|\dot{U}_x| > q/\tau$  значениях скорости сигнала вплоть до  $15q/\tau$ .

Подтверждаются предположения [4] о том, что коэффициент пропорциональности  $a$  меняется незначительно при изменении законов распределения величины сигнала в пределах всей шкалы и его скорости (от 0,152 — для равновероятного закона до 0,14 — для нормального).

Коэффициент  $a$  изменяется в зависимости от количества разрядов преобразователя: от  $a = 0,06$  — для 6-разрядного, до  $a = 0,152$  — для 9-разрядного при равновероятных законах распределения величины сигнала и его скорости.

Осредненное по шкале среднеквадратическое значение погрешности меньше максимального в 1,5 раза для равновероятного закона изменения и в 2,6 раза — для нормального.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Пугачев В. С. Теория случайных функций. Физматгиз, 1962.
2. Доступов Б. Г. Комбинированные вычислительные машины. Изд. АН СССР, 1962.
3. Касперович А. Н., Литвинов Н. В. «Автометрия», 1966, № 1.
4. Касперович А. Н., Литвинов Н. В. «Автометрия», 1967, № 2.

Поступила в редакцию  
11.VI.1969 г.

### О ВЕЛИЧИНЕ СРЕДНЕЙ ПОГРЕШНОСТИ ПРИ ДИСКРЕТНОЙ ПЕРЕДАЧЕ ТЕЛЕМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Передача телеметрической информации по реальным каналам связи всегда сопряжена с искажениями этой информации помехами в канале связи. Часто передаваемая информация поступает с измерительных устройств в дискретном виде или предварительно преобразуется в такой вид путем дискретизации во времени и квантования по уровню. Необходимость в выполнении таких операций возникает при решении задач повышения помехоустойчивости передачи информации, уплотнения канала связи и ряда других.

Среди различных видов импульсной модуляции наибольшее распространение получила кодо-импульсная модуляция (КИМ). Объяснить это можно, например тем, что амплитудно-импульсная модуляция (АИМ) обладает малой помехоустойчивостью и требует хороших дискриминаторов амплитуды, время-импульсная модуляция (ВИМ) обеспечивает сравнительно низкую скорость передачи информации, а широтно-импульсная модуляция (ШИМ) часто непригодна из-за ограничений, накладываемых на энергию элементарного сигнала. Кроме того, КИМ весьма удобна для дальнейшего увеличения помехоустойчивости путем введения избыточности (например, используя корректирующие коды) и для сопряжения с последующими устройствами обработки измерительной информации.

В данной работе произведена оценка средней величины погрешности в двоичном канале только при использовании КИМ и элементарного приема.

Обычно используемая при расчетах помехоустойчивости модель двоичного симметричного канала (ДСК) с независимыми ошибками является в значительной степени идеализированной моделью реальных каналов связи. Практически большинство реальных каналов связи отличается от этой модели либо наличием асимметрии, когда вероятности искажений символов оказываются различными, либо наличием определенной степени корреляции между ошибками, возникающими на соседних позициях. Так, в радиоканале, подверженном воздействию импульсных помех, вероятность подавления импульса ( $p_1$ ) всегда оказывается меньше вероятности появления ложного импульса ( $p_0$ ), поскольку в первом случае, помимо временных, необходимо соблюдение также и фазовых соотношений. При воздействии флуктуационной помехи типа «белого шума» причиной несимметрии оказывается нестабильность величины порога в первой решающей схеме. При сравнительно больших отношениях мощности сигнала к мощности помех, когда целесообразна работа безыбыточным двоичным кодом, даже сравнительно небольшим изменениям величины порогового напряжения соответствуют значительные изменения коэффициента асимметрии. Частным случаем является полностью несимметричный канал, когда вероятностью искажения одного из символов можно пренебречь по сравнению с вероятностью искажения другого символа.

Практически не менее важным случаем является канал с зависимыми ошибками, которые в ряде случаев группируются в пакеты [1]. Под пакетной ошибкой длины  $l$  подразумевается любая комбинация ошибок, охватывающих  $l$  последовательных знаков, при условии, что первый и последний из этих знаков содержат ошибки. К пакетным ошибкам могут привести также кратковременные перемены в связи, сбои в аппаратуре и ряд других причин.

Общее выражение для средней абсолютной ошибки, согласно [2], имеет вид:

$$\delta_a = \sum_{i=0}^{2^n-1} p_i \sum_{j=0}^{2^n-1} p_j (i-j), \quad (1)$$

где  $p_i$  — вероятность передачи числа  $i$ ;  $p_j(j)$  — вероятность перехода числа  $i$  в число  $j$ .

Приведенная погрешность

$$\delta_n = \frac{\delta_a}{2^n - 1}.$$

В дальнейшем будем предполагать, что все сообщения равновероятны

$$p_i = p_j = \frac{1}{2^n} \quad (i, j = 0, 1, \dots, 2^n - 1)$$

и что синхронизация передаваемых сообщений производится без ошибок.

С учетом этих предположений в работе [2] показано, что величина средней приведенной погрешности слабо зависит от числа передаваемых разрядов  $n$  и заключена между приближенной нижней границей, равной  $p(1-p)$ , и точной верхней границей  $p$ . Получены также удобные выражения для расчета приведенной погрешности в ДСК.

Рассмотрим вначале случай полностью несимметричного канала и положим для определенности  $p_1 = 0$ ;  $p_0 < 0,5$ ;  $q_0 = 1 - p_0$ .

Очевидно, что нулевое кодовое слово имеет максимальную погрешность

$$\delta_{a_{\max}} = (2^n - 1) \sum_{k=1}^n C_{n-1}^{k-1} p_0^k q_0^{n-k} = (2^n - 1) p_0,$$

а минимальной погрешностью обладает единичное кодовое слово и  $\delta_{a_{\min}} = 0$ .

Для произвольного кодового слова веса  $w$  (где под весом понимаем, как обычно, число единиц в слове) абсолютная погрешность является функцией не только  $w$ , но и местоположения единичных и нулевых символов. Величина средней погрешности по всем кодовым словам веса  $w$  может быть определена следующим образом. Вероятность любой  $i$ -кратной ошибки в слове веса  $w$  равна  $p_0^i q_0^{n-w-i}$ .

Будем рассматривать группу несовместных событий, т. е. отнесем  $i$ -кратные ошибки, у которых  $j$  искажений из  $i$  ( $j < i$ ) попадает на позиции единичных символов, к ошибкам кратности  $i - j$ . В каждое из сочетаний входит  $i$  символов при общем числе символов в коде, равном  $n$ . Таким образом, каждый символ кода подвергается искажению  $\frac{i}{n} C_{n-w}^i$  раз, сумма всех символов равна  $2^n - 1$  и искомая величина средней погрешности по кодовым словам веса  $w$

$$\delta_a(w) = \sum_{i=1}^{n-w} C_{n-w}^i p_0^i q_0^{n-w-i} (2^n - 1) \frac{i}{n} = (2^n - 1) \frac{n-w}{n} p_0. \quad (2)$$

Очевидно, что при  $w = 0$   $\delta_a(0) = (2^n - 1) p_0$ , при  $w = n$   $\delta_a(n) = 0$ .

Усредняя (2) по всем весам кодовых слов, можно найти среднюю погрешность двоичного безыбыточного кода в полностью несимметричном канале

$$\delta_a = \frac{2^n - 1}{2^n} \sum_{w=0}^n C_n^w \frac{n-w}{n} p_0 = (2^n - 1) \frac{p_0}{2}. \quad (3)$$

Интересно отметить, что средняя приведенная погрешность равна половине максимальной.

Перейдем к каналу с произвольной степенью асимметрии  $p_1 \neq p_0 \neq 0$  и положим для определенности  $p_0 > p_1$ .

Очевидно, что по-прежнему нулевое кодовое слово имеет максимальную погрешность

$$\delta_{a_{\max}} = (2^n - 1) p_0.$$

В зависимости от степени асимметрии канала минимальную погрешность будут иметь кодовые слова различного веса. Если асимметрия невелика, то можно предположить [2], что минимальную погрешность имеют кодовые слова, сумма нулевых и единичных разрядов которых примерно одинакова. Например, для кодового слова  $011 \dots 1$  ( $2^{n-1} - 1$ ) имеем:

$$\begin{aligned} \delta_a(2^{n-1} - 1) &= \sum_{i=1}^{n-1} (2^{n-1} - 1) C_{n-2}^{i-1} (1 - p_0) p_1^i (1 - p_1)^{n-1-i} + \\ &+ \sum_{i=0}^{n-1} [C_{n-1}^i 2^{n-1} - C_{n-2}^{i-1} (2^{n-1} - 1)] p_0 p_1^i (1 - p_1)^{n-1-i} = \\ &= (2^{n-1} - 1) (p_1 - 2p_1 p_0 + p_0) + p_0. \end{aligned} \quad (4a)$$

Аналогично для слова  $100 \dots 0$

$$\delta_a(2^{n-1}) = (2^{n-1} - 1) (p_0 - 2p_1 p_0 + p_1) + p_1.$$

При  $p_1 = p_0 = p$   $\delta_a(2^{n-1}) = \delta_a(2^{n-1} - 1) = (2^n - 1) p q + p^2$ , что совпадает с результатом, полученным для ДСК [2], где  $q = 1 - p$ .

Наконец, величина средней погрешности по всем кодовым словам в несимметричном канале

$$\begin{aligned} \delta_a &= \frac{2^n - 1}{2^n \cdot n} \sum_{w=0}^n C_n^w \sum_{j=0}^w \sum_{i=0}^{n-w} p_1^i (1 - p_1)^{w-i} p_0^j (1 - p_0)^{n-w-j} \times \\ &\quad \times |j C_{w-j}^i - i C_{n-w-j}^i| \geq \\ &\geq \frac{2^n - 1}{2^n \cdot n} \sum_{w=0}^n \left[ \sum_{j=0}^w j C_{w-j}^i p_1^i (1 - p_1)^{w-i} \sum_{i=0}^{n-w} p_0^i (1 - p_0)^{n-w-i} - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{j=0}^w p_1^i (1 - p_1)^{w-i} \sum_{i=0}^{n-w} i C_{n-w-j}^i p_0^i (1 - p_0)^{n-w-i} \right]. \end{aligned}$$

Первая сумма в квадратных скобках равна  $w p_1$ , последняя —  $(n - w) p_0$ , а оставшиеся две суммы представляют собой геометрические прогрессии со знаменателем  $p/(1 - p)$ . Окончательно получим

$$\begin{aligned} \delta_a \geq \frac{2^n - 1}{2^n \cdot n} \sum_{w=0}^n C_n^w \left| w p_1 \frac{p_0^{n-w+1} - (1 - p_0)^{n-w+1}}{2p_0 - 1} - \right. \\ \left. - (n - w) p_0 \frac{p_1^{w+1} - (1 - p_1)^{w+1}}{2p_1 - 1} \right|. \end{aligned} \quad (4b)$$

Нетрудно убедиться в том, что нижняя оценка, определяемая выражением (4b), меньше предполагаемой минимальной погрешности, определяемой выражением (4a). Однако сделанное при выводе выражение (4a) предположение не является, очевидно, строгим во всем диапазоне изменения коэффициента асимметрии  $\alpha = p_0/p_1$ , и поэтому в качестве нижней оценки величины средней погрешности следует в общем случае пользоваться выражением (4b). Как отмечалось выше, при малых коэффициентах асимметрии возможно использование оценки (4a).

На рис. 1 и 2 представлены зависимости величины приведенной погрешности  $\delta_n$  от коэффициента асимметрии  $\alpha$  и длины кодового слова  $n$ . Сплошные кривые соответствуют выражению (4a), а пунктирные — выражению (4b). Для



сравнения на рис. 1 штрих-пунктиром показана зависимость величины максимальной приведенной погрешности от коэффициента асимметрии канала. Следует отметить слабую зависимость величины приведенной погрешности как от коэффициента асимметрии канала (при  $\alpha > 4$ ), так и от длины кодового слова  $n$  в достаточно широком диапазоне изменения величины суммарной вероятности искажения символа. Величина средней приведенной погрешности в несимметричном канале сильно зависит от величины суммарной вероятности искажения символа, причем в достаточно большом диапазоне изменения величины  $\alpha$  и  $n$  эта зависимость близка к линейной.

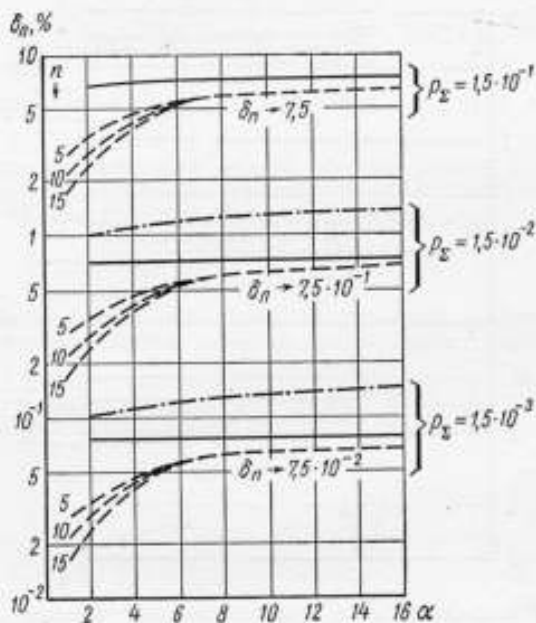


Рис. 1. Зависимость величины средней приведенной погрешности от коэффициента асимметрии канала при различных величинах суммарной вероятности искажения символа  $\rho_{\Sigma} = \rho_0 + \rho_1$  и длине кодового слова  $n$ .

Перейдем к рассмотрению канала, подверженного воздействию пакетных ошибок. В кодовом слове длины  $n$  может иметь место  $n$  пакетных ошибок длины  $l$  (просто одиночные независимые ошибки) и  $2^{l-2}(n-l+1)$  пакетных ошибок длины  $l > 1$  [1].

Поскольку выражение для величины средней погрешности при передаче произвольного кодового слова оказывается громоздким и непригодным для расчетов, ограничимся определением величины максимальной погрешности. Очевидно, что и в этом случае максимальная погрешность будет иметь место при передаче единичного или нулевого кодового слова, когда все погрешности суммируются с одним знаком.

Для произвольной одиночной пакетной ошибки длины  $l$ , начинающейся в  $(i+1)$ -м символе ( $i = 0, 1, 2, \dots, n-l$ ), найдем сумму весов искаженных разрядов. Всего может иметь место  $2^{l-2}$  различных пакетных ошибок длины  $l$ ,



у которых  $(i+1)$ -й и  $(i+1)$ -й символы всегда искажены. Тогда сумма весов искаженных разрядов

$$A_{\Sigma} = 2^{i-2} (2^i + 2^{i+1-1}) + 2^{i-3} \sum_{f=1}^{i-2} 2^{i+f} = 3 \cdot 2^{2i-4+i}, \quad (5)$$

так как  $2^i + 2^{i-1} = 3 \cdot 2^{i-1}$ .

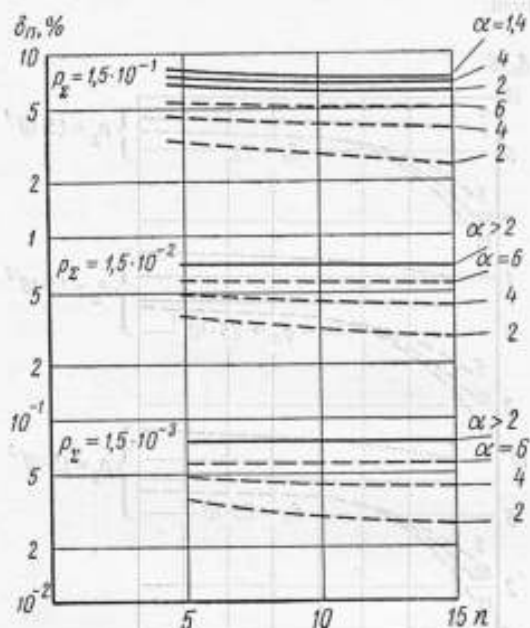


Рис. 2. Зависимость величины средней приведенной погрешности для двоичного безызбыточного 10-разрядного кода от величины суммарной вероятности искажения символа при различных коэффициентах асимметрии канала.

Средняя сумма весов, обусловленная одной пакетной ошибкой,

$$A_i = \frac{A_{\Sigma}}{2^{i-2}} = 3 \cdot 2^{i-2+i}, \quad (6)$$

поскольку все  $2^{i-2}$  пакетные ошибки длины  $i$  равновероятны.

Если обозначить через  $p$  вероятность появления одиночной пакетной ошибки длины  $i$  в кодовом слове из  $n$  символов, а через  $q$  — вероятность отсутствия ошибок среди оставшихся  $n-i$  символов, то максимальная абсолютная погрешность

$$\delta_{a \max} = 3pq \sum_{i=0}^{n-1} 2^{i-2+i} = 3pq (2^{n-1} - 2^{i-2}). \quad (7)$$

В случае многократных пакетных ошибок следует иметь в виду, что между соседними пакетными ошибками должен быть по крайней мере один неискаженный символ, не принадлежащий этим ошибкам. Например, при двойных пакет-

ных ошибках длины  $l$  каждая из ошибок может быть расположена на  $n - l - 1$  символах,  $n - 2l - 2$  из которых являются общими. Средняя величина максимальной погрешности в этом случае запишется в виде

$$\delta_{a_{\max}}^* = p_1 q_1 \left( 3 \sum_{i=0}^{n-2l-1} 2^{l-2+i} + 3 \sum_{i=0}^{n-2l-1} \sum_{j=0}^{n-2l-1-i} 2^{2l-1+i+j} \right).$$

Используя равенство

$$\sum_{i=0}^t \sum_{j=0}^{t-i} 2^{i+j} = t \cdot 2^{t+1} + 1,$$

окончательно имеем

$$\delta_{a_{\max}}^* = 3 p_1 q_1 \{ 2^{l-2} (2^{n-2l} - 1) + 2^{2l-1} [(n-2l-1) 2^{n-2l} + 1] \}, \quad (8)$$

где  $p_1$  — вероятность появления двойной пакетной ошибки длины  $l$ ;  $q_1$  — вероятность отсутствия ошибок на оставшихся  $n - 2l$  позициях.

Если  $n - 2l \gg 1$ , то можно воспользоваться приближенной формулой

$$\delta_{a_{\max}}^* \approx 3 (n - 2l - 1) 2^{n-1} p_1 q_1. \quad (9)$$

Относительная ошибка приближения не превышает величины  $2^{2l-n}$ . В общем случае  $t$ -кратных пакетных ошибок длины  $l$  имеем

$$\delta_{a_{\max}}^{(t)} = 3 p_2 q_2 2^{l-2} \left[ \sum_{i=0}^m 2^i + 2^{l+1} \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} 2^{i+j} + \dots + 2^{(t-1)(l+1)} \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} \dots \sum_{k=0}^{m-i-j} 2^{i+j+\dots+k} \right], \quad (10)$$

где  $m = n - l - (t - 1)(l + 1)$ ;  $p_2$  — вероятность появления  $t$ -кратной пакетной ошибки;  $q_2$  — вероятность отсутствия ошибок на оставшихся позициях.

На рис. 3, 4 и 5 представлены зависимости максимальной приведенной погрешности от параметров кода, канала связи и пакетной ошибки. Для удобства вероятности появления пакетных ошибок различной кратности приняты одинаковыми. Можно отметить слабый характер зависимости величины максимальной погрешности от длины кодового слова  $n$ . В пределах одной кратности пакетных ошибок максимальная погрешность уменьшается с ростом длины пакетной ошибки.

Наконец, может быть рассмотрен вариант, когда любая пакетная ошибка длины  $l$  приводит к стиранию всех  $l$  охваченных ошибкой символов независимо от того, содержатся ли на  $l - 2$  внутренних позициях пакетной ошибки единицы или нули (пакеты стираний).

Пусть пакет стираний длины  $l$  начинается в произвольной  $i$ -й позиции кодового слова длины  $n$  ( $i = 0, 1, \dots, n - l$ ). Поскольку все слова предполагаются равновероятными при передаче, то из  $l$  охватываемых пакетом символов каждый символ примет единичное значение  $2^{l-1}$  раз при общем числе появлений этого символа во всех возможных комбинациях, равном  $2^l$ . Сумма всех  $l$  символов равна  $\sum_{j=0}^{l-1} 2^{i+j} = 2^{i+l} - 2^i$  и средняя сумма весов, обусловленная пакетом стираний длины  $l$ , начинающимся в  $i$ -й позиции,

$$A_i = \frac{2^{i+l} - 2^i}{2^l} = 2^{i-1} (2^l - 1). \quad (11)$$

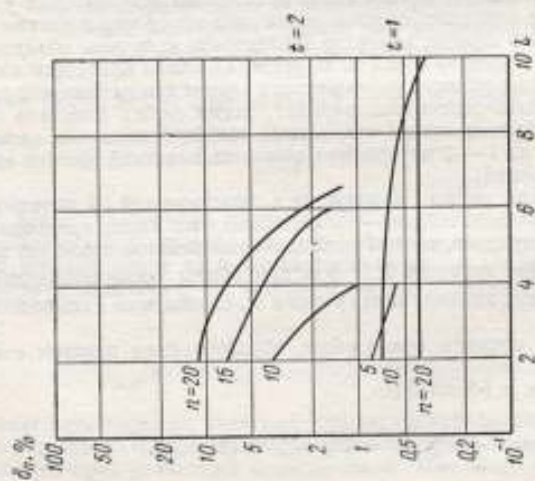


Рис. 3. Зависимость величины максимальной приведенной погрешности от длины пакетной ошибки  $l$  при различной длине кодового слова  $n$  и различной кратности пакетных ошибок  $t$  (вероятность появления пакетных ошибок  $p = 5 \cdot 10^{-3}$ ).

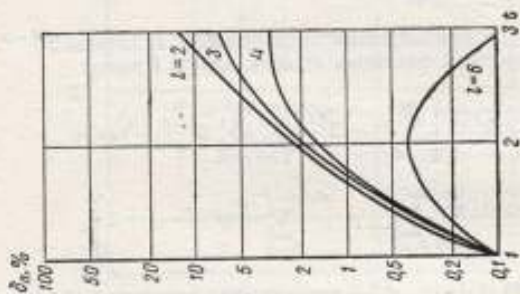


Рис. 4. Зависимость величины максимальной приведенной погрешности от кратности пакетной ошибки  $t$  при различной длине пакетных ошибок  $l$  ( $n=20$ ;  $p = 10^{-9}$ ).

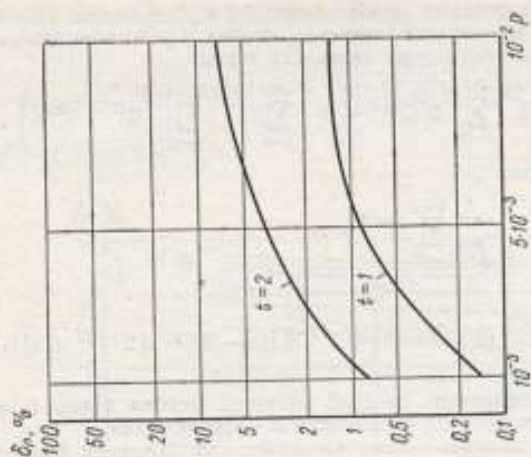


Рис. 5. Зависимость величины максимальной приведенной погрешности от вероятности появления пакетной ошибки при различных кратностях ошибок  $t$  ( $n = 10$ ;  $l = 2$ ).

Сохранив для соответствующих вероятностей введенные выше обозначения, получим после усреднения по всем возможным  $i$

$$\delta_{\text{ср}} = pq (2^i - 1) \sum_{i=0}^{n-1} 2^{i-1} = \frac{1}{2} pq (2^{n-i+1} - 1) (2^i - 1). \quad (12)$$

В случае многократных пакетов стираний длины  $l$  соответствующее выражение может быть записано по аналогии с выражением (10).

Приведенные в работе выражения и графики для величины средней погрешности позволяют рассчитать граничную, а в ряде случаев и точную величину средней погрешности при передаче информации двоичным безызбыточным кодом по каналу с заданными характеристиками.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки. «Мир», 1964.
2. Смирнов А. С. О границах области значений средней приведенной погрешности для кодо-импульсных телеизмерительных систем. «Автоматика и телемеханика», 1968, № 4.

Поступила в редакцию  
11.VI.1969 г.

УДК 621.391.2.088

М. В. АНОЛИК, В. А. ЛЕВИДОВ, Г. П. ЦИВИРКО  
ВНИИМ

#### СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ДВУХ ТИПОВ ДИСКРЕТНО-ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

При измерении скорости медленно протекающих процессов целесообразно использовать различные дискретные методы. В работах [1-4] рассматривается дискретный дифференциатор первого типа (ДД1), вычисляющий разность мгновенных значений входного сигнала, измеренных через фиксированный промежуток времени (интервал дискретности). В работах [1, 2, 5] описывается дискретный дифференциатор второго типа (ДД2), вычисляющий разность результатов интегрирования входного сигнала на соседних одинаковых интервалах времени.

В настоящей работе даются оценки максимальной погрешности дискретных дифференциаторов обоих типов при наличии случайных помех. Оптимальные интервалы дискретности выбираются из условия минимума этих оценок. Производится сравнение точности и помехоустойчивости этих двух типов дискретных дифференциаторов.

Сигналы на выходе:

для ДД1

$$y_1(t) = \frac{x(t) - x(t - \Delta t)}{\Delta t};$$

для ДД2

$$y_2(t) = \frac{1}{T^2} \int_{t-T}^t x(\tau) d\tau - \frac{1}{T^2} \int_{t-2T}^{t-T} x(\tau) d\tau.$$

Сигнал на входе  $x(t)$  состоит из полезного сигнала  $f(t)$  и помехи  $m(t)$ , т. е.

$$x(t) = f(t) + m(t).$$

Полезный сигнал считаем детерминированной достаточно гладкой функцией времени, помеху — стационарной случайной функцией с математическим ожиданием  $m$  и корреляционной функцией  $R_m(t)$  [3].

Сигналы на выходе представлены в виде

$$y_1(t) = g_1(t) + n_1(t); \quad y_2(t) = g_2(t) + n_2(t),$$

где полезные составляющие сигнала на выходе

$$g_1(t) = \frac{f(t) - f(t - \Delta t)}{\Delta t};$$

$$g_2(t) = \frac{u(t + T) - 2u(t) + u(t - T)}{T^2},$$

причем  $u(t) = \int_0^{t-T} f(\tau) d\tau$ .

Помехи на выходе

$$n_1(t) = \frac{m(t) - m(t - \Delta t)}{\Delta t};$$

$$n_2(t) = \frac{q(t) - q(t - T)}{T},$$

где  $q(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t m(\tau) d\tau$  — сглаженная помеха.

Определим скорость измерения полезного сигнала в середине цикла измерения, т. е.  $f'(t - \frac{\Delta t}{2})$  или  $f'(t - T)$ . Методические погрешности

$$\delta_{1м} \left( t - \frac{\Delta t}{2} \right) = g_1(t) - f' \left( t - \frac{\Delta t}{2} \right);$$

$$\delta_{2м}(t - T) = g_2(t) - f'(t - T).$$

Оценки методической погрешности легко получаются с помощью формулы Тейлора [3, 5]:

$$\left| \delta_{1м} \left( t - \frac{\Delta t}{2} \right) \right| \leq \frac{\Delta t^2}{24} \max_{[t-\Delta t, t]} |f''(t)|;$$

$$|\delta_{2м}(t - T)| \leq \frac{T^2}{12} \max_{[t-2T, t]} |f''(t)|. \quad (1)$$

Отметим, что в обоих случаях получаем информацию о скорости в дискретные моменты времени  $t_i = i \Delta t$  или  $t_i = iT$ , причем с запаздыванием соответственно на  $\Delta t/2$  и  $T$ .

Для нахождения  $f'(t)$  в моменты времени, не совпадающие с моментами отсчета, применяем линейную интерполяцию, погрешность которой оценена в работах [4, 5].

Найдем вероятностные характеристики помех на выходе. Очевидно, что математические ожидания  $n_1(t)$  и  $n_2(t)$  равны нулю. Корреляционная функция сглаженной помехи [5]

$$R_c(t) = \frac{1}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|u|}{T}\right) R_m(u-t) du. \quad (2)$$

Дисперсии помех на выходе [6]

$$\begin{aligned} \sigma_{1\text{вых}}^2 &= \frac{2}{\Delta t^2} [R_m(0) - R_m(\Delta t)]; \\ \sigma_{2\text{вых}}^2 &= \frac{2}{T^2} [R_c(0) - R_c(t)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Суммарная погрешность дифференциатора состоит из методической и случайной составляющих

$$\delta_{\text{сум}} = \delta_{\text{м}} + \delta_{\text{сл}}.$$

Для оценки максимума случайной составляющей применим известное правило трех сигм, т. е. будем считать  $|\delta_{\text{сл}}| \leq 3\sigma_{\text{вых}}$ . Тогда оценка суммарной погрешности

$$|\delta_{\text{сум}}| \leq \max |\delta_{\text{м}}| + 3\sigma_{\text{вых}}. \quad (4)$$

Используем эту оценку для выяснения точностных возможностей дискретного дифференциатора при дифференцировании медленно изменяющихся сигналов. В этом случае полезный сигнал можно считать функцией с ограниченным спектром и для оценок его производных пользоваться неравенством Бернштейна [7]

$$|f^{(n)}(t)| \leq A\omega_{\text{макс}}^n, \quad (5)$$

где  $A = \max |f(t)|$  при всех  $t$ ;  $\omega_{\text{макс}}$  — максимальная частота в спектре полезного сигнала.

В качестве примера рассмотрим влияние помехи с корреляционной функцией  $R_m(t) = \sigma^2 e^{-\alpha|t|}$ .

Тогда из (2) в соответствии с [5] имеем

$$R_c(t) = \begin{cases} \frac{2\sigma^2}{\alpha^2 T^2} [\alpha(T - |t|) - e^{-\alpha|t|} + e^{-\alpha T} \text{ch}(\alpha t)] & \text{при } |t| \leq T; \\ \frac{4\sigma^2}{\alpha^2 T^2} e^{-\alpha|t|} \text{sh}^2\left(\frac{\alpha T}{2}\right) & \text{при } |t| > T \end{cases} \quad (6)$$

и из (3) и (6) получим

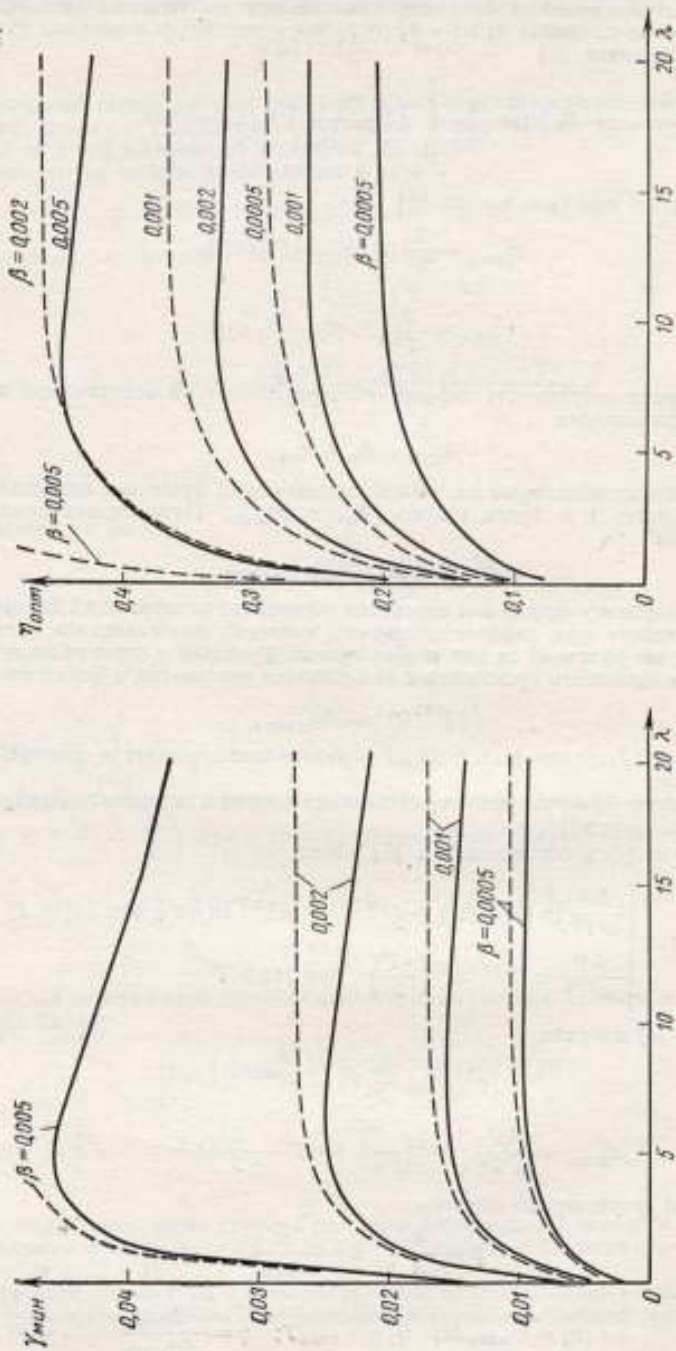
$$\begin{aligned} \sigma_{1\text{вых}}^2 &= \frac{2\sigma^2}{\Delta t^2} (1 - e^{-\alpha\Delta t}); \\ \sigma_{2\text{вых}}^2 &= \frac{4\sigma^2}{\alpha^2 T^4} \left[ e^{-\alpha T} - 1 + \alpha T - \frac{1}{2} (1 - e^{-\alpha T})^2 \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Введем безразмерные величины:

$$\beta = \frac{\sigma}{A}; \quad \lambda = \frac{\alpha}{\omega_{\text{макс}}};$$

$$\eta_1 = \omega_{\text{макс}} \Delta t; \quad \eta_2 = \omega_{\text{макс}} T; \quad \gamma = \frac{\delta_{\text{сум}}}{A\omega_{\text{макс}}} \quad (8)$$





Кривые зависимости  $\gamma_{\text{мин}}$  и  $\gamma_{\text{макс}}$  от значений параметров  $\beta$  и  $\lambda$ .



Здесь  $\eta_1, \eta_2$  — отношение максимальной частоты полезного сигнала к частоте измерения;  $\lambda$  — отношение ширины спектра помехи к ширине спектра полезного сигнала;  $\beta$  — относительная погрешность измерения полезного сигнала;  $\gamma$  — относительная погрешность измерения скорости полезного сигнала.

Тогда из формул (1), (4)–(5), (7)–(8) получим

$$\gamma_1 \leq \frac{\eta_1^2}{24} + \frac{3\beta\sqrt{2}}{\eta_1} \sqrt{1 - e^{-\lambda\eta_1}};$$

$$\gamma_2 \leq \frac{\eta_2^2}{12} + \frac{6\beta}{\lambda\eta_2^2} \sqrt{e^{-\lambda\eta_2} - 1 + \lambda\eta_2 - \frac{1}{2}(1 - e^{-\lambda\eta_2})^2}.$$

Очевидно, существуют такие значения  $\eta_{1opt}, \eta_{2opt}$ , при которых оценки максимума максимальной относительной погрешности принимают минимальные значения  $\gamma_{1min}, \gamma_{2min}$ . Значения  $\gamma_{1min}, \eta_{1opt}$  отмечены на рисунке штриховой линией, а  $\gamma_{2min}, \eta_{2opt}$  — сплошной линией при значениях  $\beta$  от 0,0005 до 0,005 и  $\lambda$  от 0,1 до 20.

Как видно, при малых  $\lambda$ , т. е. относительно низкочастотных помехах, ДД1 и ДД2 обеспечивают практически одинаковую точность. Однако при больших  $\lambda$ , т. е. высокочастотных помехах, ДД2 дает более точные результаты, чем ДД1. Это преимущество проявляется при больших  $\beta$ , т. е. при более сильных помехах. Большая помехоустойчивость ДД2 по сравнению с ДД1 объясняется эффектом сглаживания помех за счет усредняющего интегрирования [5].

Кривые на рисунке позволяют в зависимости от свойств ожидаемых помех выбрать тип дискретного дифференциатора и рассчитать его. Зная информацию о полезном сигнале ( $A, \omega_{накс}$ ) и помехе ( $\sigma, \alpha$ ), можно наилучшим образом подобрать настроечные параметры ( $\Delta t, T$ ) и добиться максимально возможной точности. Большие возможности в этом отношении дает дискретный дифференциатор третьего типа (ДД3) [8], выходной сигнал которого

$$y_3(t) = \frac{\frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) d\tau - \frac{1}{T} \int_{t-\Delta t-T}^{t-\Delta t-T} x(\tau) d\tau}{\Delta t + T}.$$

По сравнению с ДД1 и ДД2 дифференциатор третьего типа более универсален [при  $T \rightarrow 0$   $y_3(t) \rightarrow y_1(t)$ , при  $\Delta t \rightarrow 0$   $y_3(t) \rightarrow y_2(t)$ ]: он позволяет выбрать интервал дискретности  $\Delta t$ , исходя из свойства полезного сигнала, а интервал сглаживания  $T$  — с учетом корреляции помехи.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дилгенский С. Н. Дифференцирование медленно изменяющихся сигналов. «Автоматика и телемеханика», 1960, № 11 т. 21, № 4.
2. Дилгенский С. Н. Методы реализации оптимальных фильтров с конечной памятью. «Автоматика и телемеханика», 1961, т. 22.
3. Анолик М. В., Левидов В. А. Об оценке погрешности дискретного измерения скоростей с учетом случайной помехи на входе дискретного дифференциатора. «Измерительная техника», 1966, № 1.
4. Левидов В. А., Анолик М. В. О выборе интервала дискретности дискретно-дифференцирующего измерительного устройства при наличии случайных помех. «Измерительная техника», 1967, № 3.
5. Анолик М. В., Левидов В. А., Цивирко Г. П. Применение сглаживания для улучшения помехоустойчивости дискретного дифференциатора. Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области тепловых измерений. Вып. 111 (171), 1969.
6. Виленкин С. Н. Статистические методы исследования стационарных процессов в систем автоматического регулирования. «Советское радио», 1967.

7. Ахизер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. Физматгиз, 1965.  
 8. Гальперин Л. Н., Довбий Е. В. Дискретный измеритель средних скоростей длительных медленно изменяющихся слабых сигналов. «Измерительная техника», 1966, № 7.

Поступила в редакцию 11.VI. 1969 г.

621.391.2.088

М. В. АНОЛИК, В. А. ЛЕВИДОВ, Г. П. ЦИВИРКО  
 ВНИИМ

### ОЦЕНКА СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ДИСКРЕТНОГО ДИФФЕРЕНЦИАТОРА ВТОРОГО ТИПА

Дискретные дифференциаторы второго типа (ДД2), используемые для измерения скоростей медленно изменяющихся сигналов, вычисляют разность результатов интегрирования входного сигнала на соседних одинаковых интервалах времени [1]. При наличии во входном сигнале высокочастотных помех ДД2 работают точнее дискретных дифференциаторов первого типа (ДД1), вычисляющих разность мгновенных значений входного сигнала, измеренных через фиксированный промежуток времени [2].\*

В работе [3] получена оценка максимальной погрешности ДД1 при наличии случайных помех. Из условия минимума этой оценки выбирается оптимальный интервал дискретности и оцениваются точностные возможности ДД1 [4]. Однако о точности ДД1 целесообразнее судить по среднеквадратической погрешности [5], так как при ориентировке на максимальную погрешность точность получается заниженной. В работе [6] дана оценка максимальной погрешности ДД2.

В настоящей статье предлагается оценка среднеквадратической погрешности ДД2, из условия минимума которой находится оптимальный интервал дискретности.

Сигнал  $x(t)$  на входе ДД2 состоит из полезного сигнала  $f(t)$  и сигнала помехи  $m(t)$

$$x(t) = f(t) + m(t).$$

Сигнал  $y(t)$  на выходе ДД2 получается в дискретные моменты времени  $t_i = iT$ :

$$g(t_i) = \frac{1}{T^2} \left[ \int_{t_i-T}^{t_i} x(\tau) d\tau - \int_{t_i-2T}^{t_i-T} x(\tau) d\tau \right] = g(t_i) + n(t_i),$$

где  $g(t_i) = \frac{1}{T^2} \left[ \int_{t_i-T}^{t_i} f(\tau) d\tau - \int_{t_i-2T}^{t_i-T} f(\tau) d\tau \right]$  — полезная составляющая сигнала на выходе;

$n(t_i) = \frac{1}{T^2} \left[ \int_{t_i-T}^{t_i} m(\tau) d\tau - \int_{t_i-2T}^{t_i-T} m(\tau) d\tau \right]$  — помеха на выходе;  $2T$  — время цикла измерения.

\* См. также статью М. В. Анолика, В. А. Левидова, Г. П. Цивирко «Сравнительная оценка точности двух типов дискретно-дифференцирующих измерительных устройств» в настоящем сборнике, стр. 99.

Задача заключается в определении скорости изменения полезного сигнала. Обычно выходной сигнал рассматривается как приближенное значение этой скорости в некоторый фиксированный момент времени, например, в середине или в конце цикла измерения [2, 3], а для ее нахождения в моменты времени, не совпадающие с моментами отсчета, применяют интерполяцию. При этом для определения погрешности измерения скорости изменения в любой момент времени необходимо учитывать методическую погрешность ее определения в момент отсчета и погрешность интерполяции [4].

Ниже рассматривается другой метод оценки погрешности дискретного измерения скорости, при котором, в частности, нет необходимости вычислять погрешность интерполяции.

Будем считать выходной сигнал приближенным значением скорости  $f'(t_i)$  в случайный момент времени  $t_i$ , лежащий в пределах цикла измерения  $t_i - 2T \leq t_i \leq t_i$ . Тогда методическая погрешность

$$\delta_m(t_i) = g(t_i) - f'(t_i)$$

будет случайной величиной. Случайные отсчеты  $t_i$  считаем независимыми и одинаково распределенными случайными величинами, которые удобно представить в виде  $t_i = t_i - T + \theta_i$ , где  $-T \leq \theta_i \leq T$  образуют последовательность независимых, одинаково распределенных случайных величин; плотность их распределения обозначим через  $p(\theta)$ .

Плотность распределения  $p(\theta)$  подберем так, чтобы отсутствовала систематическая погрешность, т. е. чтобы математическое ожидание методической погрешности на любом цикле измерения

$$M\delta_{mi} = \int_{-T}^T \delta_m(t_i) p(\theta_i) d\theta_i \quad (1)$$

равнялось нулю. Легко проверить, что этому условию удовлетворяет функция

$$p(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{T} \left(1 - \frac{|\theta|}{T}\right) & \text{при } |\theta| \leq T, \\ 0 & \text{при } |\theta| > T, \end{cases} \quad (2)$$

являющаяся плотностью распределения разности двух независимых случайных величин  $\xi$  и  $\zeta$ , равномерно распределенных на промежутке  $[0, T]$ . Таким образом, чтобы реализовать измерение скорости в случайной точке  $t_i$ , ДДЗ необходимо снабдить датчиком случайных чисел [7], с помощью которого получают величины  $\xi$  и  $\zeta$ ; при этом значения выходного сигнала  $y(t_i)$ , получаемые в моменты времени  $t_i$ , наносятся на диаграмму в точках, соответствующих моментам времени  $t_i = t_i - T + \xi_i - \zeta_i$ . Тогда дисперсия методической погрешности на  $i$ -м цикле измерения

$$\sigma_{mi}^2 = \int_{-T}^T \delta_m^2(t_i) p(\theta_i) d\theta_i. \quad (3)$$

Для оценки  $\sigma_{mi}^2$  методическую погрешность представим в виде

$$\delta_m(t_i) = \frac{1}{T^2} \int_0^T d\xi \int_{-\xi}^{\xi} [f'(t_i - T + \zeta) - f'(t_i - T + \theta_i)] d\zeta \quad (4)$$

и предположим, как и в работе [5], что первая производная полезного сигнала удовлетворяет условию Липшица порядка  $\mu$ , т. е. для любых  $\xi$  и  $\zeta$  выполнено неравенство

$$|f'(\xi) - f'(\zeta)| \leq C |\xi - \zeta|^\mu, \quad (5)$$

где  $C$  — некоторая постоянная, а  $0 < \mu \leq 1$ . При предположении о непрерывности второй производной полезного сигнала будет выполнено неравенство

$$|f'(\xi) - f'(\zeta)| \leq \max |f''(\xi)| |\xi - \zeta|, \quad (6)$$

из которого следует неравенство (5) при  $C = \max |f''(\xi)|$  и  $\mu = 1$ .

Рассмотрим функцию

$$F(\xi, \theta) = \int_{-\xi}^{\xi} [f'(t - T + \zeta) - f'(t - T + \theta)] d\zeta.$$

Воспользовавшись неравенством (5), получим

$$|F(\xi, \theta)| \leq \int_{-\xi}^{\xi} |f'(t - T + \zeta) - f'(t - T + \theta)| d\zeta \leq C \int_{-\xi}^{\xi} |\theta - \zeta|^{\mu} d\zeta. \quad (7)$$

Вычислив интеграл

$$\varphi(\xi, \theta) = \int_{-\xi}^{\xi} |\theta - \zeta|^{\mu} d\zeta,$$

получим

$$\varphi(\xi, \theta) = \begin{cases} \frac{(|\theta| + \xi)^{\mu+1}}{\mu+1} - \frac{(|\theta| - \xi)^{\mu+1}}{\mu+1} & \text{при } |\theta| \geq \xi, \\ \frac{(\xi + \theta)^{\mu+1}}{\mu+1} + \frac{(\xi - \theta)^{\mu+1}}{\mu+1} & \text{при } |\theta| < \xi. \end{cases} \quad (8)$$

Из (4) и (7) находим оценку

$$|\delta_m(\tau_i)| \leq \frac{1}{T^2} \int_0^T |F(\xi, \theta_i)| d\xi \leq \frac{C}{T^2} \int_0^T \varphi(\xi, \theta_i) d\xi. \quad (9)$$

Вычислив интеграл

$$I(\theta) = \int_0^T \varphi(\xi, \theta) d\xi,$$

получим

$$I(\theta) = \frac{(T + \theta)^{\mu+2} - 2|\theta|^{\mu+2} + (T - \theta)^{\mu+2}}{(\mu+1)(\mu+2)}. \quad (10)$$

Итак, из (3) и (9) будем иметь оценку

$$\sigma_{\delta}^2 \leq \frac{C^2}{T^4} \int_{-T}^T I^2(\theta) p(\theta) d\theta. \quad (11)$$

Таким образом, задача сводится к вычислению интеграла

$$I = \int_{-T}^T I^2(\theta) p(\theta) d\theta.$$

Используя выражения (2) и (10) и заменяя переменную  $\theta = Tt$ , будем иметь

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{1}{T^2 (\mu + 1)^2 (\mu + 2)^2} \int_{-T}^T [(T + \theta)^{\mu+2} - 2|\theta|^{\mu+2} + (T - \theta)^{\mu+2}]^2 (T - |\theta|) d\theta = \\
 &= \frac{2}{T^2 (\mu + 1)^2 (\mu + 2)^2} \int_0^T [(T + \theta)^{\mu+2} - 2\theta^{\mu+2} + (T - \theta)^{\mu+2}]^2 (T - \theta) d\theta = \\
 &= \frac{2T^{2\mu+4}}{(\mu + 1)^2 (\mu + 2)^2} \int_0^1 [(1 + t)^{\mu+2} - 2t^{\mu+2} + (1 - t)^{\mu+2}]^2 (1 - t) dt = \\
 &= \frac{2T^{2\mu+4}}{(\mu + 1)^2 (\mu + 2)^2} \left[ \int_0^1 (1 + t)^{2\mu+4} (1 - t) dt + 4 \int_0^1 t^{2\mu+4} (1 - t) dt + \right. \\
 &+ \int_0^1 (1 - t)^{2\mu+5} dt - 4 \int_0^1 (1 + t)^{\mu+2} t^{\mu+2} (1 - t) dt + \\
 &+ \left. 2 \int_0^1 (1 + t)^{\mu+2} (1 - t)^{\mu+3} dt - 4 \int_0^1 (1 - t)^{\mu+3} t^{\mu+2} dt \right].
 \end{aligned}$$

Выражая полученные интегралы через  $B$ -функцию

$$B(\alpha, \beta) = \int_0^1 t^{\alpha-1} (1-t)^{\beta-1} dt$$

и гипергеометрическую функцию [8]

$$F(\alpha, \beta, \gamma, z) = \frac{1}{B(\beta, \gamma - \beta)} \int_0^1 t^{\beta-1} (1-t)^{\gamma-\beta-1} (1-tz)^{-\alpha} dt,$$

окончательно получим оценку

$$\begin{aligned}
 \sigma_{Ml}^2 &\leq \frac{2C^2 T^{2\mu}}{(\mu + 1)^2 (\mu + 2)^2} [B(1, 2) F(-2\mu - 4, 1, 3, -1) + 4B(2\mu + 5, 2) + \\
 &+ \frac{1}{2\mu + 6} - 4B(\mu + 3, 2) F(-\mu - 2, \mu + 3, \mu + 5, -1) + \\
 &+ 2B(1, \mu + 4) F(-\mu - 2, 1, \mu + 5, 1) - 4B(\mu + 3, \mu + 4)]. \quad (12)
 \end{aligned}$$

Правая часть формулы (12) не зависит от  $l$  — номера цикла измерения и, следовательно, оценка пригодна для любого цикла измерения. Однако полученная оценка очень сложна при  $\mu \neq 1$ . По-видимому, на практике достаточно ограничиться случаем, когда полезный сигнал  $f(t)$  имеет непрерывную вторую производную (6). В этом случае формулы (8), (10), (12) примут вид:

$$\varphi(\xi, \theta) = \int_{-\xi}^{\xi} |\theta + \zeta| d\zeta = \begin{cases} 2\xi|\theta| & \text{при } |\theta| \geq \xi; \\ \xi^2 + \theta^2 & \text{при } |\theta| < \xi; \end{cases} \quad (13)$$

$$I(\theta) = \int_0^T \varphi(\xi, \theta) d\xi = \frac{T^3 - |\theta|^3}{3} + \theta^2 T; \quad (14)$$

$$\sigma_{Ml} \leq \sqrt{\frac{43}{180}} T \max |f''(t)|. \quad (15)$$

Выражение (15) может быть получено или путем интегрирования из (3) с учетом (6), (13), (14) или непосредственно из оценки (12) при  $\mu = 1$  и  $C = \max |\dot{f}(t)|$ . При этом для вычисления правой части нужно использовать формулу (8)

$$B(m, n) = \frac{\Gamma(m) \Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, \quad \Gamma(n) = (n-1)!;$$

$$F(\alpha, \beta, \gamma, z) = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma!} z + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{\gamma(\gamma+1)1 \cdot 2} z^2 +$$

$$+ \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\beta(\beta+1)(\beta+2)}{\gamma(\gamma+1)(\gamma+2)1 \cdot 2 \cdot 3} z^3 + \dots \quad (16)$$

причем при  $\mu = 1$ , как видно из (12), все аргументы у  $B$ - и  $F$ -функций будут целыми и ряд (16) обратится в конечную сумму.

Суммарная погрешность ДД2

$$\sigma_{\text{сум}}(\tau_i) = \delta_m(\tau_i) + n(t_i)$$

представляет собой сумму двух случайных величин, математические ожидания которых равны нулю (1) и, следовательно, итоговая систематическая погрешность отсутствует. Предположив для простоты, что  $\delta_m(\tau_i)$  и  $n(t_i)$  некоррелированы, получим дисперсию суммарной погрешности ДД2

$$\sigma_{\text{сум}i}^2 = \sigma_{m_i}^2 + \sigma_{\text{вмх}}^2 \quad (17)$$

причем оценка  $\sigma_{m_i}^2$  дается формулами (12) или (15) в зависимости от свойств полезного сигнала, а выражение для дисперсии помехи на выходе  $\sigma_{\text{вмх}}^2$  получено в работе [6].

Используем оценку суммарной погрешности для выяснения точностных возможностей ДД2 при дифференцировании медленно меняющихся сигналов. При этом можно считать полезный сигнал функцией с ограниченным спектром и для оценок его производных пользоваться неравенством Бернштейна [9]

$$|f^{(n)}(t)| \leq A\omega_{\text{макс}}^n \quad (18)$$

где  $A = \max |f(t)|$  при всех  $t$ , а  $\omega_{\text{макс}}$  — максимальная частота в спектре полезного сигнала.

В качестве примера рассмотрим помеху с корреляционной функцией  $R_m(t) = \sigma^2 e^{-\alpha|t|}$ . Учитывая данные [6],

$$\sigma_{\text{вмх}}^2 = \frac{4\sigma^2}{\alpha^2 T^4} \left[ e^{-\alpha T} - 1 + \alpha T - \frac{1}{2} (1 - e^{-\alpha T})^2 \right]. \quad (19)$$

Введем безразмерные величины [5]\*:

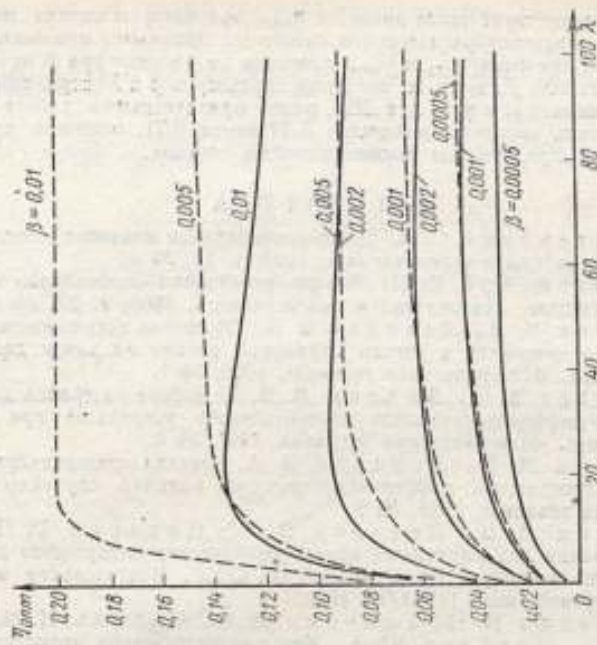
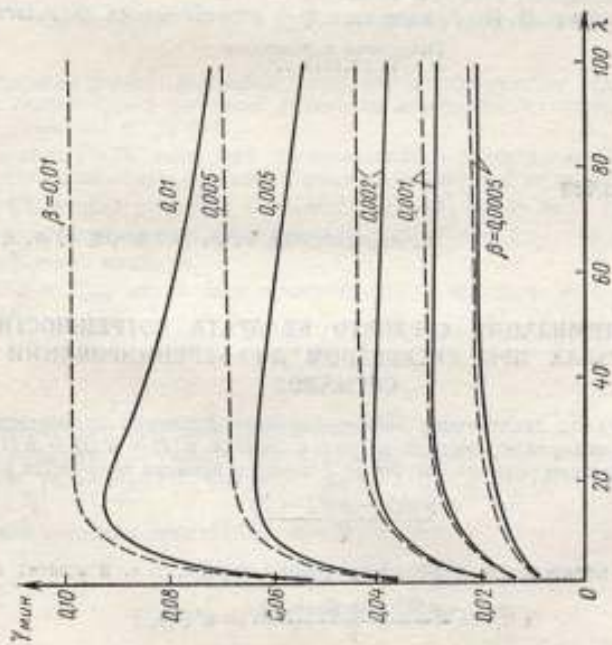
$$\beta = \frac{\sigma}{A}; \quad \lambda = \frac{\alpha}{\omega_{\text{макс}}}; \quad \eta = \omega_{\text{макс}} T; \quad \gamma = \frac{\sigma_{\text{сум}i}}{A\omega_{\text{макс}}} \quad (20)$$

Из формул (15), (17)–(20) получим

$$\gamma^2 \leq \frac{43}{180} \eta^2 + \frac{4\beta^2}{\lambda^2 \eta^4} (2\lambda\eta - 3 + 4e^{-\lambda\eta} - e^{-2\lambda\eta}).$$

\* Обозначения этих величин см. в статье М. В. Анолика, Г. П. Цивирко, В. А. Левидова стр. 99





Зависимость  $\gamma_{\min}$  и  $\gamma_{\max}$  от значений  $\beta$  и  $\lambda$ .



Очевидно существует такое значение  $\tau_{\text{опт}}$ , при котором оценка максимума относительной среднеквадратической погрешности принимает минимальное значение  $\gamma_{\text{мин}}$ . Эти значения  $\tau_{\text{опт}}$  и  $\gamma_{\text{мин}}$  нанесены на рисунке при  $\beta$  от 0,0005 до 0,01 и  $\lambda$  от 1 до 100. Для тех же значений параметров  $\beta$  и  $\lambda$  штриховой линией отмечены значения  $\tau_{\text{опт}}$  и  $\gamma_{\text{мин}}$  для ДД1, ранее приведенные в работе [5]. Из сравнения кривых видно преимущество ДД2 перед ДД1, особенно при больших  $\beta$  и  $\lambda$ , т. е. при сильных высокочастотных помехах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дилигенский С. Н. Дифференцирование медленно изменяющихся сигналов. «Автоматика и телемеханика», 1960, т. 21, № 4.
2. Дилигенский С. Н. Методы реализации оптимальных фильтров с конечной памятью. «Автоматика и телемеханика», 1961, т. 22, № 11.
3. Анолик М. В., Левидов В. А. Об оценке погрешности дискретного измерения скоростей с учетом случайной помехи на входе дискретного дифференциатора. «Измерительная техника», 1966, № 1.
4. Левидов В. А., Анолик М. В. О выборе интервала дискретности дискретно-дифференцирующего измерительного устройства при наличии случайных помех. «Измерительная техника», 1967, № 3.
5. Анолик М. В., Левидов В. А. Оценка среднеквадратической погрешности дискретного дифференциатора при наличии случайных помех. «Измерительная техника», 1968, № 9.
6. Анолик М. В., Левидов В. А., Цивирко Г. П. Применение сглаживания для улучшения помехоустойчивости дискретного дифференциатора. Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области тепловых измерений, вып. 111 (171), 1969.
7. Бусленко Н. П., Голенко Д. И., Соболев И. М., Срагович В. Г., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло). Справочная математическая библиотека, Физматгиз, 1962.
8. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ГИФМЛ, 1962.
9. Ахнезер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. Физматгиз, 1965.

Поступила в редакцию  
11.VI.1969 г.

УДК 621.391.2.088

В. А. ЛЕВИДОВ, О. Н. ТИХОНОВ, Г. П. ЦИВИРКО

ВНИИМ

#### МИНИМИЗАЦИЯ СРЕДНЕГО КВАДРАТА ПОГРЕШНОСТИ В УЗЛАХ ПРИ ДИСКРЕТНОМ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИИ СИГНАЛОВ

Если на вход дискретного дифференциатора подаются одновременно стационарные и некоррелированные сигнал и помеха  $y(t) = x(t) + n(t)$ , то на выходе в дискретные равноотстоящие на  $T$  моменты времени получается результат

$$\frac{y(t_i) - y(t_i - T)}{T}$$

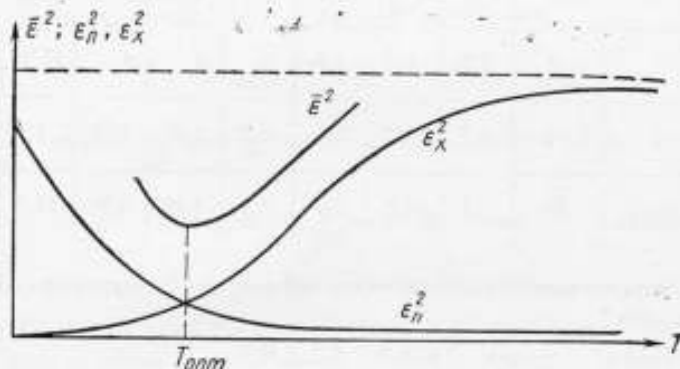
Текущая погрешность дифференцирования в узле, т. е. в момент  $t_i$ ,

$$e(t_i) = \frac{y(t_i) - y(t_i - T)}{T} - x'(t_i).$$

Средний квадрат погрешности  $e(t_i)$  получается так [1]:

$$\begin{aligned} \bar{e}^2(T) &= \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{1}{2B} \int_{-B}^B e^2(t_i) dt_i = \lim_{B \rightarrow \infty} \frac{1}{2B} \int_{-B}^B \left[ \frac{y(t_i) - y(t_i - T)}{T} - x'(t_i) \right]^2 dt_i = \\ &= \frac{2}{T^2} R_x(0) - \frac{2}{T^2} R_x(T) - R_x''(0) + \frac{2}{T} R_x'(T) + \\ &+ \frac{2}{T^2} R_n(0) - \frac{2}{T^2} R_n(T) - R_n''(0), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $R_x(\tau)$ ,  $R_n(\tau)$ ,  $R_x'(\tau)$ ,  $R_x''(\tau)$  — корреляционные функции сигнала и помехи и производные по  $\tau$  от  $R_x(\tau)$ .



Зависимость  $\bar{e}^2$ ,  $\epsilon_x^2$  и  $\epsilon_n^2$  от интервала дискретности  $T$ .

В промежуточных выкладках используем определение корреляционной функции стационарных сигналов, учитываем некоррелированность  $x(t)$  и  $n(t)$ , а также равенство  $R'(0) = 0$ .

Величина  $\bar{e}^2(T)$  имеет две составляющие — обусловленную искажением сигнала и обусловленную помехой. Первая с изменением  $T$  от нуля и выше растет до  $-R_x''(0)$ , вторая при этом изменяется от  $-R_n''(0)$  до нуля (см. рисунок). Поэтому существует оптимальный интервал дискретности  $T_{\text{опт}}$ , при котором  $e^2 = \epsilon_x^2 + \epsilon_n^2$  имеет минимум.

Величина  $T_{\text{опт}}$  может быть вычислена при известных  $R_x(\tau)$  и  $R_n(\tau)$  из уравнения

$$\frac{\partial \bar{e}^2(T)}{\partial T} = 0, \quad (2)$$

куда взамен  $\bar{e}^2(T)$  надо подставлять (1).

Предложенную методику рассмотрим на конкретном числовом примере. Задано:  $R_x(\tau) = \sigma_x^2 e^{-\alpha^2 \tau^2}$ , где  $\sigma_x^2 = 100$ ,  $\alpha^2 = 0,1$  и  $R_n(\tau) = \sigma_n^2 e^{-\beta |\tau|}$ ,  $\sigma_n^2 = 1$ ,  $\beta = 1$ .

Первая и вторая производные для  $R_x(\tau)$  будут:

$$\begin{aligned} R_x'(\tau) &= -2\tau\alpha^2\sigma_x^2 e^{-\alpha^2\tau^2}; \\ R_x''(\tau) &= 4\tau^2\alpha^2\sigma_x^2 e^{-\alpha^2\tau^2} - 2\alpha^2\sigma_x^2 e^{-\alpha^2\tau^2}. \end{aligned}$$

Тогда при  $T = 0$   $R_x^*(0) = -2\alpha^2\sigma_x^2$ ;  $R_n(0) = \sigma_n^2$ .

С учетом числовых данных найдем, согласно (1), значение

$$\bar{\epsilon}^2(T) = \epsilon_x^2(T) + \epsilon_n^2(T),$$

$$\text{где } \epsilon_x^2(T) = 100 \left[ \frac{2}{T^2} (1 - e^{-0,17T}) + 0,2 - 0,4e^{-0,17T} \right];$$

$$\epsilon_n^2(T) = \frac{2}{T^2} (1 - e^{-T}).$$

Вычисленные значения  $\epsilon_x^2$  и  $\epsilon_n^2$  при различных  $T$  приведены в таблице.

$T$	0	0,4	0,5	0,6	0,7	0,9	1	3,15	$\infty$
$\epsilon_x^2$	0	0,5	1	1,5	2	3	4	17,8	20
$\epsilon_n^2$	$\infty$	5,7	3,2	2,5	2,2	1,46	1,28	1,1	0
$\bar{\epsilon}^2 = \epsilon_x^2 + \epsilon_n^2$	$\infty$	6,2	4,2	4	4,2	4,46	5,28	18,9	20

Как видно, минимальное значение  $\bar{\epsilon}^2 = \epsilon_x^2 + \epsilon_n^2$  будет при  $T_{\text{опт}} = 0,6$  ед. врем.

#### ЛИТЕРАТУРА

Солодовников В. В. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз, 1960.

Поступила в редакцию  
9.VI.1969 г.

УДК 621.317.772.2.088

В. В. КУДРЯШЕВ  
ВНИИМ

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ФАЗОМЕТРОВ, ФИКСИРУЮЩИХ МОМЕНТЫ ПЕРЕХОДА ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ НУЛЬ

Одним из основных источников погрешности фазометров являются нелинейные искажения измеряемого сигнала. Теоретическая оценка погрешности фазовых измерений как функции от коэффициента нелинейных искажений достаточно сложна. Поэтому до сих пор нет строгой методики оценки этой погрешности. Наиболее неблагоприятными с точки зрения фазовых измерений являются нелинейные искажения гармонических сигналов.

Погрешность, обусловленная искажением формы входного сигнала, определяется сдвигом моментов перехода через нуль искаженного сигнала относительно момента перехода через нуль его первой гармоники.

Если представить один из исследуемых сигналов, содержащий высшие гармоники в виде

$$U(t) = \sin \omega t - \sum_{k=2}^n \varepsilon_k \sin(k\omega t - \varphi_k), \quad (1)$$

где  $\varepsilon_k$  — амплитуда  $k$ -й гармоники, то момент перехода через нуль его первой гармоники будет соответствовать

$$t = \frac{1}{2} p T, \quad p = 0, 1, 2, \dots$$

Здесь  $T$  — период первой гармоники.

Без нарушения общности можно положить  $p = 0$  и определить смещение момента перехода через нуль реального сигнала относительно начала координат  $t = 0$ . Тогда условие  $U(t) = 0$  можно записать в виде

$$\sin \omega t = \sum_{k=2}^n \varepsilon_k \sin(k\omega t - \varphi_k). \quad (2)$$

Сдвиг момента перехода реальным сигналом нулевого уровня в единицах фазового угла

$$\omega t = \arcsin \sum_{k=2}^n \varepsilon_k \sin(k\omega t - \varphi_k). \quad (3)$$

Если ограничиться рассмотрением погрешностей, возникающих из-за нелинейных искажений измеряемого сигнала, не превышающих  $\frac{\pi}{2}$  (в противном случае вряд ли можно ставить вопрос о фазовых измерениях), то максимальная величина погрешности, согласно [1, 2], будет

$$k\omega t - \varphi_k = \frac{\pi}{2} \quad (4)$$

и

$$\Delta\varphi^0 = \omega t = \arcsin \sum_{k=2}^n \varepsilon_k. \quad (5)$$

Известно, что коэффициент гармоник

$$k_k = \sqrt{\sum_{k=2}^n \varepsilon_k^2}. \quad (6)$$

Смещение момента перехода сигнала через нуль относительно момента перехода через нуль основной гармоники описывается выражением (5). Совместное рассмотрение условий (5) и (6) дает верхнюю оценку возможной погрешности. Если принять

$$\Delta\varphi_{\max}^0 = \arcsin \sum_{k=2}^n \varepsilon_k = \arcsin \varepsilon, \quad (7)$$

то при равном удельном весе всех гармоник

$$\varepsilon_k = \frac{\varepsilon}{n-1},$$

Минимальный коэффициент гармоник, обеспечивающий максимально допустимую величину погрешности  $\Delta\varphi_{\max}^0$

$$k_r = \frac{\varepsilon}{\sqrt{n-1}}, \quad (8)$$

т. е.  $\lim_{n \rightarrow \infty} K_r = 0$ , хотя погрешность измерения при этом не меняется.

Физически это означает, что при неограниченно широком спектре искажающих сигналов момент перехода через нуль может определяться не основной гармоникой (частотой), а накладывающимися на нее предельно узкими импульсами достаточно большой амплитуды (хотя энергия этих импульсов, определяющая содержание высших гармоник, может быть бесконечно малой). Поэтому оценку влияния высших гармонических составляющих можно произвести только для конечного числа их. Так, верхняя оценка

$$\delta\varphi_{\max}^0 = \arcsin \sqrt{(n-1)k_r}. \quad (9)$$

В реальных сигналах, как правило, мощность гармоник убывает с увеличением их порядкового номера. Если закон убывания мощности известен, то в каждом отдельном случае можно получить более точные оценки, используя выражение (5). Эта оценка дает возможность сформулировать требования к испытательному сигналу, который можно было бы использовать для определения погрешности фазометров от нелинейных искажений:

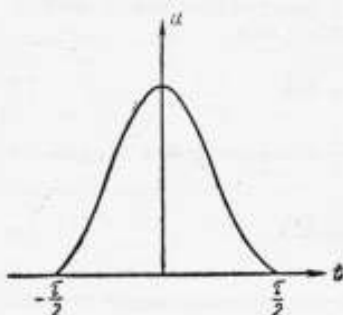


Рис. 1. Импульс вида  $U(t) = \cos^2 \frac{\pi t}{\tau}$ .

1) форма сигнала должна быть наиболее неблагоприятной с точки зрения вносимой сигналом дополнительной погрешности измерения фазы;

2) сигнал должен содержать известное, легко определяемое и регулируемое количество гармоник, амплитуда которых убывает по заданному закону, и допускать простую регулировку и измерение коэффициента гармоник в выходном сигнале.

Таким требованиям удовлетворяет сигнал, представляющий собой сумму практически чистого синусоидального сигнала и периодической последовательности косинус — квадратных импульсов

$$U(t) = \cos^2 \frac{\pi t}{\tau} \quad (\text{см. рис. 1}). \quad (10)$$

Здесь амплитуда импульсов принята равной единице.

Спектр этих импульсов описывается функцией

$$F(\omega) = \frac{\tau}{2} \frac{\sin \frac{\omega t}{2}}{\frac{\omega t}{2}} \frac{\left(\frac{2\pi}{\omega\tau}\right)^2}{\left(\frac{2\pi}{\omega\tau}\right)^2 - 1}. \quad (11)$$

Таким образом, спектр получаемого искаженного сигнала достаточно компактен и значительная часть общей энергии высших гармонических составляющих пройдет через входное устройство фазометра.

При выборе параметров последовательности замешиваемых в синусоидальный сигнал импульсов необходимо учитывать следующее:

1) длительность импульса выбирается в соответствии с требуемым значением первого нуля частотного спектра (рис. 2);

2) частота импульсов зависит от частоты первой из высших гармонических составляющих, влияние которых на погрешность фазометра требуется определить;

3) если присутствие четных гармоник в сигнале по каким-либо причинам нежелательно, замещаемый сигнал формируется в виде суммы двух последовательностей импульсов одинаковой частоты и формы, но обратной полярности, сдвинутых друг относительно друга на полпериода.

Ценным качеством такого испытательного сигнала является легкость определения коэффициента гармоник сложного напряжения. Действительно, для трех практических случаев легко получить в сигнале (рис. 3):

а) только четные гармоники

$$k_r = 0,25A; \quad (12)$$

б) только нечетные гармоники

$$k_r = 0,086A; \quad (13)$$

в) четные и нечетные гармоники

$$k_r = 0,265A. \quad (14)$$

Здесь  $A$  — отношение амплитуды импульса к эффективному значению синусоидального сигнала.

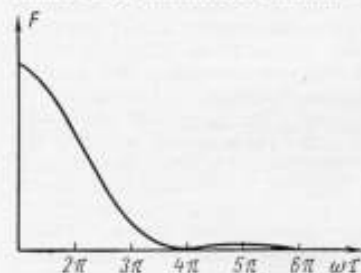


Рис. 2. Спектр импульса вида

$$U(t) = \cos^2 \frac{\pi t}{\tau}.$$

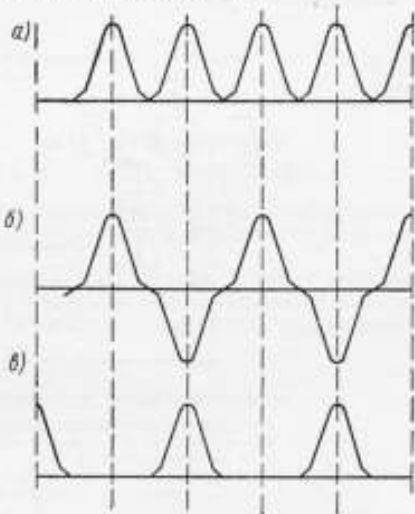


Рис. 3. Периодические последовательности косинус — квадратных импульсов: а — четные гармоники исходного сигнала; б — нечетные гармоники исходного сигнала; в — четные и нечетные гармоники исходного сигнала.

В настоящее время отсутствует аппаратура, позволяющая создать высокочастотные сигналы сложной формы с контролируемым и регулируемым содержанием высших гармоник. Так, выпускаемый промышленностью генератор сигналов сложной формы Гб-1 имеет высшую частоту гармонической составляющей 120 кГц, т. е. не дает возможности проверять фазометры, работающие на частотах выше 40 кГц. Поэтому целесообразно погрешности фазометров определять при искажении формы сигнала, замещивая в один из синусоидальных сигналов косинус — квадратные импульсы. Блок-схема прибора для получения сложных сигналов дана на рис. 4.

Усилитель-распределитель 1 разделяет входной сигнал, поступающий от генератора на неискаженный сигнал, и сигналы, используемые для формирования требуемого искажающего сигнала. Формирование этого сигнала происходит следующим образом.

Периодические последовательности однополярных полуволи, поступающие с селекторов 6, 7, перед подачей на квадраторы регулируются и уравниваются по амплитуде аттенюаторами 8, 9.

На квадраторах 10, 11, состоящих из диодного преобразователя и решающего усилителя, последовательности полуволи преобразуются в последовательности косинус — квадратных импульсов. С помощью фазоинвертора 12 на сумматоре 13

осуществляются операции сложения или вычитания двух периодических последовательностей импульсов. Таким образом, на выходе сумматора 13 имеется три вида сигнала (12), (13), (14).

Требуемая амплитуда, соответствующая заданному коэффициенту гармоник для неискаженного сигнала, устанавливается в усилителе с градуированным выходным напряжением 14. На сумматоре 3 происходит замешивание полученного искажающего сигнала в неискаженный с фазой, устанавливаемой фазовращателем 2. Суммарный сложный сигнал регулируется по амплитуде и с заданным фазовым сдвигом первой гармоники, определяемым фазовращателем 4, подается на исследуемый фазометр.

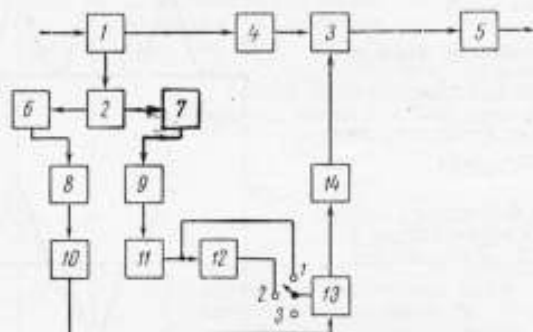


Рис. 4. Схема получения сложного сигнала.

1 — усилитель-распределитель; 2, 4 — фазовращатели; 3 — сумматор; 5 — выходной каскад; 6, 7 — селекторы; 8, 9 — аттенюаторы; 10, 11 — квадраторы; 12 — фазоинвертор; 13 — сумматор; 14 — усилитель с градуированным коэффициентом усиления.

Результаты эксперимента, выполненного с помощью прибора, созданного по описанной выше схеме, показали расхождение с расчетными данными [см. выражения (12), (13), (14)] в пределах погрешности эксперимента (порядка 15%), определяемой в основном погрешностью измерителя коэффициента нелинейных искажений СБ-1.

Таким образом, изложенное выше позволяет сделать вывод о возможности использования для выделения составляющей погрешности фазометров, обусловленной искажением формы одного из входных сигналов, сигналов, формирование которых осуществляется с помощью аналоговой вычислительной техники. При этом контроль и регулировка формируемого сигнала сводится к контролю и регулировке амплитуд составляющих, что дает возможность с достаточной точностью устанавливать его параметры.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кадук Б. Г. К вопросу о влиянии нелинейных искажений на погрешность измерения фазового сдвига между двумя напряжениями. «Измерительная техника», 1961, № 6.
2. Кадук Б. Г., Слабодянский Л. Э. Влияние сдвига фаз гармонических составляющих на погрешность измерения электронным фазометром. «Измерительная техника», 1962, № 8.
3. Торбенков Г. М., Скуридик В. П., Янко-Гриницкий и Л. А. Анализ некоторых источников погрешностей электронных импульсных фазометров. Известия высших учебных заведений. «Электротехника», 1965, № 9.
4. Гуревич М. С. Спектры радиосигналов. Связьиздат. 1963.



5. Cumming R. C., Perry M., Preist D. H. Calculated spectra of distorted gaussian pulses. «Microwave Journals», 1965, 8, N 4.

6. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. «Советское радио», 1967.

Поступила в редакцию  
11.VI.1969 г.

УДК 621.317.772.2.088

В. А. ВОЛ  
ВНИИМ

### ОБ ОШИБКАХ ОДНОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТЕЙ ФРОНТА И СПАДА ИМПУЛЬСОВ

При настройке, контроле и проверке многих радиосистем и радиоприборов важную роль играет контроль формы видеопульсов и, в частности, длительностей фронта и спада этих импульсов.

Одним из способов измерения длительностей фронта и спада импульсов является так называемый метод квазидифференцирования, основанный на изобретении [1]. К сожалению, в литературе до сих пор отсутствует анализ погрешностей предложенного метода. Ввиду того, что относительная простота аппаратуры, осуществляющей измерение фронта и спада импульсов методом квазидифференцирования, способствует его применению для технологического и автоматического контроля, целесообразно произвести анализ погрешности, присущей данному способу измерений (теоретической погрешности [2]), и оценить грубые ошибки.

Метод квазидифференцирования заключается в следующем. На общей нагрузке из исходного импульса (рис. 1, а) вычитается тот же импульс, задержанный на некоторый известный интервал  $\Delta t$  (рис. 1, б). Амплитуда получаемого импульса (рис. 1, в) несет информацию о минимальной длительности фронта

$$\tau_{\text{ф min}} \approx \frac{U_1 \Delta t}{U_2}, \quad (1)$$

где  $\tau_{\text{ф min}}$  — минимальная длительность фронта;  $U_1$  — амплитуда исходного импульса;  $U_2$  — амплитуда результирующего импульса;  $\Delta t$  — задержка, фиксированная в данном диапазоне измерений.

Под минимальной длительностью фронта понимается величина, обратная максимальной крутизне фронта [3, 4]:

$$\tau_{\text{ф min}} = \frac{U_1}{\left[ \frac{d}{dt} u(t) \right]_{\text{max}}}, \quad (2)$$

где  $u(t)$  — закон изменения фронта во времени.

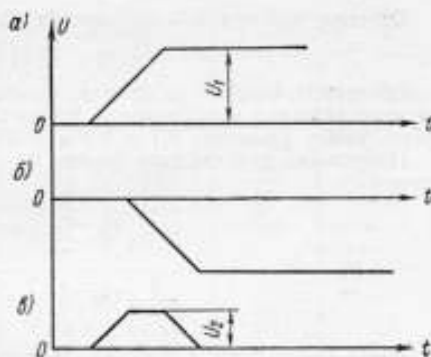


Рис. 1. Преобразования импульса при квазидифференцировании: а — исходный импульс; б — задержанный импульс; в — импульс, полученный в результате квазидифференцирования.

Отметим, что минимальная длительность фронта применяется только для характеристики переходных процессов в многокаскадных (многозвенных) линейных системах, так как форма перепада напряжения, прошедшего такую систему, обладает осевой симметрией [5]. Сигналы на выходе нелинейных цепей, в том числе и схем формирования импульсов, минимальной длительностью фронта характеризовать не принято. Поскольку метод квазидифференцирования применяется для измерения длительностей фронта и спада импульсов произвольной формы, в данной работе теоретическая погрешность метода определяется параллельно как для длительности, так и для минимальной длительности фронта.

#### Анализ теоретической погрешности

Будем считать, что фронт импульса может быть аппроксимирован выражением [6]:

$$u(t) = U_1 \left[ 1 - \frac{1}{\beta_1 - \beta_2} (\beta_1 e^{-\beta_2 t} - \beta_2 e^{-\beta_1 t}) \right], \quad (3)$$

причем форму фронта будем характеризовать коэффициентом формы

$$b = \frac{\beta_1}{\beta_2} > 1. \quad (4)$$

Введя безразмерное время  $\theta = \beta_2 t$ , можно написать

$$u(\theta) = U_1 \left[ 1 - \frac{1}{b-1} (be^{-\theta} - e^{-b\theta}) \right]. \quad (5)$$

Отметим, что при  $b \rightarrow \infty$  формула (5) вырождается в

$$u(\theta) = U_1 (1 - e^{-\theta}). \quad (6)$$

Исследуем параметры фронта, описываемого формулой (5), рассмотрев для трех значений коэффициента формы ( $b = 2$ ;  $b = 5$ ;  $b \rightarrow \infty$ ) длительность фронта между уровнями 0,1 и 0,9 и максимальную крутизну фронта.

По условию длительность фронта  $\theta_{\Phi} = \theta_2 - \theta_1$ , где  $\theta_2$  и  $\theta_1$  находятся из системы

$$\frac{1}{b-1} (be^{-\theta_2} - e^{-b\theta_2}) = 0,1; \quad (7)$$

$$\frac{1}{b-1} (be^{-\theta_1} - e^{-b\theta_1}) = 0,9.$$

Введя переменную  $z = e^{\theta}$ , из (7) получим общее уравнение

$$z^b = \frac{b}{(b-1)a} z^{b-1} - \frac{1}{(b-1)a}. \quad (8)$$

Здесь  $a = 0,1$  для  $\theta = \theta_2$  и  $a = 0,9$  для  $\theta = \theta_1$ .

Чтобы не получать решений, не имеющих смысла, отметим, что всегда  $z > 1$ , поскольку  $\theta > 0$ , и  $e^{\theta_2} = z_2 > z_1 = e^{\theta_1}$ . Для  $b = 2$  легко получить:  $z_1 = 1,459$ ;  $\theta_1 = 0,38$ ;  $z_2 = 19,49$ ;  $\theta_2 = 2,97$ ;  $\theta_{\Phi} = 2,59$ .

Для  $b \rightarrow \infty$  уравнение (8) упрощается

$$z = \frac{1}{a}.$$

Отсюда  $z_1 = 1,11$ ;  $\theta_1 = 0,104$ ;  $z_2 = 10$ ;  $\theta_2 = 2,303$ ;  $\theta_{\Phi} = 2,20$ .  
Наконец, для  $b = 5$  имеем:

$$\begin{aligned} z_1^5 &= 1,389z_1^4 - 0,2778; \\ z_2^5 &= 12,5z_2^4 - 2,5. \end{aligned} \quad (9)$$

Решая эти уравнения [7], находим:  $z_1 = 1,29$ ;  $\theta_1 = 0,25$ ;  $z_2 = 12,5$ ;  $\theta_2 = 2,53$ ;  $\theta_\Phi = 2,28$ .

Общее выражение для максимального значения крутизны фронта (3) в принятых обозначениях имеет вид [6]:

$$\left[ \frac{du(\theta)}{d\theta} \right]_{\max} = U_1 \frac{b}{b-1} (e^{-\theta_m} - e^{-b\theta_m}) \quad (10)$$

при

$$\theta_m = \frac{\ln b}{b-1}. \quad (11)$$

Отсюда на основании определения логарифма легко получить

$$\left[ \frac{du(\theta)}{d\theta} \right]_{\theta=\theta_m} = \frac{U_1}{b-1} \sqrt{\frac{b-1}{b}}. \quad (12)$$

Следовательно, минимальная длительность фронта

$$\theta_{\Phi \min} = \frac{b-1}{\sqrt{b}}. \quad (13)$$

Отметим, что при  $1 < b < \infty$   $e > \sqrt{b} > 1$  ( $e = 2,718 \dots$ ). Значения  $\theta_\Phi$  и  $\theta_{\Phi \min}$  для рассмотренных значений  $b$  приведены в таблице.

Коэффициент формы $b$	Параметры фронта		Условия измерения $\Delta\theta$	Результаты измерений		Погрешность измерений, %	
	$\theta_\Phi$	$\theta_{\Phi \min}$		$\frac{U_2}{U_1}$	$\theta_\Phi$ , кд	$\sigma_{\text{кд}}(\theta_\Phi)$	$\sigma_{\text{кд}}(\theta_{\Phi \min})$
2	2,59	2,00	0	0,00	2,00	23	0
			0,2	0,10	2,03	22	1,5
			0,5	0,25	2,04	21	2,0
			1,0	0,46	2,16	17	8,0
5	2,28	1,48	0	0,00	1,48	35	0
			0,2	0,13	1,53	33	3,5
			0,5	0,32	1,57	31	6,0
			1,0	0,57	1,75	23	18,0
$\rightarrow \infty$	2,20	1,00	0	0,00	1,00	55	0
			0,2	0,18	1,11	49	11,0
			0,5	0,39	1,27	42	27,0
			1,0	0,63	1,59	28	59,0

Для импульса, задержанного на  $\Delta\theta = \beta_2 \Delta t$ , выражение (3) примет вид

$$u(\theta - \Delta\theta) = U_1 \left\{ 1 - \frac{1}{b-1} [be^{-(\theta-\Delta\theta)} - e^{-b(\theta-\Delta\theta)}] \right\}. \quad (14)$$

Результирующее напряжение квазидифференцирования

$$\begin{aligned} u^*(\theta) &= u(\theta) - u(\theta - \Delta\theta) = \\ &= \frac{U_1}{b-1} [be^{-\theta}(e^{\Delta\theta} - 1) - e^{-b\theta}(e^{b\Delta\theta} - 1)]. \end{aligned} \quad (15)$$

Найдем момент прохождения напряжением  $u^*(\theta)$  своего максимума:

$$\left[ \frac{du^*(\theta)}{d\theta} \right]_{\theta=\theta'_m} = \frac{U_1}{b-1} \left[ -bc^{-\theta'_m} (e^{\Delta\theta} - 1) + bc^{-b\theta'_m} (e^{b\Delta\theta} - 1) \right] = 0, \quad (16)$$

откуда

$$\theta'_m = \frac{1}{b-1} \ln \frac{e^{b\Delta\theta} - 1}{e^{\Delta\theta} - 1}. \quad (17)$$

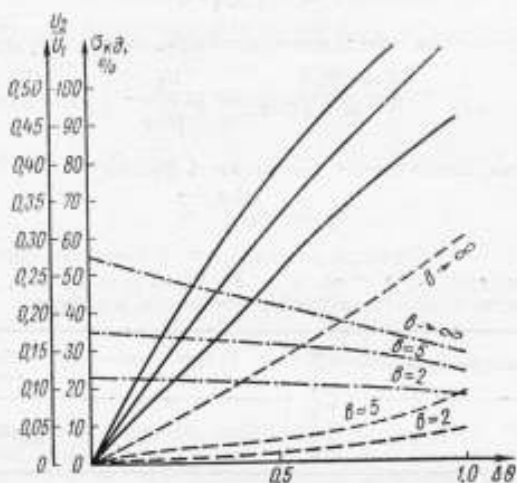


Рис. 2. Погрешности измерения фронтов методом квазидифференцирования.

$$- - - \sigma_{\kappa\delta}(\theta_{\text{min}}); \quad - - - \sigma_{\kappa\delta}(\theta_{\text{ф}}); \quad \text{—} \frac{U_2}{U_1}$$

Подставляя найденное значение  $\theta'_m$  в (15), находим

$$u^*(\theta'_m) = U_2 = U_1 (e^{\Delta\theta} - 1)^{\frac{b-1}{b}} \sqrt{\frac{e^{\Delta\theta} - 1}{e^{b\Delta\theta} - 1}}. \quad (18)$$

Следовательно, значение длительности фронта, получаемое методом квазидифференцирования

$$\theta_{\text{ф.кд}} = \frac{U_1 \Delta\theta}{U_2} = \frac{\Delta\theta}{e^{\Delta\theta} - 1} \sqrt{\frac{e^{b\Delta\theta} - 1}{e^{\Delta\theta} - 1}}. \quad (19)$$

Таким образом, результат, получаемый методом квазидифференцирования, зависит не только от фронта, но и от выбора фиксированной задержки  $\Delta\theta$ . При  $\Delta\theta \rightarrow 0$   $\theta_{\text{ф.кд}} \rightarrow \sqrt{b}$ , что совпадает с минимальной длительностью фронта  $\theta_{\text{ф. min}}$ , однако при этом  $U_2$  также стремится к нулю, и получение сколько-нибудь достоверных результатов невозможно. Значения  $\theta_{\text{ф.кд}}$  и  $\frac{U_2}{U_1}$ , рассчитанные по выведенным формулам, для нескольких фиксированных  $\Delta\theta$  приве-

дены в таблице. Располагая этими значениями, легко вычислить теоретическую погрешность измерений как длительности фронта  $\sigma_{\text{кд}}(\theta_{\text{ф}})$ , так и минимальной длительности фронта  $\sigma_{\text{кд}}(\theta_{\text{ф min}})$ , причем

$$\sigma_{\text{кд}}(\theta_{\text{ф}}) = \frac{|\theta_{\text{ф}} - \theta_{\text{ф. кд}}|}{\theta_{\text{ф}}} 100\%; \quad (20)$$

$$\sigma_{\text{кд}}(\theta_{\text{ф min}}) = \frac{|\theta_{\text{ф min}} - \theta_{\text{ф. кд}}|}{\theta_{\text{ф min}}} 100\%. \quad (21)$$

Эти погрешности также включены в таблицу (см. рис. 2).

#### Грубые ошибки, свойственные методу квазидифференцирования

Основной причиной возможных грубых ошибок при производстве измерений рассматриваемым методом является допущение о том, что импульсы имеют «гладкий» фронт с примерно известным законом изменения, который в достаточной степени характеризуется своей максимальной крутизной. Другими словами, при разложении закона изменения фронта импульса в степенной ряд достаточно ограничиться членами, содержащими аргумент в степени, не выше первой. Если реальный импульс не подчиняется этим ограничениям, результаты измерений дадут ошибку, значительно превышающую теоретическую погрешность метода. Рассмотрим два источника таких грубых ошибок.

**Неравномерность амплитудно-частотной характеристики тракта.** При контроле импульсов с достаточно короткими фронтами в состав аппаратуры включают широкополосные скорректированные усилители. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) таких усилителей имеют определенную неравномерность, как правило, порядка 10–20%. Как показано в работе [8], при прохождении импульсом линейной системы с неравномерностью АЧХ  $\epsilon$  относительно среднего значения на него накладываются дополнительные колебания, амплитуда которых зависит от вида неравномерности и может достигать  $\frac{\epsilon}{2}$ .

Оценим возможную ошибку при определении длительности фронта такого импульса методом квазидифференцирования, считая, что задержка импульса и изменение его полярности обеспечиваются без дополнительных искажений, т. е. без учета инструментальной погрешности измерительного устройства.

Импульс на входе устройства, использующего метод квазидифференцирования, можно представить в виде суммы исходного импульса и наложенных колебаний, в первом приближении синусоидальных

$$u_1(\theta) = u(\theta) + \frac{\epsilon U_1}{2} \sin(2\pi\nu\theta + \varphi). \quad (22)$$

Здесь  $\epsilon$  — относительная неравномерность АЧХ тракта;  $\varphi$  — некоторая начальная фаза;  $\nu$  — безразмерная частота, имеющая порядок верхней граничной частоты тракта.

Задержанный импульс, очевидно, запишется в виде

$$u_1(\theta - \Delta\theta) = u(\theta - \Delta\theta) + \frac{\epsilon U_1}{2} \sin[2\pi\nu(\theta - \Delta\theta) + \varphi]. \quad (23)$$

В результате квазидифференцирования получаем

$$u_1^*(\theta) = u^*(\theta) + \epsilon U_1 \sin \pi\nu \Delta\theta \cos \left[ 2\pi\nu \left( \theta - \frac{\Delta\theta}{2} \right) + \varphi \right]. \quad (24)$$

В правой части равенства (24) первый член определяет теоретический результат измерения методом квазидифференцирования, а осциллирующий второй член — ошибку за счет неравномерности АЧХ тракта. Для оценки этой ошибки

отнесем ее амплитуду к результату квазидифференцирования исходного импульса. Тогда из (18) и (24) имеем

$$|\sigma_{\text{АЧХ}}| \leq \frac{\varepsilon \sin \pi \nu \Delta \theta}{e^{\Delta \theta} - 1} \sqrt{\frac{b^{-1} (e^{\Delta \theta} - 1)}{e^{\Delta \theta} - 1}}. \quad (25)$$

Устремив к нулю фиксированную задержку  $\Delta \theta$ , последнее выражение можно упростить

$$|\sigma_{\text{АЧХ}}| \leq \varepsilon \pi \nu \sqrt{b}. \quad (26)$$

Известно, что для передачи фронта с достаточно малыми искажениями произведение полосы пропускания на длительность фронта должно иметь порядок 1.

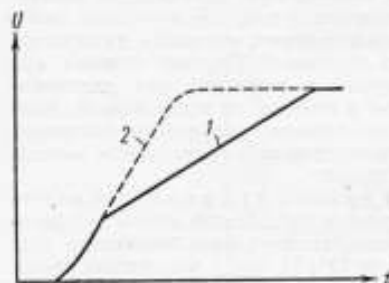


Рис. 3. Примеры контролируемых импульсов в ламповых схемах.  
1 — импульс на выходе неисправных схем; 2 — импульс на выходе исправных схем.

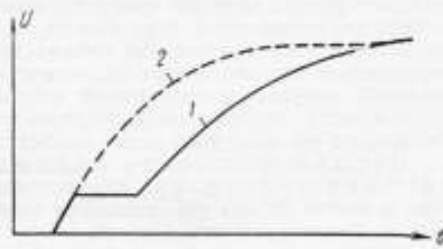


Рис. 4. Примеры контролируемых импульсов в транзисторных схемах.

1 — импульс на выходе неисправных схем при работе транзистора в режиме неполного насыщения; 2 — импульс на выходе исправных схем.

Следовательно, с учетом (13) можно принять  $\nu \sqrt{b} = 1$ . Тогда  $|\sigma_{\text{АЧХ}}| \leq \varepsilon \pi$ , т. е. возможная ошибка в определении  $U_2$  больше неравномерности АЧХ тракта и может достигать величин, соизмеримых с самим напряжением  $U_2$ . При этом небольшое изменение частотной и фазовой характеристик тракта может привести к перемене знака ошибки на обратный.

Изменение параметров контролируемой нелинейной схемы. Некоторые неисправности схем формирования импульсов не отражаются заметно на максимальной крутизне фронта. В частности, не всегда можно отметить с помощью рассматриваемого метода снижение эмиссии лампы или снижение коэффициента усиления транзистора. В первом случае импульс на выходе схемы может принять форму кривой 1, рис. 3; импульс исправной схемы показан на рис. 3, кривая 2. Во втором случае транзистор, рассчитанный на переход из запертого состояния в состояние насыщения, может перейти в режим неполного насыщения (рис. 4).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поскольку в настоящее время известны приборы, обеспечивающие автоматическую регистрацию длительностей фронта и спада импульсов при заданных уровнях отсчета, т. е. без теоретической погрешности (см., например, [9, 10]), целесообразно использовать метод квазидифференцирования в ответственных контрольно-измерительных операциях, если не принять меры для предварительной грубой оценки формы импульса каким-либо другим методом, например, с помощью осциллографа.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов В. Ф., Лебедев И. Н. Измеритель параметров передних фронтов последовательностей импульсов. Авт. св. СССР кл. G 01; 21a<sup>4</sup>, 71 № 152 002 от 1.12.62, Бюллетень изобретений, 1962, № 23.
2. Маликов С. Ф., Тюрин Н. И. Введение в метрологию. Изд-во Стандартов, 1965.
3. Крейцер В. Л. Видеоусилители. «Советское радио», 1952.
4. Лурье О. Б. Усилители видеочастоты. «Советское радио», 1961.
5. Меерович Л. А., Тартаковский Г. П. К расчету временных и частотных характеристик многокаскадных систем. ЖТФ, 1952, 22, № 7.
6. Ицхоки Я. С. Импульсная техника. «Советское радио», 1959.
7. Загускин В. А. Справочник по численным методам решения алгебраических и трансцендентных уравнений. Физматгиз, 1960.
8. Добровольский Г. В. Передача импульсов по каналам связи. Связьиздат, 1960.
9. Jones R. W. Unusual Waveform Analyser Aids Automatic Testing. «Electronics», 1963, v. 36, IV, N 15.
10. Томсон Т. И., Шульц Э. И. Аналого-дискретный преобразователь временных параметров импульсного сигнала. Передовой научно-технический и производственный опыт. № 18—67—27, 2, М., ГОСИНТИ, 1967.
11. Сегал Б. И., Семендяев К. А. Пятизначные математические таблицы. Физматгиз, 1959.

Поступила в редакцию  
11.VI.1969 г.

УДК 621.317.373

*О. Н. ГУТОРОВ, А. Н. ГУТОВА*  
ВНИИМ

### СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФАЗОВЫХ СДВИГОВ В ИЗБИРАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

В настоящее время широко используются измерительные системы, в которых информация представлена в виде фазового сдвига двух гармонических сигналов. К аппаратуре обработки такой информации предъявляется требование минимальных дополнительных паразитных фазовых сдвигов. Это требование находится в противоречии с другими требованиями, такими как максимальный коэффициент усиления, наибольшая избирательность и т. д. Поэтому представляет интерес произвести сравнительный анализ некоторых наиболее распространенных избирательных систем с точки зрения получения минимальных фазовых сдвигов при заданной избирательности. Для этого необходимо ввести новый параметр  $G$ , обобщающий эти характеристики

$$G = \left| \frac{d\varphi}{d\xi} \right|_{\xi \rightarrow 0} \xi_{\Pi}. \quad (1)$$

Этот параметр, с одной стороны, характеризует скорость изменения фазового сдвига  $\frac{d\varphi}{d\xi}$  от относительной расстройки  $\xi$  (при  $\xi \rightarrow 0$ ), а с другой — определяет избирательные свойства системы за пределами полосы пропускания, так как  $\xi_{\Pi}$  представляет собой такую величину относительной расстройки, при которой происходит заданное ослабление избирательной системой различного рода помех.



Обычно это ослабление выбирают по кривой избирательности на уровне 0,01 или 0,001 от его значения при  $\xi = 0$ . Поэтому параметр  $G$  является единой характеристикой для сравнительной оценки различных избирательных систем.

Как известно [1, 2], частотно-фазовая характеристика избирательного усилителя с одиночным колебательным контуром

$$\varphi = \arctg Q\xi = \arctg x, \quad (2)$$

где  $x$  — обобщенная расстройка.

Для малых значений расстроек  $\xi$ , которые и представляют интерес в данном случае, имеем

$$\varphi \approx Q\xi = x. \quad (3)$$

Уравнение кривой избирательности

$$y = \frac{1}{\sqrt{1 + (Q\xi)^2}}, \quad (4)$$

Решая уравнение (4) относительно  $\xi_n$ , получим

$$\xi_n = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{1-y^2}{y^2}} \approx \frac{1}{Qy}. \quad (5)$$

Для избирательного усилителя с одиночным колебательным контуром

$$G = \frac{1}{y}, \quad (6)$$

Для избирательного усилителя, состоящего из  $n$  одинаковых каскадов, настроенных на одну общую частоту, полный фазовый сдвиг

$$\varphi_{\Sigma} = n\varphi = n\xi Q, \quad (7)$$

а уравнение кривой избирательности

$$y_{\Sigma} = y^n = \left[ \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\xi^2}} \right]^n. \quad (8)$$

Из выражения (8) может быть найдена величина относительной расстройки

$$\xi_n = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{1}{\sqrt[n]{y^2}} - 1}. \quad (9)$$

Для многокаскадного усилителя, пользуясь выражениями (3), (5), (7), (9), получаем

$$G = n \sqrt{\frac{1}{\sqrt[n]{y^2}} - 1}. \quad (10)$$

Так как  $y \ll 1$ , а число каскадов  $n$  обычно не превышает 3—4, то выражение (10) упрощается и принимает вид

$$G \approx n \frac{1}{\sqrt[n]{y}}, \quad (11)$$

Широкое применение в радиоприемных устройствах и в измерительной технике находят полосовые усилители, которые, как правило, имеют фиксированную частоту настройки.

Фазовая характеристика для избирательного усилителя, использующего в качестве нагрузки систему двух связанных одинаковых контуров, имеет следующее аналитическое выражение [2]:

$$\varphi_n = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \frac{2Q\xi}{1 + \eta^2 - Q^2\xi^2}, \quad (12)$$

где  $\eta = Q \cdot k$  — параметр связи между контурами;  $k = \frac{x_{св}}{\rho}$  — коэффициент связи между контурами;  $x_{св}$  — сопротивление связи;  $\rho$  — волновое сопротивление контура.

Скорость изменения фазового сдвига

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{2Q}{1 + \eta^2}. \quad (13)$$

Как видно, наклон частотно-фазовой характеристики оказывается пропорциональным добротности контуров  $Q$  и зависит от степени их связи  $\eta$ .

Кривая избирательности полосового усилителя:

при  $\eta \leq 1$

$$y = \frac{1 + \eta^2}{V(1 + \eta^2 - Q^2\xi^2)^2 + 4Q^2\xi^2}; \quad (14)$$

при  $\eta \geq 1$

$$y = \frac{2\eta}{V(1 + \eta^2 - Q^2\xi^2)^2 + 4Q^2\xi^2}. \quad (15)$$

Решая уравнение (14) относительно  $\xi$ , после упрощения имеем

$$\xi_n \approx \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{1 + \eta^2}{y}}. \quad (16)$$

В результате для полосового усилителя со связью между контурами, равной или меньше критической, параметр

$$G = \frac{2}{Vy(1 + \eta^2)}. \quad (17)$$

Аналогично, решая уравнение (15) относительно  $\xi$ , будем иметь

$$\xi_n \approx \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{2\eta}{y}}. \quad (18)$$

а параметр  $G$  для полосового усилителя при связи больше критической ( $\eta > 1$ )

$$G = \frac{2}{1 + \eta^2} \sqrt{\frac{2\eta}{y}}. \quad (19)$$

Для двухкаскадного полосового усилителя:

при  $\eta < 1$

$$G_2 = \frac{4}{1 + \eta^2} \sqrt{\eta^2 - 1 \pm \frac{1}{Vy}(1 + \eta^2)}; \quad (20)$$

при  $\eta > 1$

$$G_2 = \frac{4}{1 + \eta^2} \sqrt{\eta^2 - 1 \pm \frac{1}{Vy} 2\eta}. \quad (21)$$

В радиолокационных устройствах и в радиорелейной аппаратуре связи широкое применение находят усилители промежуточной частоты с попарно расстроенными контурами, которые в литературе называют сокращенно «двойки».

Кривая избирательности усилителя с симметрично расстроенными контурами будет определяться произведением избирательности его каскадов [2], т. е.

$$y = y_1 y_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + (\xi - \xi_1')^2 Q_1^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (\xi + \xi_1'')^2 Q_2^2}}, \quad (22)$$

$$\text{где } \xi_1' = \frac{\Delta f_1}{f_0}; \quad \xi_1'' = \frac{\Delta f_2}{f_0}$$

При выполнении условия симметричности расстройки контуров  $\xi_1' = \xi_1'' = \xi_1$  и при одинаковой их добротности  $Q_1 = Q_2 = Q$  после несложных преобразований получаем

$$y = \frac{1}{\sqrt{(Q\xi)^4 + 2Q^2\xi^2(1 - \xi_1^2 Q^2) + (1 + \xi_1^2 Q^2)^2}}. \quad (23)$$

Решая это уравнение относительно  $\xi$ , имеем

$$\xi = \xi_n = \pm \frac{1}{Q} \frac{\sqrt{y(Q^2 \xi_1^2 - 1) \pm \sqrt{1 - 4Q^2 \xi_1^2 y^2}}}{\sqrt{y}}. \quad (24)$$

Так как согласно изложенному выше, расстройка  $\xi_n$  определяется на уровне 0,01 или 0,001 от его значения ординаты при  $\xi = 0$ , а величина  $Q\xi_1$ , называемая относительной расстройкой контуров, обычно выбирается близкой единице ( $0,5 < Q\xi_1 \leq 2$ ), то выражение (22) можно упростить. Тогда, считая  $(Q^2 \xi_1^2 - 1)y \ll 1$  и  $4Q^2 \xi_1^2 y^2 \ll 1$ , получим

$$\xi_n = \frac{1}{Q} \cdot \frac{1}{\sqrt{y}}. \quad (25)$$

Фазовая характеристика «двойки» может быть представлена уравнением  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \text{arctg } Q(\xi_1 + \xi) + \text{arctg } Q(\xi - \xi_1)$ . (26)

Скорость изменения фазового сдвига от расстройки

$$\frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{Q}{1 + Q^2(\xi + \xi_1)^2} + \frac{Q}{1 + Q^2(\xi - \xi_1)^2} \approx \frac{2Q}{1 + Q^2 \xi_1^2}. \quad (27)$$

Подставляя найденные значения  $\xi_n$  и  $\frac{d\varphi}{d\xi}$  в уравнение (1), получаем

$$G = \frac{2Q}{1 + Q^2 \xi_1^2} \cdot \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{1}{y}} = \frac{2}{(1 + Q^2 \xi_1^2) \sqrt{y}}. \quad (28)$$

Из сопоставления выражений (27) и (13) видно, что скорость изменения фазы от расстройки для полосового усилителя и «двойки» имеет одинаковый характер, при этом величина  $Q\xi_1$  в уравнении (27) аналогична параметру связи между контурами  $\eta$ . Так же как и в случае сильной связи, между контурами в полосовых усилителях типа «двойки» при значении  $Q\xi_1 > 1$  результирующая кривая избирательности будет двугорбой.

Анализ выражений (17) и (26) показывает, что усилитель с попарно расстроенными контурами («двойка») имеет меньший фазовый сдвиг при малых расстройках и равной избирательности за пределами полосы пропускания, чем полосовой усилитель. Однако «двойка» является двухкаскадным усилителем,

а полосовой усилитель однокаскадным. Для двухкаскадного полосового усилителя параметр  $G$  меньше, чем для «двойки».

Из сравнения «двойки» с двухкаскадным одноконтурным усилителем следует, что они равноценны при  $Q\xi \ll 1$ ; для больших значений  $Q\xi$  «двойка» имеет меньшее значение  $G$ .

Таким образом, из рассмотренных избирательных систем наилучшей для использования в фазовых устройствах, имеющих узкую полосу пропускания, является полосовой усилитель с сильной связью между контурами.

Еще одним типом избирательной системы, получившей за последнее время широкое распространение в радиотехнике, является фильтр сосредоточенной селекции (ФСС). Уравнение кривой избирательности и фазовая характеристика фильтров сосредоточенной селекции имеют вид \* [4]:

для трехзвенного ФСС

$$y = \frac{0,5(2 + \xi)(1 + 4\eta^2)(1 + \xi)^2}{\sqrt{[1 - 3Q^2\xi^2 + 4\eta^2(1 + \xi)^2 + Q^2\xi^2[3 - Q^2\xi^2 + 4\eta^2(1 + \xi)^2]^2}} \quad (29)$$

для малых расстройк при  $Q\xi \ll 1$

$$\varphi = -\operatorname{arctg}\left(Q\xi + \frac{2Q\xi}{1 + 4\eta^2}\right); \quad (30)$$

для четырехзвенного ФСС

$$y = \frac{0,5(2 + \xi)(1 + \xi)^2(1 + \eta^2)(1 + 4\eta^2)}{\sqrt{[1 + \eta^2(1 + \xi)^2 - Q^2\xi^2][1 + 4\eta^2(1 + \xi)^2 - Q^2\xi^2] - 4Q^2\xi^2\eta^2 + 4Q^2\xi^2[2 + 5\eta^2(1 + \xi)^2 - 2Q^2\xi^2]^2}}; \quad (31)$$

для малых расстройк при  $Q\xi \ll 1$

$$\varphi = \operatorname{arctg} 2Q\xi \left( \frac{1}{1 + \eta^2} + \frac{1}{1 + 4\eta^2} \right). \quad (32)$$

Ввиду громоздкости уравнений (29)–(32) трудно найти в общем виде выражение для параметра  $G$ . Используя эти формулы, на ЭЦВМ были рассчитаны кривые  $y = \Psi_1(x)$  и  $\varphi = \Psi_2(x)$  (где  $x = \xi Q$  — обобщенная расстройка) для различных значений добротности контуров  $Q$  и параметра связи  $\eta$  (см. рисунок). По этим кривым были найдены значения параметра  $G$ . Как показали расчеты, значения  $G$  мало зависят от добротности  $Q$  (изменения  $G$  не превышали 5–10% при изменении  $Q$  от 50 до 200). Выражение для параметра  $G$  с погрешностью не более 5–10% может быть представлено следующими эмпирическими соотношениями:

для трехзвенного ФСС

$$G = \frac{2\sqrt[3]{1 + \eta^2}}{\sqrt{y}}; \quad (33)$$

для четырехзвенного ФСС

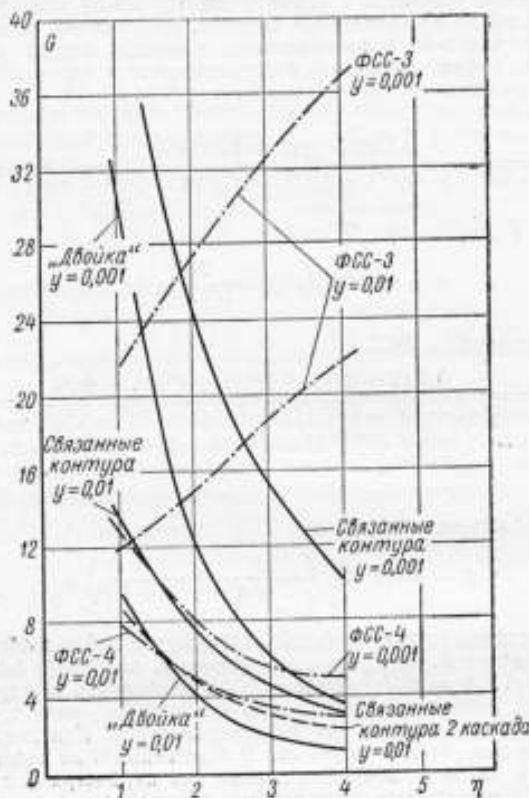
$$G = \frac{4}{\sqrt{y(1 + \eta^2)^2}}. \quad (34)$$

\* См. в настоящем сборнике статью О. И. Гуторова и А. Н. Гуторовой «К вопросу определения характеристик фильтров сосредоточенной селекции», стр. 181.

Для рассмотренных систем на рисунке даны зависимости параметра  $G$  от степени связи при двух значениях полосы  $\xi_{\text{п}}$ , соответствующих ослаблению на 40 и 60 дБ.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

1. Наилучшей избирательной системой для использования в измерительных устройствах, в которых полезная информация представлена в виде фазового сдвига, является четырехзвенный фильтр сосредоточенной селекции. Он имеет



Зависимость параметра  $G$  от степени связи  $\eta$  для различных избирательных систем.

наименьшее значение параметра  $G$ , т. е. наименьшую скорость изменения фазового угла при заданной избирательности и наибольшую равномерность усиления в полосе пропускания, хотя и является более сложным.

2. Из всех разновидностей четырехзвенных фильтров сосредоточенной селекции лучшим является такой, у которого волновые сопротивления крайних звеньев в два раза больше, чем волновые сопротивления внутренних звеньев фильтра. ФСС с другими соотношениями параметров звеньев не имеют преимуществ перед рассмотренными и поэтому выражения для них не приводятся.

3. Для всех систем (за исключением трехзвенного фильтра) значения параметра  $G$  уменьшаются с увеличением величины связи между контурами, но при этом увеличивается неравномерность усиления в полосе пропускания, что необходимо учитывать при выборе и расчете системы.

Таким образом, с помощью приведенных расчетных соотношений и кривых можно выбрать оптимальную колебательную систему, исходя из допустимого фазового сдвига при малых расстройках и заданного ослабления за пределами полосы пропускания с учетом допустимой неравномерности в пределах полосы и сложности выполнения настройки системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сифоров В. И. Радиоприемные устройства. Воениздат, 1951.
2. Волин М. Л. Усилители промежуточной частоты. «Советское радио», 1956.
3. Крылов Н. Н. Теоретические основы радиотехники. «Морской транспорт», 1953.

Поступила в редакцию  
11.VI.1969 г.

## ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УЗЛЫ ИИС И ИХ ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

УДК 681.325.3

А. Н. ГУТОВА, Е. К. ПАВЛОВ, В. И. СМЕРНОВ  
ВНИИМ

### БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ НАПРЯЖЕНИЕ—КОД

За последнее время получили широкое распространение информационно-измерительные системы с дискретным представлением сигнала. Преобразователь напряжение—код является одним из блоков такой системы. Его параметры во многом определяют метрологические характеристики информационно-измерительной системы. Этот преобразователь должен обладать высоким быстродействием при хорошей разрешающей способности и надежной работе в широком интервале температур.

Описываемый в статье преобразователь проектировался для работы в комплексе информационно-измерительной системы при записи информации в двоичном параллельном коде на магнитную ленту. Известные схемы подобных преобразователей [2, 3, 4] не удовлетворяли необходимым требованиям. Блок-схема преобразователя напряжение—код (ПНК), построенного по методу поразрядного уравнивания, представлена на рис. 1. Основными узлами ПНК являются распределитель импульсов, преобразователь код—напряжение (ПКН), нуль—орган (НО), управляющее устройство. Распределитель импульсов определяет последовательность включения разрядов ПКН во времени; он построен на многофазных мультивибраторах  $M_1—M_8$ .

Преобразователь ПКН, осуществляющий преобразование некоторой кодовой комбинации в соответствующую величину компенсирующего напряжения  $U_K$ , состоит из триггеров  $Tr_1—Tr_8$ , ключей  $K_{A_1}—K_{A_8}$ , разрядной сетки сопротивлений с номиналами  $R—2R$  и стабилизатора эталонного напряжения  $CH$ .

Нуль—орган НО выполняет операцию сравнения измеряемого напряжения  $U_x$  и компенсирующего напряжения  $U_K$ , которое является выходным напряжением ПКН, и управляет работой триггеров  $Tr_1—Tr_8$  через схемы совпадения  $U_1—U_8$ .

Особенностью построения быстродействующих ПНК с записью кода на магнитной ленте является необходимость расширения выходных импульсов. Это осуществляется с помощью устройства формирования.

Преобразователь напряжение—код работает в режиме циклического или задержанного измерения, а также может работать автономно или в комплексе с другими устройствами информационно-измерительной системы. Циклический режим работы осуществляется переводом двойного переключателя  $\Pi_1\Pi_1'$  в положение 2.

Работа приборов в циклическом режиме происходит следующим образом. В исходном состоянии транзисторы многофазного мультивибратора  $M_1—M_8$  закрыты и подают напряжение запрета на схемы совпадения  $U_1—U_8$ . Триггеры управления ключами  $Tr_1—Tr_8$  находятся в состоянии «0», при котором  $K_{A_1}—K_{A_8}$  подключают разрядную сетку сопротивлений к плюсу («земля»)  $CH$ , при этом выходное напряжение ПКН равно нулю.

На вход НО подается измеряемое напряжение  $U_x$ . Импульс запуска после формирования с помощью триггера Шмидта ( $Tr.Ш$ ) запускает первый транзистор



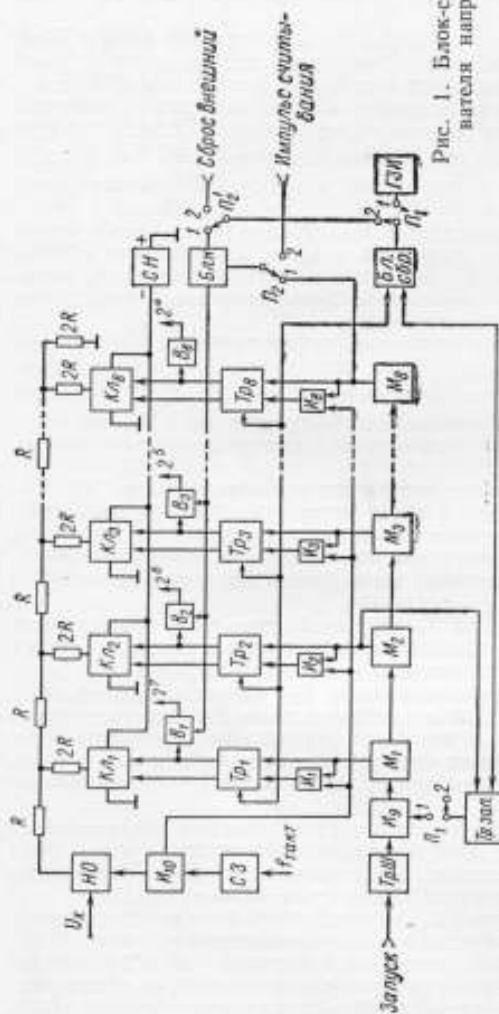


Рис. 1. Блок-схема преобразователя напряжения — код.

многофазного мультивибратора  $M_1$ , который в свою очередь переводит в состояние 1 триггер  $Tr_1$  и подает разрешающий потенциал на вход  $H_1$ . Триггер  $Tr_1$  переводит ключ  $K_{11}$  в состояние, при котором сопротивление разрядной сетки старшего разряда подключается к минусу стабилизатора напряжения  $СН$  и на выходе ПКН формируется напряжение старшего разряда; это напряжение подается на вход  $H_0$ . Если включение данного разряда вызвало перекомпенсацию, т. е.  $|U_k| > |U_x|$ , то сравнивающее устройство вырабатывает сигнал на сброс данного разряда. Если включение данного разряда не вызвало перекомпенсацию, то сигнал сброса не вырабатывается и разряд остается включенным. Многофазный мультивибратор  $M_1 - M_8$ , срабатывая последовательно, включает разряды ПКН.

Компенсирующее напряжение подается на вход  $H_0$  последовательно ступенями, находящимися в определенном «весовом» соотношении. Таким образом, в процессе последовательного опроса всех разрядов ПКН в компенсации будут участвовать только те разряды, сумма напряжений которых равна измеряемому напряжению. Эти разряды и определяют выходной код.

Вследствие указанного соотношения между требуемой длительностью импульсов выходного кода и полным временем преобразования необходима дополнительная запись и формирование импульсов кода. Это производится с помощью устройства, состоящего из блокинг-генератора — нормализатора  $Б.Л.Н$ , схем совпадения и ждущих мультивибраторов  $V_1 - V_8$ .

После возвращения многофазного мультивибратора  $M_8$  в исходное состояние срабатывает блокинг-генератор  $Б.Л.Н$ , который подает разрешающий потенциал на входы схем совпадения, входящих в  $V_1 - V_8$ . Код, записанный в триггерах

$Tr_1—Tr_n$ , формируется с помощью мультивибраторов  $V_1—V_n$ , с которых положительные импульсы длительностью 25 мксек поступают на выходные шины прибора. Задним фронтом импульса блокинг-генератора  $Бл.Н$  запускается блокинг-генератор сброса, который возвращает триггеры  $Tr_1—Tr_n$ , управляющие ключами, в исходное состояние. Далее цикл преобразования повторяется.

Нуль-орган, представляющий собой схему сравнения и усилитель постоянного тока, управляет работой схем совпадений  $H_1—H_2$  не прямо, а через схему совпадения  $H_{10}$ . Назначение этой схемы и схемы задержки  $СЗ$  состоит в том, чтобы синхронизировать момент выдачи управляющего импульса. Вследствие того, что при построении быстродействующих преобразователей время такта сравнимо со временем установления переходных процессов в ПКН, необходимо чтобы импульс управления с выхода нуля-органа приходился на конец данного такта, где напряжение компенсации установилось с заданной точностью. При отсутствии указанной синхронизации управляющий импульс с выхода нуля-органа может появиться близко к концу такта, триггеры не успевают сброситься и появляются сбой.

Режим задержанного измерения предназначен для контроля работы ПНК и заключается в том, что распределитель импульсов останавливается после одного полного цикла измерения на время индикации, которое выбирается порядком 1 сек. Контрольная индикация двоичного кода производится с помощью неоновых лампочек; этот режим осуществляется переключением двоянного тумблера  $П_1, П'_1$  в положение 1. Работа преобразователя происходит так же, как и в циклическом режиме. Отличие состоит в том, что после срабатывания транзистора многофазного мультивибратора  $M_2$  триггер запрета ( $Tr. зап.$ ) подает отрицательный импульс на схему совпадения  $H_2$ , прекращая тем самым прохождение последующих запускающих импульсов к входу многофазного мультивибратора на время, равное периоду следования импульсов генератора задержанных импульсов ( $ГЗИ$ ). Блокинг-генератор сброса, запускаясь импульсами с  $ГЗИ$ , возвращает ПНК в исходное положение.

Для работы преобразователя в комплексе информационно-измерительной системы подаются внешние импульсы сброса и считывания. Для осуществления этого рода работ необходимо переключить двоянный тумблер  $П_2, П'_2$  в положение 2. Основными узлами, которые ограничивают быстродействие ПНК, являются преобразователь код-напряжение и нуль-орган. Поэтому при разработке этим узлам уделялось особое внимание.

Рассмотрим подробно особенности построения некоторых узлов.

К преимуществам схемы распределителя импульсов (рис. 2), построенного на многофазном мультивибраторе с общеэмиттерной связью, по сравнению со схемой на триггерах, можно отнести уменьшение габаритов, увеличение помехоустойчивости, надежности и, кроме того, возможность иметь различное время тактов в разных разрядах ПКН.

В исходном состоянии транзистор  $T_1$  открыт. За счет тока, протекающего через  $T_1$  и падения напряжений на общеэмиттерном сопротивлении  $R_5$ , остальные транзисторы многофазного мультивибратора  $T_2—T_n$  будут закрыты.

Особенностью многофазного мультивибратора [5] является входная цепь, состоящая из емкости  $C_1$ , диода ДД19-А и сопротивления  $R_1$ . Она увеличивает помехоустойчивость такой схемы и позволяет осуществить задержанный режим ПНК. В цепь заряда переходных емкостей  $C_2—C_4$  включены разделительные диоды, устраняющие влияние процесса заряда на коллекторное напряжение транзисторов.

Преобразователь ПКН построен по схеме с суммированием напряжений на делителе сопротивлений. Хотя большим быстродействием обладают схемы ПКН с суммированием токов, однако они имеют меньшую температурную и временную стабильность, требуют более тщательной индивидуальной подгонки.

Для повышения быстродействия ПКН применены наиболее высокочастотные ключевые транзисторы П30, снижены постоянные времени делителя сопротивлений за счет использования непроволочных сопротивлений (тип С2-1) низких номиналов (2 ком и 1 ком), подобраны оптимальные режимы. Для обеспечения нужной точности номиналы сопротивлений подбирались с погрешностью  $\pm 0,05\%$ .

В качестве триггера, управляющего ключами, использован обычный насыщенный триггер с предельной частотой работы 1,5 Мгц. Импульсы с выходов триггера поступают через буферные каскады — ненасыщенные усилители с нелинейной обратной связью  $T_1, T_2$  (рис. 3) на ключ, состоящий из двух транзисторов  $T_3, T_4$ . Для получения необходимой точности ключей ток базы триодов  $T_3$  и  $T_4$  должен быть около 2,5—3 ма. В этом случае выходное напряжение ПКН при нулевом коде, определяемое остаточной э. д. с. ключей, не превышает 2—3 мв.

Нуль—орган состоит из схемы сравнения и усилителя постоянного тока (рис. 4). Сравнение измеряемого и компенсирующего напряжений происходит

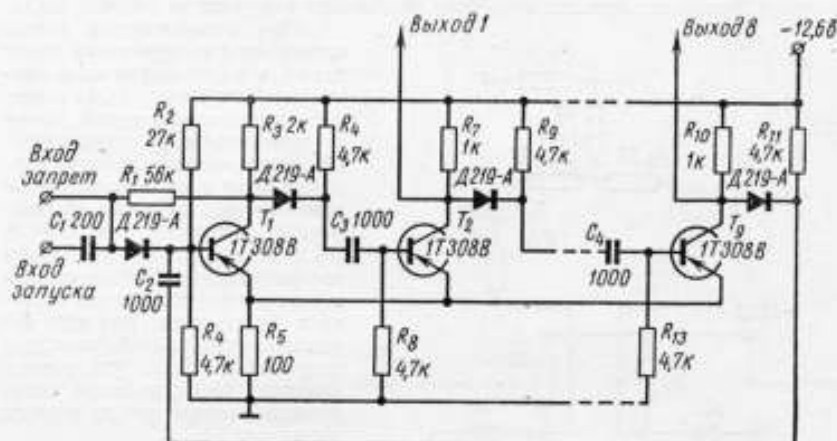


Рис. 2. Схема распределителя импульсов преобразователя напряжение—код.

путем алгебраического суммирования токов, проходящих через эталонные сопротивления  $R_x$  и  $R_k$  от источников измеряемого и компенсирующего напряжений. Разность этих токов усиливается усилителем постоянного тока и управляет работой триггера разрядов. Требования к точности и стабильности сопротивлений  $R_x$  и  $R_k$  аналогичны требованиям к сопротивлениям делителя в старших разрядах ПКН. В момент компенсации выполняется условие равенства нулю алгебраической суммы токов на входе усилителя нуль—органа, т. е.

$$I_x + I_k + I_{вк} = 0,$$

где  $I_x$  — ток, протекающий по сопротивлению  $R_x$  от источника сигнала;  $I_k$  — ток, протекающий по сопротивлению  $R_k$  от источника компенсирующего напряжения;  $I_{вк}$  — входной ток усилителя.

Учитывая, что входной ток усилителя мал, имеем следующее соотношение для расчета  $R_x, R_k, U_x, U_k$ :

$$\frac{U_x}{R_x} = \frac{U_k}{R_k}; \quad U_k = \frac{E_0}{2^n} \frac{R_k}{R_k + R} N,$$

где  $R$  — сопротивление в цепи делителя ПКН;  $E_0$  — эталонное напряжение ключей ПКН;  $N$  — значение кода.

Такая схема сравнения имеет ряд достоинств, а именно: отсутствие погрешности нуль—органа из-за изменения чувствительности по шкале прибора, так как при компенсации входное напряжение УПТ не зависит от измеряемого, оно близко к нулю; возможность изменения предела измерения путем изменения величины сопротивлений  $R_x$  и  $R_k$ . Кроме того, преобразователь, кодирующий сигнал одной полярности, легко может быть перестроен на двуполярный, при этом

напряжения одной полярности будет закодировано в прямом коде, а другой полярности — в обратном, но преобразование кода из обратного в прямой является не сложной задачей и производится без потери точности, хотя в ряде случаев такое преобразование не требуется. Для того чтобы однополярный ПНК превратить в двухполярный, достаточно добавить одно сопротивление и источник напряжения смещения. Тогда алгебраическая сумма токов от трех источников напряжения на входе усилителя должна быть равна нулю

$$I_x + I_k + I_{см} = 0.$$

Очевидно, что полярность источника напряжения смещения должна быть противоположна полярности источника эталонного напряжения ключей ПНК.

При использовании схемы сравнения с компенсацией токов точность кодирования напряжений низкого уровня будет выше, чем при использовании схемы с компенсацией напряжений. При кодировании сигналов низкого уровня и применении схемы компенсации напряжений эталонный источник для ключей ПНК также должен иметь низкое напряжение. Стабильность и точность этого эталонного источника будет ниже, при этом погрешность преобразователя код — напряжение из-за увеличения влияния нестабильности остаточного напряжения на ключах возрастает.

При использовании схемы компенсации токов эти недостатки устраняются, так как предел измерения преобразователя напряжения — код определяется не только величиной напряжения эталонного источника, но и величинами сопротивлений в цепи компенсации токов.

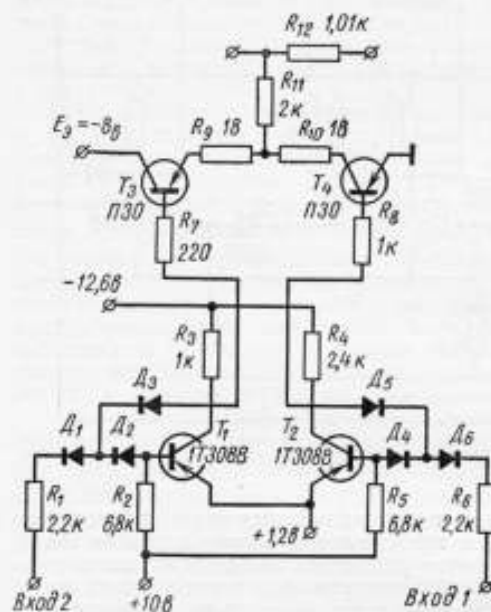
Для получения наибольшего быстродействия преобразователя в нуль — органе применен усилитель постоянного тока. Первые два каскада построены по дифференциальной схеме. Для уменьшения дрейфа первый каскад работает с малыми коллекторными токами порядка 200 мкА и имеет стабилизацию суммарного эмиттерного тока усилительных триодов  $T_1$  и  $T_2$  с помощью эмиттерного повторителя на транзисторе  $T_3$ .

Рис. 3. Схема разряда ключа с согласующими усилителями преобразователя напряжения — код.

Для уменьшения насыщения последующих каскадов при большом сигнале в первом каскаде имеется ограничитель на диодах  $D_1$  и  $D_2$ . Чувствительность усилителя около 7—10 мВ, коэффициент усиления при малых сигналах 600—800. Временной дрейф за 8 часов работы не превышает 3—5 мВ по входу, температурный коэффициент порядка 50 мкВ/°С при подобранных транзисторах  $T_1$  и  $T_2$ , остальные транзисторы не подбираются. Временное запаздывание, вносимое усилителем при максимальном входном сигнале +6,3 в, не превышает 1,5—2 мксек.

Влияние изменения питающих напряжений на  $\pm 5\%$  не приводит к изменению характеристик усилителя.

Эталонный источник напряжения для питания ключей ПНК представляет собой стабилизатор напряжения, собранный по компенсационной схеме с термостабилизацией; выходное напряжение 8 в, допустимый ток нагрузки 200 мА.



Нестабильность выходного напряжения источника не превышает  $\pm 0,01\%$  при изменении питающей сети на  $\pm 10\%$  и  $0,03\%$  — при изменении температуры от 20 до 60° С. Временной дрейф напряжения за 8 часов работы не превышает 0,01% после 30 мин прогрева. Для питания остальной схемы преобразователя служат другие источники питания, к которым не предъявляются особо высокие требования стабильности.

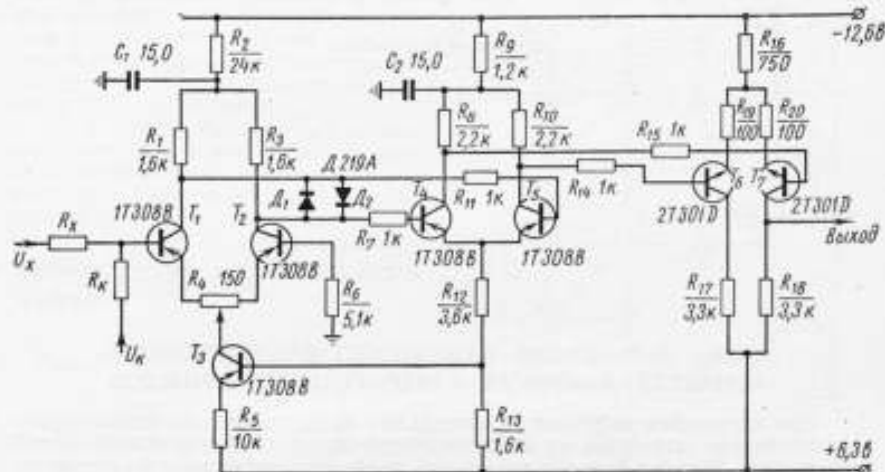


Рис. 4. Схема нуль—органа преобразователя напряжение—код.

При испытании преобразователя напряжение—код в диапазоне температур от  $-10$  до  $+50^\circ\text{C}$  и изменении напряжений питания на  $(+10 \div -15)\%$  от номинальных указанные точностные характеристики сохранились.

#### Техническая характеристика ПНК

Номинальный уровень преобразуемого напряжения постоянного тока, в	+6,3
Число двоичных разрядов	8
Длительность одного преобразования, мксек	40
Число преобразований, преобр/сек	20 000
Входное сопротивление, ком	10
Погрешность преобразования	$\pm 0,2\%$ от предела измерения +1 младшего разряда
Диапазон рабочей температуры, °С	от $-10$ до $+50$
Нестабильность напряжения сети, %	$\pm 10$
Порог чувствительности нуль—органа, мв	7—10

Таким образом, разработанный ПНК, сочетая высокое быстродействие с хорошими точностными характеристиками, при сравнительной простоте и надежности схемы может быть рекомендован для практического использования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дроздов Е. Н., Пятибратов А. П. Автоматическое преобразование и кодирование информации. «Советское радио», 1964.
2. Коидалева А. И. Комплексное цифровое регистрирующее устройство с магнитным измерительно-кодирующим преобразователем. «Механизация и автоматизация управления», 1968, № 3.

3. Кондалев А. И. Многоканальный аналого-цифровой преобразователь. «Механизация и автоматизация управления», 1968, № 2.

4. Орлов А. П., Шабанов А. А. Высокоточный многоканальный быстродействующий преобразователь напряжения в двоичный код. По материалам научно-технической конференции молодых специалистов. Тр. ЦНИИ имени А. Н. Крылова, вып. 244, «Судостроение», 1968.

5. Беленький Я. Е. Многофазные релаксаторы. «Наукова думка», Киев, 1966.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

УДК 681.327.66.019.3

Я. Г. НЕУЙМИН, В. Е. НОВОДЕРЕЖКИН  
ВНИИМ

### МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЗАПОМИНАЮЩИХ УСТРОЙСТВ ЦИФРОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

При построении цифровых измерительных приборов широко используются запоминающие устройства на магнитных сердечниках с прямоугольной петлей гистерезиса. Быстродействие и надежность приборов в значительной степени зависит от быстродействия и надежности их запоминающих устройств (ЗУ). На практике применяются три основных способа организации ЗУ — матричного типа, с линейным выбором и с переключением сердечников полными токами. Для первого и второго варианта характерно суммирование совпадающих во времени полутоков или третей токов в режимах записи и считывания информации. В этих случаях суммарное поле, переключающее сердечник, создаваемое совпадающими токами, обычно имеет напряженность  $H_{\max} = (1,3 \div 1,5) H_c$  (где  $H_c$  — коэрцитивная сила материала сердечника). Возможные колебания амплитудных значений каждого из суммируемых токов не должны выходить за границы определенного допуска; в противном случае нарушается нормальная работа ЗУ и всего прибора в целом.

В третьем варианте организации ЗУ переключение сердечников осуществляется полными токами, создающими поле, напряженность которого может в несколько раз превосходить  $H_c$ . Амплитуды полных токов имеют только одностороннее ограничение по минимуму.

Сравнительная оценка различных типов ЗУ на магнитных сердечниках [1] показывает, что полноточные ЗУ значительно превосходят остальные типы по критериям, характеризующим информационную надежность. Кроме того, полноточные ЗУ отличаются повышенным быстродействием за счет сокращения времени переключения сердечников из-за сильной форсировки процесса переключения.

Однако полноточные ЗУ имеют и существенные недостатки. Как правило, в полноточном ЗУ для хранения 1 бита информации используется два элемента, один из которых — запоминающий сердечник, а второй — вспомогательный нелинейный элемент.

Например, в полноточном ЗУ [2] нелинейные элементы служат для предотвращения распространения тока записи на сердечники невыбранных числовых линий. В качестве нелинейных элементов могут быть использованы вентили, управляемые сопротивлением и трансформаторы, и т. д. Применение дополнительных элементов — основной недостаток полноточных ЗУ. При увеличении емкости ЗУ возрастают его габариты и ухудшаются показатели элементной надежности. Этим и объясняется тот факт, что полноточные ЗУ не нашли широкого применения в устройствах измерительной и вычислительной техники.



Рассмотрим один из методов создания ЗУ, близкого по своим характеристикам к полноточным и не требующего применения дополнительных элементов в конструкции магнитного куба.

Из работ [3, 4] известно, что при воздействии на сердечник очень кратковременных (20—500 нсек) импульсов тока, создающих поле напряженностью, в несколько раз превосходящей  $H_c'$  вследствие явления «магнитной вязкости» величина необратимо переключенного потока оказывается весьма малой и может быть восстановлена подачей постоянного поля смещения противоположной полярности, величина которого не превосходит  $H_c$  сердечника.

Для того чтобы сердечник не был перемагничен при воздействии на него последовательности кратковременных импульсов большой амплитуды, необходимо соблюдать два условия: во-первых, импульс поля не должен превышать некоторой предельной величины «прокидывания»

$$Q_{\text{пред}} = \int_0^{\tau_{\text{и}}} (H - H_{\text{смещ}} - H_0) dt,$$

где  $H$  — напряженность, создаваемая импульсом тока;  $\tau_{\text{и}}$  — длительность импульса тока;  $H_{\text{смещ}}$  — напряженность, создаваемая постоянным отрицательным смещением;  $H_0$  — напряженность поля старта сердечника.

И, во-вторых, скважность импульсов должна быть достаточной для полного восстановления (релаксации) необратимо переключенной части потока за счет подачи  $H_{\text{смещ}}$ .

Величина  $Q_{\text{пред}}$  и минимально допустимая скважность могут быть определены экспериментально для каждого типа сердечника, как это сделано в работе [4] для ферритовых сердечников марки 0,9ВТ.

Указанные свойства сердечников, связанные с магнитной вязкостью, т. е. инерционностью доменов, могут быть использованы для считывания без разрушения информации и для переключения сердечников. Принцип построения ЗУ с линейным выбором на основе указанного явления описан в работе [3].

Для построения ЗУ матричного типа с использованием явления магнитной вязкости можно использовать метод суммирования магнитных полей серий токовых импульсов «сдвинутых во времени относительно друг друга. Суммируясь, серии образуют прямоугольный импульс поля, переключающий избранный сердечник. На рис. 1, а показана принципиальная схема ЗУ матричного типа, а на рис. 1, б приведены временные диаграммы его работы при использовании указанного метода.

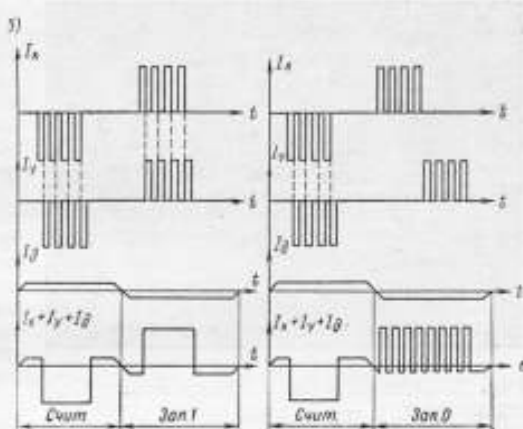
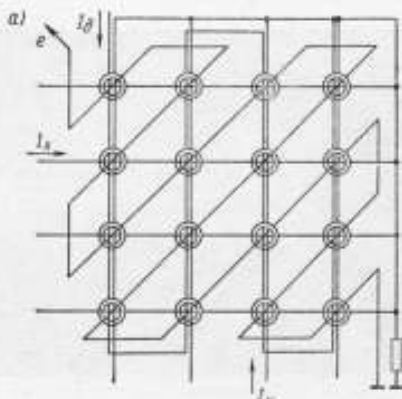


Рис. 1. Принципиальная схема ЗУ матричного типа и временные диаграммы его работы.



Цикл обращения к ячейке «памяти» ЗУ состоит из такта считывания и такта записи. В такте считывания по избранным шинам  $X_i$  и  $Y_j$  подаются серии импульсов тока  $I_x$  и  $I_y$ , создающие поле, амплитуда которого в несколько раз превышает  $H_c$  используемых сердечников. Серии сдвинуты относительно друг друга на половину периода следования токовых импульсов так, что суммарное поле, создаваемое обеими сериями в избранном сердечнике, лежащем на перекрестии шин  $X_i$  и  $Y_j$ , представляет собой прямоугольный импульс, достаточный для переключения этого сердечника.

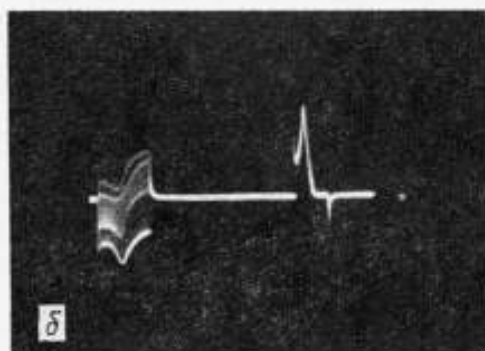
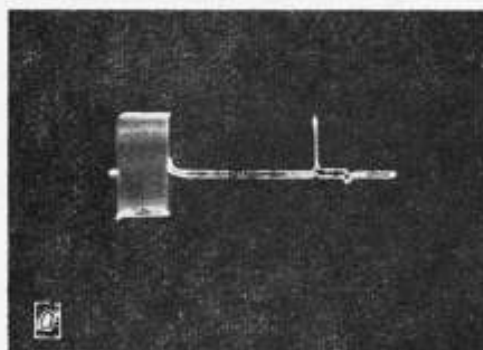


Рис. 2. Осциллограмма выходной э. д. с. сердечника: а — при воздействии одной серии импульсов; б — при воздействии двух серий импульсов.

ков, подвергающихся воздействию одной из серий, и не содержит в отличие от полезного сигнала постоянной составляющей, поэтому она может быть устранена фильтрацией выходного сигнала.

На рис. 2, а показана осциллограмма выходной э. д. с. сердечника, подвергнутого воздействию серии кратковременных импульсов тока. Для определения степени разрушения состояния сердечника после воздействия серии на сердечник подавался прямоугольный импульс тока обратной полярности, достаточный для полного перемагничивания сердечника. Эксперимент проводился над ленточными сердечниками из сплава 50НП при толщине ленты 10 мк. Размеры сердечника  $20 \times 16 \times 5$  мм; напряженность смещения принималась равной  $0,5H_c$ , т. е. примерно  $15$  а/м; амплитуда импульсов серии  $4H_c = 120$  а/м при длительности импульса  $\tau_{д} = 0,5$  мксек и скважности 2.

Для того чтобы остальные сердечники, лежащие на шинах  $X_i$  и  $Y_j$ , не изменяли своего состояния, по шине, пронизывающей все сердечники данной матрицы, подается ток  $I_d$  динамического смещения, создающий поле противоположной полярности, по напряженности не превышающее  $H_c$ . В такте записи полярности обеих серий и тока динамического смещения меняются на обратную. В случае записи (регенерации) нуля используется метод сдвига одной из серий записи [5].

При выборе параметров импульсов серии следует исходить из скважности, равной двум или несколько меньшей двух, для того, чтобы избежать увеличения времени переключения сердечников за счет отличия формы импульсов от прямоугольной (из-за конечной длительности фронтов).

Величина напряженности поля динамического смещения принимается равной  $(0,6-0,7)H_c$  с учетом возможного разброса характеристик сердечников. Амплитуда и длительность импульсов серии подбирается экспериментально с учетом указанного выше условия.

Следует отметить, что при считывании в выходной обмотке наводится суммарная э. д. с. помехи и полезного сигнала. Помеха возникает от сердечни-

При этих условиях сердечники подвергались воздействию последовательности серий импульсов до  $10^7$  раз. Степень разрушения состояния сердечника, определяемая по вольт-секундной площади э. д. с., наводящейся в выходной обмотке при воздействии импульса тока обратной полярности, оказывалась незначительной, и осциллограмма выходной э. д. с. сердечника при многократном воздействии серий импульсов практически не отличалась от осциллограммы рис. 2, а. Это говорит о том, что необратимые изменения, происходящие в сердечнике, полностью восстанавливаются полем смещения.

На рис. 2, б показана осциллограмма выходной э. д. с. сердечника, подвергающегося одновременному воздействию двух серий кратковременных импульсов тока, сдвинутых на половину периода следования токовых импульсов относительно друг друга. Вслед за воздействием серий на сердечник подавался прямоугольный импульс тока обратной полярности, достаточный для полного перемагничивания сердечника. Появление переменной составляющей в выходной э. д. с. обусловлено отличием формы импульсов серий от прямоугольной из-за конечной крутизны фронтов. Очевидно, сердечник полностью перемагничивается при суммарном воздействии двух серий импульсов. При этом длительность серий может быть выбрана с достаточным запасом.

Описанное ЗУ можно отнести к классу полноточных, поскольку сердечники подвергаются воздействию токовых импульсов, создающих поле, напряженность которого в несколько раз превышает  $H_c$  сердечника. Амплитуды импульсов серии, хотя и имеют двухстороннее ограничение, могут изменяться в значительно более широких пределах, чем в обычных ЗУ матричного типа, так как длительность серии может быть выбрана с любым запасом, и сердечник будет переключен даже при значительном уменьшении амплитуды импульсов серии.

Отметим возможность повышения быстродействия ЗУ, использующих сердечники с малой коэрцитивной силой, за счет большей форсировки процесса переключения по сравнению с обычными матричными ЗУ.

К недостаткам такого рода запоминающих устройств следует отнести трудность формирования кратковременных импульсов тока большой амплитуды, проявляющуюся особенно заметно с увеличением емкости запоминающего устройства. Однако значительное повышение надежности записи — считывания информации позволяет считать рассмотренный метод весьма перспективным при использовании его в матричных ЗУ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Балашов Е. П., Генкин В. Л., Смоллов В. Б. Возможные критерии оценки информационной надежности магнитных накопителей. Сб. «Магнитные элементы вычислительной техники», «Наука», 1966.
2. Балашов Е. П., Генкин В. Л. Некоторые принципы построения ЗУ на ферритовых сердечниках с записью полными токами. «Приборостроение», 1963, № 5.
3. Newhouse V. L. The utilization of domain wall viscosity in data-handling devices. Proc. of the IRE, 1957, v. 45, N 11.
4. Ильяшенко Е. И. Исследование неразрушаемого считывания информации с обычных ферритовых торондов. Изд. ВИНТИ, 1963, № 9.
5. Бардиж В. В. Магнитные элементы цифровых вычислительных машин. «Энергия», 1967.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ВТОРИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ  
ВЛИЯНИЯ МЕЖДУ КАБЕЛЬНЫМИ ЦЕПЯМИ

При проектировании информационно-измерительных систем (ИИС), использующих кабельную линию связи, необходимо знать характеристики кабеля в условиях, максимально приближенных к реальным условиям эксплуатации ИИС.

Важнейшими характеристиками многожильного кабеля как линии связи являются вторичные параметры влияния (ВПВ), которые могут быть рассчитаны, если известны геометрия кабеля, материал жил и изоляция. Однако такие расчеты требуют большого количества сведений не только о номинальных значениях различных характеристик, но и данных об изменении этих характеристик под действием внешних условий.

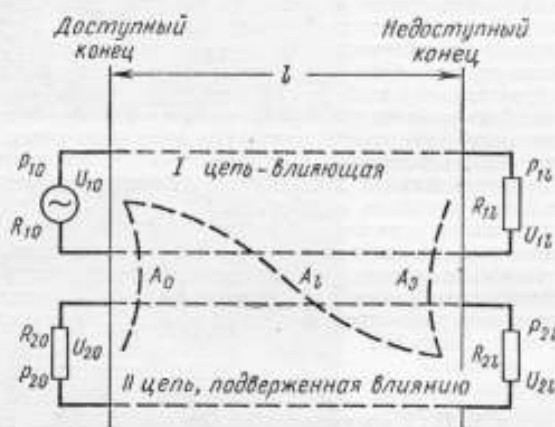


Рис. 1. Эквивалентная схема для определения ВПВ.

Все это приводит к тому, что расчет, если он вообще возможен, ведется с рядом допущений и нуждается в экспериментальной проверке.

К ВПВ относятся [1] (рис. 1):

1) переходное влияние на ближнем конце

$$A_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{P_{10}}{P_{20}}; \quad (1)$$

2) переходное влияние на дальнем конце

$$A_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{P_{11}}{P_{21}}; \quad (2)$$

3) защищенность цепей

$$A_3 = \frac{1}{2} \ln \frac{P_{13}}{P_{23}}, \quad (3)$$

где  $P_{ij}$  — мощность сигнала на соответствующем конце кабеля. Обычно для измерения ВПВ пользуются стандартным оборудованием и соответствующими методиками. Если один из концов кабеля не доступен, применение таких методик и аппаратуры становится невозможным.

Предлагаемый метод при незначительных материальных затратах позволяет получить ВПВ с погрешностью не более 5—10%. Будем рассматривать кабель как «идеальную» (свободную от потерь) однородную линию, нагруженную на омическое сопротивление  $R$ , равное волновому сопротивлению, т. е.

$$R_{1l} = R_{2l} = R_{20} = R = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (4)$$

где  $L$  и  $C$  — индуктивность и емкость на единицу длины линии. Коэффициент передачи такой линии [2]

$$K_c(j\omega) = \frac{R_{1l}}{R_{1l} + R_{10}} e^{-j\omega l \sqrt{LC}},$$

где  $R_{10}$  — выходное сопротивление источника сигнала.

Как видно из формул (1)—(3), для расчета ВПВ фазовые соотношения не имеют значения. Поэтому в дальнейшем будем пользоваться выражением для модуля коэффициента передачи кабеля

$$K_c = |K_c(j\omega)| = \frac{R_{1l}}{R_{1l} + R_{10}}. \quad (5)$$

Так как практически для нахождения ВПВ допустимо менять местами приемный и передающий концы кабеля, то можно предложить следующую методику определения ВПВ с использованием имитатора сигнала:

1) при заданном напряжении  $U_{10}$  и частоте  $\omega_l$  измеряются  $U_{1l}^l$  и  $U_{2l}^l$  — эффективные напряжения в начале и в конце II цепи. Измерения повторяются для различных частот рабочего диапазона;

2) рассчитывается эффективное напряжение на нагрузочном сопротивлении  $R_{1l}$  входящей цепи

$$U_{1l} = U_0 \frac{R_{1l}}{R_{1l} + R_{10}} = U_{10}, \quad (6)$$

где  $U_{10}$  — эффективное значение напряжения на входе I цепи;

3) ВПВ рассчитываются на измеренных частотах; при сделанных предположениях (4) и (5), из уравнений (1)—(3) получаем следующие формулы:

$$A_0 = \ln \frac{U_{10}}{U_{20}}; \quad (7)$$

$$A_l = \ln \frac{U_{10}}{U_{2l}^l}; \quad (8)$$

$$A_3 = \ln \frac{U_{1l}}{U_{2l}^l}. \quad (9)$$

Как следует из формул (7)—(9) и рис. 1, измерение  $U_{10}$  и  $U_{20}$  производится стандартной аппаратурой на доступном конце кабеля,  $U_{1l}$  рассчитывается по формуле (6). Для измерения  $U_{2l}^l$ , при которой возникают затруднения из-за недоступности дальнего конца кабеля, предлагается использовать измерительную систему, функциональная схема которой приведена на рис. 2.

Система работает следующим образом. Напряжение  $U_0$  имитатора сигнала  $G$ , под которым для определенности понимается генератор синусоидального напряжения, создает на нагрузочном сопротивлении II цепи  $R_{1l}$  переменное напряжение  $U_{1l}$ . Это напряжение усиливается усилителем  $Y$ , выпрямляется диодом  $D$ , фильтруется конденсатором  $C$  и измеряется на доступном конце вольтметром постоянного тока  $V$  как  $U_x$ .

Очевидно, в этом случае измерительная цепь не оказывает влияния ни на I, ни на II цепи, а они, в свою очередь, не влияют на результаты измерения. Перед началом эксперимента находится коэффициент передачи измерительной цепи

$$K_{II}(\omega_l) = \frac{U_x^I}{U_{2l}^I}$$

на некоторой частоте  $\omega_l$  рабочего диапазона.

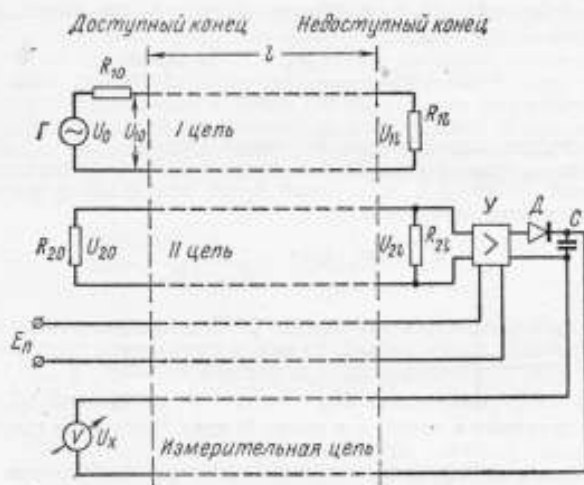


Рис. 2. Функциональная схема измерения ВПВ.

Таким образом, измеряя  $U_x^I$  во время эксперимента, определяем

$$U_{2l}^I = \frac{U_x^I}{K_{II}(\omega_l)} \quad (10)$$

и по (8) и (9) рассчитываем переходное влияние  $A_I$  и защищенность  $A_D$ . Если эксперимент проводится при наличии внешней помехи  $u(t)$ , то измерения следует проводить следующим образом.

Сначала измеряем напряжение, которое в случае аддитивной некоррелированной с сигналом помехи равно

$$U_{2l} = U_{2lI} + U_n \quad (11)$$

где  $U_{2lI}$  — эффективное значение напряжения, создаваемое I цепью на сопротивлении  $R_{2l}$ ;  $U_n$  — среднее эффективное значение помехи  $u(t)$  на сопротивлении  $R_{2l}$ .

Затем измеряем  $U_n$  (при  $U_{10} = 0$ ) и по формуле (11) рассчитываем

$$U_{2lI} = U_{2l} - U_n$$

В этом случае в формулы (8) и (9) вместо  $U_{2l}$  следует подставлять  $U_{2lI}$ .

Как видно, основное требование, предъявляемое к измерительной цепи, — это стабильность коэффициента передачи  $K_{II}(\omega)$ , так как изменение  $K_{II}(\omega)$  приводит к ошибкам при расчете  $U_{2lI}$  по формуле (10). Если пересчет значений  $U_{2lI}$  для различных частот нежелателен, то  $K_{II}(\omega)$  не должен зависеть от частоты измеряемого сигнала в рабочем диапазоне частот. В связи с этим необходимо

создание высококачественного усилителя и выпрямителя с высокой стабильностью и линейностью характеристик в широком диапазоне частот. Точность измерений можно повысить, а требования к усилителю заметно понизить, если измерение  $U_{2l}$  производится методом сравнения.

Функциональная схема для измерения  $U_{2l}$  методом сравнения приведена на рис. 3. Как и в предыдущей схеме рис. 2, сначала при разомкнутом ключе  $K_d$  измеряется  $U_{2l}$ , которое наводится на  $R_{2l}$  напряжением  $U_0$  генератора  $G$  на данной частоте  $\omega_l$ . Затем ключ  $K_d$  замыкается и срабатывает реле  $P$ , подключая

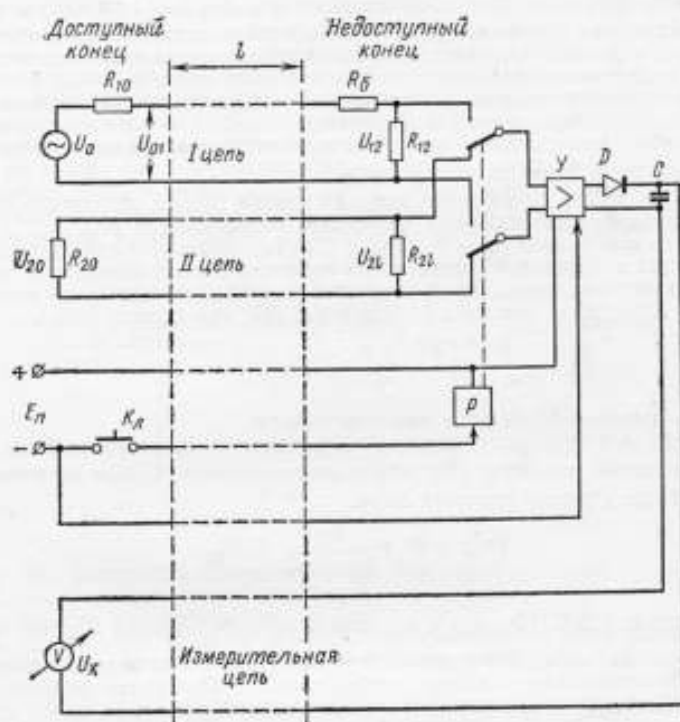


Рис. 3. Функциональная схема измерения ВПТВ методом сравнения.

вход усилителя  $Y$  к нагрузочному сопротивлению  $R_{1l}$  1 цепи. Если теперь напряжение генератора будет уменьшаться до тех пор, пока напряжение  $U_{01}$  на входе первой цепи не станет равным  $U'_{01}$ , при котором вольтметр покажет прежнее значение  $U_x$ , то в этот момент напряжение  $U_{1l}$  будет равно  $U_{2l}$ . Действительно, так как  $U_{01} = U_{1l}$  по формуле (6) при  $R_0 = 0$ , в момент равенства показаний вольтметра имеем:

$$U'_{01} = U'_{1l} \quad \text{и} \quad U'_{1l} K_n(\omega) = U_{2l} K_n(\omega), \quad \text{т. е.} \\ U'_{01} = U_{2l}. \quad (12)$$

Равенство (12) было получено при допущениях:

- 1) форма сигналов  $U_{2l}$  и  $U_{1l}$  одинакова;
- 2) режим работы входных каскадов при измерении  $U_{1l}$  и  $U_{2l}$  не меняется.

Как показали экспериментальные исследования, при отсутствии внешних помех формы сигналов  $U_{1l}$  и  $U_{2l}$  можно считать одинаковыми. Второе условие

будет выполняться, если нагрузочные сопротивления  $R_{1l}$  и  $R_{2l}$  равны между собой. Так как входное сопротивление усилителя делается много больше  $R_{1l}$  и  $R_{2l}$ , то второе допущение выполняется в широких пределах изменений  $R_{1l}$  и  $R_{2l}$ . Однако следует помнить, что если нагрузочные сопротивления не равны волновому сопротивлению линии (4), то из-за несогласованности нагрузок возникают искажения.

Таким образом, к преимуществам схемы рис. 3 можно отнести следующее:

1) погрешность от изменения параметров усилителя, если они меняются на незначительную величину во время измерения  $U_{2l}$  и  $U'_{01}$  на данной частоте, практически будет равна нулю, т. е. можно перейти от требования стабильности параметров усилителя к стабильности в течение измерения одной точки характеристики переходного затухания;

2) не требуется пересчета для определения  $U_{2l}$ , даже при нелинейной амплитудно-частотной характеристике усилителя;

3) использование только одного измерительного прибора при измерении  $U_{01}$  и  $U'_{01}$ ; вольтметр является индикатором.

Если на кабель воздействует внешняя помеха, то для увеличения точности измерения необходимо включить балластное сопротивление  $R_6$ .

Действительно, если  $R_6 = 0$ , а  $R_{10} \ll R_{1l}$ , то коэффициент передачи линии  $K_c$  будет близок к единице (5); помеха, так же как и сигнал, выделяется на  $R_{1l}$  и точность измерения определяется величиной помехи. Для аддитивной некоррелированной с сигналом помехи  $u(t)$  равенство (12) будет иметь вид

$$U'_{01} + U_n = U_{2l}, \quad (13)$$

где  $U_n$  — среднее эффективное значение помехи.

При  $R_6 \neq 0$  образуется делитель напряжения из сопротивлений  $R_6$  и  $R_{1l}$ . Для выполнения равенства (13) необходимо увеличить  $U'_{01}$  до величины  $U'_{01}$ . В этом случае с учетом делителя имеем

$$(U'_{01} + U_n) \frac{R_{1l}}{R_{1l} + R_6} = U_{2l}. \quad (14)$$

Сравнивая (13) и (14), видим, что помеха на сопротивлении  $R_{1l}$  уменьшилась в  $\frac{R_{1l}}{R_{1l} + R_6}$  раз, а отношение сигнал/шум во втором случае возрастает более чем в  $\frac{R_{1l} + R_6}{R_{1l}}$  раз, т. е.

$$\frac{U'_{01}}{U_n} > \frac{R_{1l} + R_6}{R_{1l}} \cdot \frac{U'_{01}}{U_n}.$$

Для расчета истинного значения напряжения, наведенного I цепью на  $R_{2l}$ ,  $U_n$  измеряется по вышеописанной методике, но при  $U_{01} = 0$ . Следует отметить, что введение  $R_6$  «стабилизирует» коэффициент передачи первой цепи при условии  $R_6 + R_{1l} \approx R$ , делая его менее зависимым от частоты сигнала и внешних условий, что позволяет дополнительно снизить погрешность при определении  $U_{2l}$  из равенства (12).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гроднев И. И. Кабели связи. «Энергия», 1965.
2. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. Ч. I, «Советское радио», 1966.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.



О ХАРАКТЕРИСТИКАХ КАНАЛА СИНХРОНИЗАЦИИ  
ПРИ ПЕРЕДАЧЕ ТЕЛЕМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

При передаче телеметрической информации в дискретном виде по каналам связи, подверженным воздействию помех, большую роль играет синхронизация работы передающей и приемной аппаратуры. От качества синхронизации во многом зависят характеристики работы аппаратуры обнаружения и выделения сигналов и в конечном итоге — точностные характеристики принятой информации.

Информация о моменте времени может быть передана различными способами. В частности, в настоящее время все большее развитие получают работы, направленные на поиски самосинхронизирующихся кодов, т. е. таких кодов, которые одновременно несут телеметрическую информацию и синхронизацию. Некоторые из этих кодов способны исправлять ошибки в информации и синхронизации. Эти коды весьма перспективны, однако ряд технических трудностей, встреча-



Рис. 1. Блок-схема декодирующего устройства.

ющихся при построении соответствующих кодирующих и декодирующих устройств, делает их применение не всегда целесообразным.

Наибольшее распространение получили системы синхронизации, использующие специальные кодовые послылки, предшествующие передаваемому коду информации и выполняющие функции синхронизации. Обычно коду синхронизации придается какая-либо дополнительная окраска, позволяющая надежно отличить его от кода информации, а при наличии помех в канале передачи вводится дополнительная избыточность, повышающая его помехоустойчивость. В частности, при определенных ограничениях, накладываемых на энергию одного импульса, целесообразно использование интервально-временных  $k$ -импульсных кодов с независимыми интервалами [1]. Все импульсы такого кода занимают временную базу  $t_0$ , а информацию о моменте времени содержит местоположение последнего из импульсов кода. Декодирование таких кодов удобно производить на линиях задержки, при этом декодирование последнего импульса происходит лишь в том случае, когда все  $k$  или только  $l < k$  из  $k$  импульсов кода (в зависимости от принятого алгоритма декодирования) приняты на своих временных позициях.

В работе исследуются характеристики канала передачи телеметрической информации при использовании интервально-временного кода синхронизации, предшествующего каждому блоку передаваемой информации. Предполагается, что информация передается периодически через интервал времени  $T_{\text{п}}$ , а прием и декодирование кодов синхронизации производится в соответствии с блок-схемой рис. 1. Здесь возможны два режима работы. В первом — обратная связь через устройство бланкирования отсутствует, и любой импульс, поступающий с выхода дешифратора кода синхронизации, служит сигналом к началу декодирования информации. Таким образом, ложный код на выходе дешифратора синхронизации, появляющийся перед посланным кодом синхронизации, не оказывает влияния

на вероятность его правильного декодирования, а ложный код, возникающий на интервале длительностью  $T_n$  после кода синхронизации, вызывает сбой синхронизации и ведет к неприятию информации.

Второй режим характеризуется наличием бланкирования входа дешифратора синхронизации на время  $T_0$  после декодирования каждого кода. В этом случае наблюдается обратная картина: ложный код, возникший на интервале  $T_0$  перед кодом синхронизации, приводит к неприятию последнего из-за наличия бланкирования. Однако, если код синхронизации принят, то в течение времени  $T_0$  на выходе дешифратора не возникает ни одного ложного кода.

Представляет интерес исследовать вероятностные характеристики обоих вариантов и сравнить их между собой. Рассмотрим вначале второй режим работы.

Очевидно, что при наличии помех возможны искажения кодов синхронизации, приводящие к неприятию посланной информации, и возникновение ложных кодов, каждый из которых вызывает бланкирование входа дешифратора кода синхронизации на время  $T_0$  и тем самым снижает вероятность приема полезной информации. В дальнейшем предполагается, что входные устройства дешифратора имеют нулевое время восстановления и канал передачи информации подвержен воздействию хаотической импульсной помехи, согласованной по амплитуде и длительности с параметрами полезного сигнала и распределенной по закону Пуассона

$$p(m) = \frac{(N\tau)^m e^{-N\tau}}{m!}, \quad (1)$$

где  $N$  — интенсивность помехи;  $\tau$  — рассматриваемый интервал времени.

Если длительность импульсов на входе дешифратора равна  $\tau_0$ , то вероятность появления ложного импульса на этом интервале

$$p_0 = 1 - e^{-N\tau_0}, \quad (2)$$

а вероятность подавления кодового импульса импульсом помехи

$$p_1 = (0,2 + 0,25) p_0.$$

Это соотношение легко получить из предположения о равномерном законе распределения фаз сигнала и помехи при величине порогового напряжения, близкой к оптимальной.

Число ложных кодов в единицу времени на выходе дешифратора кода синхронизации, представляющего собой обычный каскад совпадения на линии задержки [2], определится выражением

$$n_{cp} = kN\tau_0^{k-1} \approx kN\rho_0^{k-1}, \quad (3)$$

поскольку при  $N\tau_0 \ll 1$   $p_0 \approx N\tau_0$ . Практически даже при  $N\tau_0 = 0,1$  погрешность такого приближения не более 5%.

Ложные коды на выходе каскада совпадения также образуют пуассоновский поток с интенсивностью  $\nu N$ :

$$p_1(m) = \frac{(\nu N\tau)^m e^{-\nu N\tau}}{m!}, \quad (4)$$

где  $\nu$  — вероятность образования ложного кода.

Из сопоставления выражений (3) и (4) нетрудно определить

$$\nu = k\rho_0^{k-1}. \quad (5)$$

Наконец, с учетом наличия бланкирования на время  $T_0$  поток ложных кодов на выходе каскада совпадения [4] определится выражением

$$p_2(m) = \frac{[\nu N(\tau - T_0)]^m e^{-\nu N(\tau - T_0)}}{m!}, \quad \tau > T_0. \quad (6)$$

Полученные выше выражения характеризуют поток ложных кодов на выходе дешифратора кода синхронизации при отсутствии полезного сигнала. Пусть в про-

извольный момент времени  $t > t_0$  (момент включения аппаратуры) начинается передача телеметрической информации. Интерес представляют такие характеристики, как вероятность нулевого времени ожидания при вхождении в синхронизм (иными словами вероятность незанятости дешифратора при приходе первого кода синхронизации), среднее время ожидания вхождения в синхронизм и вероятностные характеристики в установившемся режиме.

Вероятность незанятости дешифратора при вхождении в синхронизм

$$p(0) = 1 - \psi, \quad (7)$$

где  $\psi = \frac{n_{cp}}{\mu}$  — коэффициент использования системы [3].

Среднее время обслуживания

$$\frac{1}{\mu} = T_0 + t_0.$$

Среднее время ожидания освобождения дешифратора

$$t_{cp} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{\psi}{1 - \psi} = n_{cp} \frac{(T_0 + t_0)^2}{1 - n_{cp}(T_0 + t_0)}. \quad (8)$$

Если рассматривается система без памяти и используется логика декодирования « $k$  из  $k$ », то можно считать, что декодирование не производится, если  $t_{cp}$  соизмеримо с длительностью импульса кода  $\tau_0$ . Поскольку информация поступает с периодом  $T_0$ , то выполнение условия  $t_{cp} \geq \tau_0$  означает, что действительное время ожидания приема информации становится равным  $T_0$ . Для удобства здесь предполагается, что минимальная длительность импульса совпадения, на которую реагируют выходные устройства дешифратора,  $\delta \rightarrow 0$ . В противном случае это условие

$$t_{cp} \geq \tau_0 - \delta.$$

Наконец, вероятность вхождения в синхронизм с нулевым ожиданием

$$p_0 = p(0) Q P_1, \quad (9)$$

где  $Q$  — вероятность правильного декодирования кода синхронизации:

$$Q = (1 - p_1)^k, \quad (10)$$

$P_1$  — вероятность отсутствия ложных кодов, обусловленных  $k - 1$  импульсами помехи и одним из импульсов кода синхронизации.

При определении вероятности  $P_1$  следует помнить, что предполагается использовать интервально-временные коды с независимыми интервалами. Вследствие этого может быть образовано лишь  $(k - 1)$  ложных кодов и все эти события являются независимыми. Тогда вероятность образования одного ложного кода

$$v = (k - 1) p_0^{k-2} \quad (11)$$

и

$$P_1 = (1 - v)^{k-1}. \quad (12)$$

При этом было принято следующее допущение. На интервале длительностью примерно равной  $t_0$  и предшествующем передаваемому коду синхронизации принципиально возможно как появление ложных кодов в результате комбинации импульсов помех, так и в результате комбинации одного из  $k - 1$  импульсов кода синхронизации и импульсов помех. Последняя ситуация является в значительной степени более вероятной, чем первая, и поэтому на отмеченном выше интервале только она и принимается во внимание.

Перейдем к рассмотрению установившегося режима. Заметим, что такой режим существует, если выполняется условие  $\psi < 1$ . В системах телеметрии необходимо стремиться к выполнению этого условия (например, путем введения дополнительного канала связи или повышения помехоустойчивости). В противном

случае система будет статистически неустойчивой, а очередь в системе будет непрерывно возрастать.

Будем вначале предполагать, что в системе обеспечивается идеальное по длительности бланкирование, т. е.  $T_{\text{н}} = T_0 + t_0$ , и разобьем ось времени на последовательные интервалы длительностью  $T_{\text{н}}$ . Рассмотрим произвольный момент времени  $t_i$  и определим вероятность того, что дешифратор в этот момент времени свободен. Искомую вероятность можно записать в виде суммы несовместных событий через вероятности состояния канала на предыдущем интервале:

$$R_i = R_{i-1} [Q + (1 - Q) P_2 P_1] + (1 - R_{i-1}) P_3 P_1, \quad (13)$$

где  $R_{i-1}$  — вероятность незанятости дешифратора в дискретный момент времени  $t_{i-1} = t_i - T_{\text{н}}$ ;  $Q$  — условная вероятность правильного декодирования кода синхронизации, определяемая при выбранном алгоритме выражением (10);  $P_2$  — вероятность отсутствия ложных кодов на интервале  $T_0$ , предшествующем  $i$ -му моменту времени;  $P_3$  — вероятность отсутствия ложных кодов на интервале  $\tau$ , предшествующем  $i$ -му моменту времени.

Для определения  $P_2$  следует сделать некоторые предположения относительно вида передаваемой информации, поскольку интервалы между кодами синхронизации заполнены кодами информации. Пусть используется кодо-импульсная модуляция, и передача информации производится избыточным или избыточным групповым двоичным кодом. Если предположить, что импульсы информации следуют через интервал  $\Delta t = \frac{t_0}{k-1}$ , причем этот интервал является взаимнопростым с интервалами кода синхронизации, то количество импульсов информации, которое может быть размещено на базе  $T_0$ ,

$$r' = \frac{T_0}{\Delta t} = \frac{T_0}{t_0} (k-1), \quad (14)$$

а среднее число импульсов на этой базе при условии равновероятности передачи всех сообщений  $r = 0,5r'$ .

Учитывая, как и при определении вероятности  $P_1$ , только вероятность образования ложного кода с одним из импульсов сигнала, получим

$$P_2 = (1 - v')^r, \quad (15)$$

где вероятность  $v'$  определяется выражением (11).

Теперь определим вероятность  $P_3$ . Интервал  $\tau$  представляет собой среднее время незанятости канала на  $i$ -м интервале длины  $T_{\text{н}}$ , если на  $(i-1)$ -м интервале возник ложный код. Поскольку на каждом интервале благодаря наличию бланкирования может возникнуть лишь один ложный код и все моменты его возникновения в пределах интервала равновероятны, то  $\tau_{\text{ср}} = T_0/2$  и, следовательно,

$$P_3 = (1 - v')^{\frac{\tau}{2}}. \quad (16)$$

Заметим, что если для передачи кода синхронизации и кода информации используются различные виды модуляции и в образовании ложных кодов синхронизации символы кода информации не могут принимать участия, то выражения (15) и (16) примут вид:

$$P_2 = e^{-n_{\text{ср}} \tau_0}, \quad (15a)$$

$$P_3 = e^{-n_{\text{ср}} \tau_{\text{ср}}}. \quad (16a)$$

Перепишем рекуррентную зависимость (13) в виде

$$R_i = R_{i-1} A + P_3 P_1, \quad (13a)$$

где

$$A = Q + (1 - Q) P_2 P_3 - P_3 P_1. \quad (17)$$

Аналогичным образом может быть получена зависимость  $R_{i-1} = f(R_{i-2})$  и т. д. Подставляя эти выражения в (13а), в общем виде получим

$$R_i = R_{i-1}A^i + P_1P_2(A^{i-1} + A^{i-2} + \dots + A^0). \quad (18)$$

В установившемся режиме ( $i, l \rightarrow \infty$ )

$$R_i = \frac{P_2P_1}{1-A} = \frac{P_2P_1}{1-Q - (1-Q)P_2P_1 + P_3P_1}, \quad (19)$$

поскольку  $A < 1$ , и первое слагаемое в правой части равенства (18) стремится к нулю, а второе — представляет собой бесконечную геометрическую прогрессию со знаменателем  $A$ .

В действительности, всегда имеют дело с конечным временем работы и поэтому практический интерес представляет вопрос о том, насколько точно выражение (19) при  $l$  конечном. Пусть  $l = l_1 \neq \infty$ . Тогда абсолютная погрешность приближения выражения (19)

$$\delta = R_{i-l_1}A^{l_1} + P_3P_1 \frac{A^{l_1}}{1-A}. \quad (20)$$

Очевидно, момент времени ( $i - l_1$ ) есть момент подачи первого сигнала синхронизации. Тогда

$$R_{i-l_1} = p(0) = 1 - \psi.$$

Поскольку  $p(0) \gg A^{l_1}$  даже при малых  $l_1$ , то можно считать, что  $R_{i-l_1}A^{l_1} \approx \approx A^{l_1}$  и

$$\delta = A^{l_1} \left( 1 + \frac{P_3P_1}{1-A} \right). \quad (21)$$

Так как условие  $P_1P_3 < 1 - A$  выполняется всегда, что равносильно условию  $Q + (1-Q)P_2P_1 < 1$ , то

$$A^{l_1} < \delta < 2A^{l_1}, \quad (22)$$

причем величина погрешности  $\delta$  приближается к правой границе при малых уровнях помех и к левой границе — при больших уровнях помех. Поскольку даже при малых  $l_1$  величина  $A^{l_1}$  чрезвычайно мала, то практически всегда можно пользоваться выражением (19).

Рассмотрим теперь случай, когда бланкирование не идеальное и длительность импульса бланкирования может изменяться на величину  $\pm \Delta$ . Тогда  $T_{ik} = T_6 + t_6 + \Delta$  и отличается от предыдущего случая наличием свободного интервала  $\Delta$ , на котором могут образовываться ложные коды. Приводимые ниже выражения аналогичны предыдущим и справедливы при  $\Delta + \tau \leq T_6$  или  $\Delta_{cp} \leq \frac{T_6}{2}$ , что гарантирует возникновение не более чем одного ложного кода за время  $T_6$ .

По аналогии с рассмотренным выше случаем имеем

$$R'_i = R'_{i-1} [QP_4P_1 + (1-Q)P_4P_2P_1 - P_4P_3P_1] + P_4P_3P_1, \quad (23)$$

где

$$P_4 = e^{-n_{cp}(\Delta_{cp} - t_6)}. \quad (24)$$

В пределе при  $i \rightarrow \infty$

$$R'_i = \frac{P_4P_3P_1}{1-B}, \quad (25)$$

где

$$B = QP_4P_1 + (1-Q)P_4P_2P_1 - P_4P_3P_1, \quad (26)$$

ошибка приближения

$$\delta = B^l \left( 1 + \frac{P_4 P_3 P_1}{1 - B} \right). \quad (27)$$

Вероятность правильного приема кода синхронизации может быть найдена как произведение вероятностей правильного декодирования и незнания дешифратора

$$Q_{\text{пр}} = RQ. \quad (28)$$

Здесь величина  $R$  определяется выражениями (19) или (25).

Заметим, что принятая выше логика работы дешифратора « $k$  из  $k$ » не является обязательной. В зависимости от уровня помех и от степени асимметрии канала лучшие результаты могут быть получены при использовании логики « $s$  из  $k$ ». При этом предполагается обязательный прием последнего импульса, несущего информацию о моменте времени, и любых  $s - 1$  импульсов из предыдущих  $k - 1$ . В этом случае среднее число ложных кодов на выходе каскада совпадения определяется выражением

$$n'_{\text{ср}} = C_{k-1}^{s-1} (s-1) N (\rho_0)^{s-1} \quad (29)$$

и условная вероятность правильного декодирования кода

$$Q' = \sum_{i=0}^{k-s} C_{k-1}^i \rho_1^i (1 - \rho_1)^{k-i-1}. \quad (30)$$

Нетрудно теперь получить соответствующие выражения для первого варианта, когда бланкирование входа дешифратора отсутствует. Очевидно, вероятность занятости канала в этом случае практически равна нулю, поскольку время восстановления входных устройств дешифратора принято равным нулю, и вероятность правильного приема

$$S = QP_2. \quad (31)$$

Иследуем вопрос об оптимальном выборе параметров кода синхронизации, где под оптимальным можно понимать, например, максимизацию вероятностей правильного приема в каждом из вариантов [см. (28) и (31)]. Аналитическое исследование выражения (28) не приводит к приемлемым для практики результатам. Поэтому на рис. 2 и 3 представлены зависимости вероятности правильного приема  $Q_{\text{пр}}$  и  $S$ , а также  $k_{\text{опт}}$  от различных параметров кода синхронизации и параметров канала связи, полученные с помощью ЭЦВМ. Из графиков следует, что оптимальное значение  $k_{\text{опт}}$  при первом алгоритме обработки меньше, чем при втором; первый алгоритм обеспечивает лучшие вероятностные характеристики при величинах  $k$ , близких к оптимальным.

Для анализа выражения (31) запишем его в развернутом виде

$$S = (1 - \rho_1)^k [1 - (k-1) \rho_0^{k-2}]^a (k-1),$$

где  $a = T_0/2t_0$ .

Вычисляя производную  $\frac{dS}{dk}$ , отбрасывая тривиальные случаи  $k \rightarrow \infty$  и учитывая, что при  $(k-1) \rho_0^{k-2} \ll 1$

$$\ln [1 - (k-1) \rho_0^{k-2}] \approx - (k-1) \rho_0^{k-2},$$

получаем

$$\frac{\ln(1 - \rho_1)}{a} = (k-1) \rho_0^{k-2} [(k-1) \ln \rho_0 + 2].$$



Вводя обозначение  $k = \frac{x-2}{\ln p_0} + 1$ , получаем квадратное уравнение относительно величины  $x$ , справедливое при  $x < -2$ :

$$x \ln(x^2 - 2x) = \ln \left[ \frac{e^2 p_0}{a} \ln p_0 \ln(1 - p_1) \right]. \quad (32)$$

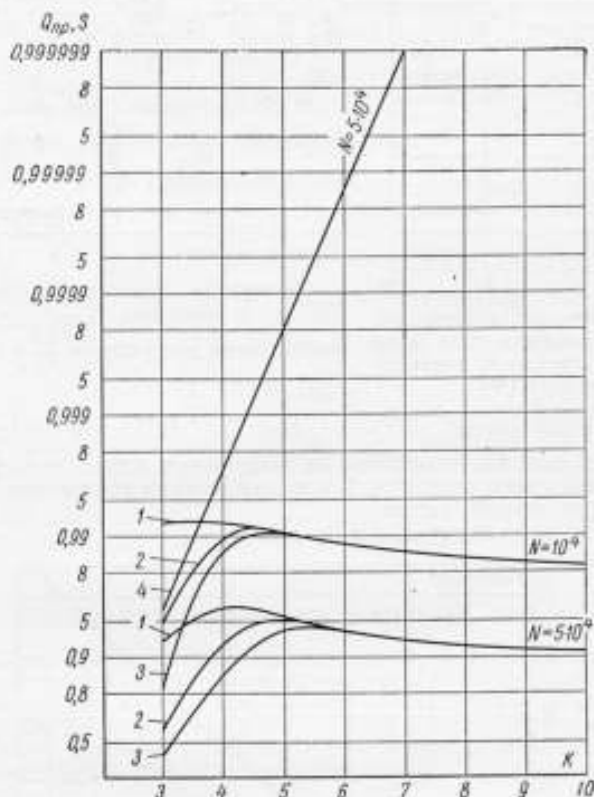


Рис. 2. Зависимость вероятности правильного декодирования (кривые 1-3) и вероятности незанятости канала (кривая 4) от значности кода  $k$ .

1 — первый режим работы дешифратора при идеальном бланкировании; 2 — первый режим при реальном бланкировании; 3 — второй режим работы.

Функция  $x \ln(x^2 - 2x)$  была протабулирована; можно показать, что при  $-33 \leq x \leq -9$  эта функция с погрешностью, не превышающей 5%, аппроксимируется линейной зависимостью

$$y = 0,889x + 3,71, \quad (33)$$

откуда

$$k_{\text{опт}} \approx \left\{ \frac{\ln \left[ \frac{p_0}{a} \ln p_0 \ln(1 - p_1) \right] - 3,488}{0,889 \ln p_0} + 1 \right\}. \quad (34)$$



Это выражение справедливо при  $k \geq 4$  и  $\rho_0 \leq 10^{-2}$ , что соответствует приведенным выше значениям  $x$ . Аппроксимирующая прямая (33) согласована с реальной кривой (32) в точках  $y_1 = -10,5$  и  $y_2 = -25,5$ . В промежутке  $[y_1, y_2]$  выражение (34) дает значения  $k$  с недостатком, а вне этого промежутка — с избытком.

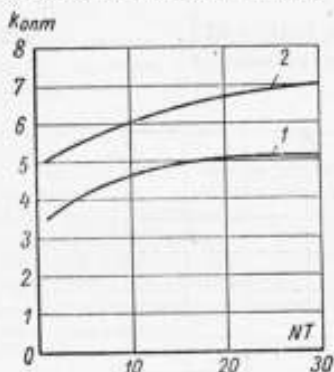


Рис. 3. Зависимость оптимальной величины значности кода  $k$  от количества импульсов помех на базе кода ( $NT$ ).

1 — первый режим работы; 2 — второй режим работы.

В общем виде это неравенство не разрешается, однако если ограничиться случаем малых помех, когда  $v' \ll 1$ , и воспользоваться разложением  $(1 - v')^n \approx 1 - nv'$ , то искомое условие

$$(1 - Q)(a + k - 1) < a. \quad (36)$$

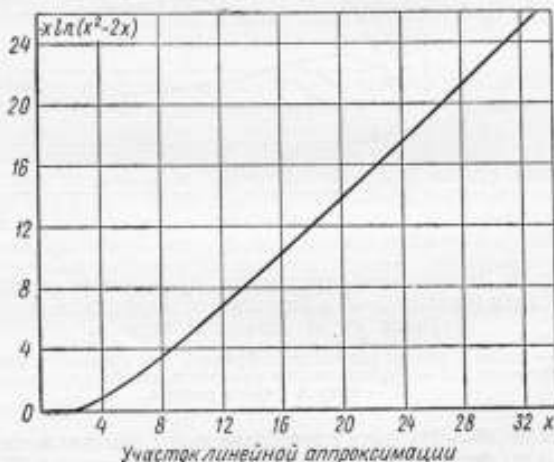


Рис. 4. Функциональная зависимость для нахождения оптимального значения  $k$  по второму режиму работы дешифратора.

Неравенство (36) свидетельствует о том, что по крайней мере при малых помехах, когда  $v' \ll 1$ , а  $Q$  близко к 1, использование алгоритма декодирования с бланкированием входа дешифратора дает выигрыш в вероятности правильного декодирования.

Если величина  $R$  определяется выражением (25), то условие  $\frac{S}{Q_{np}} < 1$  при тех же допущениях будет иметь вид

$$\nu \left[ aP_4 \left( \frac{1}{2} - Q \right) + k - \frac{a}{2} - 1 \right] + 1 < P_4. \quad (37)$$

В заключение необходимо отметить, что ряд допущений, принятых в процессе анализа, снижает точность абсолютной оценки с помощью полученных выше выражений. Однако их использование целесообразно как для сравнительной оценки различных алгоритмов приема кодов синхронизации, так и для качественной оценки того или иного алгоритма на стадии проектирования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Глобус И. А. Построение независимых временных многоимпульсных кодов на минимальной базе. «Вопросы радиоэлектроники». Серия общетехническая, 1967, вып. 4.
2. Седякин Н. М. Элементы теории случайных импульсных потоков. «Советское радио», 1965.
3. Кофман А., Крюон Р. Массовое обслуживание, Теория и приложения. «Мир», 1965.
4. Кокс Д., Смит В. Теория восстановления. «Советское радио», 1967.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

УДК 621.391.012

И. М. АРТЕМЬЕВ, Л. А. ВАСИЛЬЕВА  
ВНИИМ

#### УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПЛОЩАДИ ДИАГРАММЫ

Площадь диаграммы, заключенной между осями координат и кривой, описывающей исследуемый процесс, обычно определяется путем простого подсчета на миллиметровой бумаге или вручную с помощью механического планиметра. Оба способа определения площади диаграммы требуют больших затрат времени. Авторами разработано несложное устройство (автоматический планиметр), работающее вместе с регистратором ЭПП-09 и позволяющее определить площадь диаграммы одновременно с ее регистрацией.

В основу работы предлагаемого устройства положен принцип преобразования аналогового сигнала в частоту следования импульсов с последующим их суммированием в интересующем промежутке времени с индикацией измеряемой величины на цифровом табло.

На ленте регистратора фиксируется кривая  $h(t)$  (рис. 1), линейно связанная с напряжением на входах автоматического планиметра и регистратора  $U(t)$  соотношением

$$h(t) = k_1 U(t), \quad (1)$$

где  $k_1$  — коэффициент пропорциональности между напряжением и линейным перемещением пера регистратора.

Напряжение  $U(t)$  преобразуется в последовательность импульсов  $N(t)$ , частота следования которых в каждый момент времени пропорциональна величине напряжения  $U(t)$

$$N(t) = k_2 U(t), \quad (2)$$

где  $k_2$  — коэффициент преобразования напряжения в частоту следования импульсов.

Площадь  $F_d$  можно записать в виде определенного интеграла в пределах от  $t_1$  до  $t_2$  (начало и конец цикла регистрации):

$$F_d = \int_{t_1}^{t_2} h(t) dt = \frac{k_1}{k_2} \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt = k_0 \int_{t_1}^{t_2} N(t) dt, \quad (3)$$

где  $k_0 = \frac{k_1}{k_2}$ .

Выражение (3) справедливо в том случае, если функция  $U(t)$ , а следовательно, и функции  $h(t)$  и  $N(t)$  непрерывны в промежутке от  $t_1$  до  $t_2$  и имеют один и тот же знак. Так как  $N(t)$  — последовательность импульсов, то операцию интегрирования можно с достаточно хорошим приближением заменить суммированием и записать это выражение в таком виде

$$F_d = k \sum_{i=1}^n N_i(t), \quad (4)$$

где  $k$  — градуировочный коэффициент;  $n = \frac{t_2 - t_1}{\Delta t}$  — количество элементарных интервалов внутри промежутка времени от  $t_1$  до  $t_2$ ;  $\Delta t$  — величина элементарного интервала времени;  $N_i(t)$  — значение частоты следования импульсов.

Блок-схема разработанного устройства приведена на рис. 2. Электрический сигнал  $U(t)$  с выхода усилителя одновременно подается на входы регистратора и автоматического планиметра. Входной сигнал  $U(t)$  усиливается до необходимого уровня усилителем  $I$  и подается на преобразователь

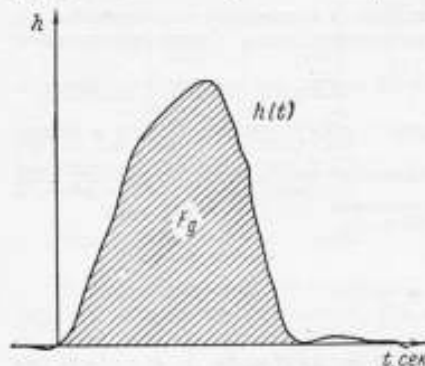


Рис. 1. Диаграмма, описывающая исследуемый процесс.

аналог—код 2. Импульсы с выхода преобразователя через ключ 4 поступают на суммирующий счетчик 4. Время суммирования от  $t_1$  до  $t_2$  определяется оператором, управляющим временем срабатывания ключа.

На рис. 3 представлена функциональная схема макета автоматического планиметра, на вход которого подается напряжение постоянного тока в пределах от нуля до 10 мв в соответствии с чувствительностью регистратора при выходном сопротивлении источника сигнала не более 100 ом.

Для получения линейной характеристики преобразования сигнал—код необходимо входной сигнал усилить до уровня 10—20 в. В устройстве использован МДМ усилитель с коэффициентом передачи 1000.

Усиленное постоянное напряжение с демодулятора подается на преобразователь аналог—код, собранный по схеме интегратора с обратной связью, т. е. с отрицательной, параллельной обратной связью, в цепь которой включен конденсатор.

Преобразователь состоит из двух каскадов фантастрона и триггера с одним устойчивым состоянием, который служит для прерывания процесса разряда накопительной емкости  $C_p$  при определенном напряжении с последующей быстрой перезарядкой этого конденсатора до исходного напряжения.

Характерной особенностью такой схемы является линейная зависимость длительности разряда конденсатора  $C_p$  до уровня срабатывания триггера от величины напряжения, подаваемого на фантастрон.

Как показано в работе [1], период следования импульсов

$$T \approx \frac{\Delta U_c}{k_y U_t} R_p C_p \quad (5)$$

или

$$N = \frac{1}{T} = \frac{k_y U_1}{\Delta U_c R_p C_p}, \quad (6)$$

где  $N$  — частота следования генерируемых импульсов;  $R_p C_p$  — постоянная времени разрядной цепочки.

Таким образом, частота следования импульсов прямо пропорциональна величине напряжения  $k_y U_1$ , подаваемого на первую сетку лампы фантастрона. Величина этого напряжения пропорциональна усиленному напряжению измеряемого сигнала  $U(t)$  на входе устройства.

На выходе преобразователя генерируется последовательность импульсов, частота следования которых в каждый данный момент времени пропорциональна величине измеряемого напряжения  $U(t)$ .

Для правильной работы схемы преобразования аналог—код необходимо выбрать режим работы фантастрона таким образом, чтобы при отсутствии сигнала на входе преобразователя не было импульсов.

Суммирующий счетчик выполнен по схеме пересчетного прибора ПП-12 с индикацией на декартонах. Сброс показаний всех декартонов в нулевое состояние осуществляется отрицательным импульсом, формируемым схемой на тиратроне при нажатии кнопки «Сброс». Ключ, определяющий время интегрирования, собран на реле и управляется с помощью кнопки, установленной на пульте управления.

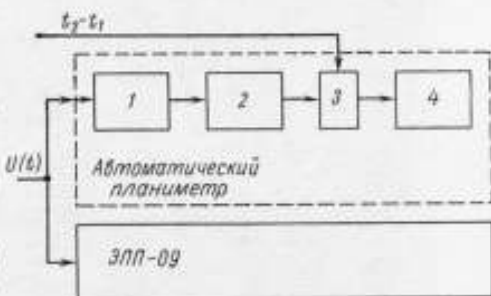


Рис. 2. Блок-схема устройства для определения площади диаграммы.

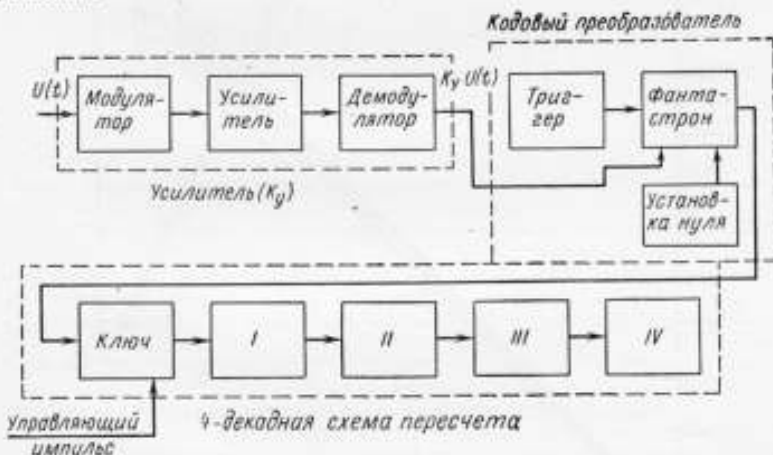


Рис. 3. Функциональная схема макета автоматического планиметра.

Макет устройства выполнен в настольном варианте на двух шасси, заключенных в кожух (см. рис. 4). Конструкция и монтаж обеспечивают свободный доступ к узлам и деталям. На первом шасси расположены усилитель с вибропреобразователем, схема преобразования напряжения в код и декартонная декада, на втором — электронные стабилизаторы. Габариты макета 375×200×220 мм; вес

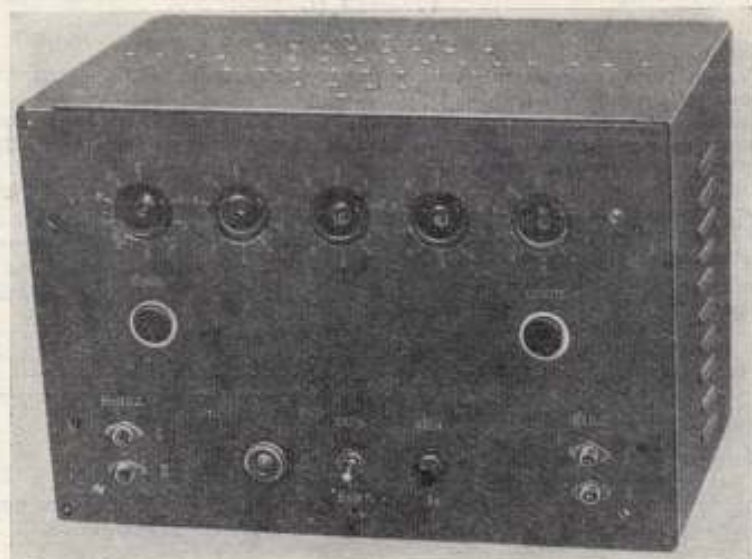


Рис. 4. Внешний вид автоматического планиметра.

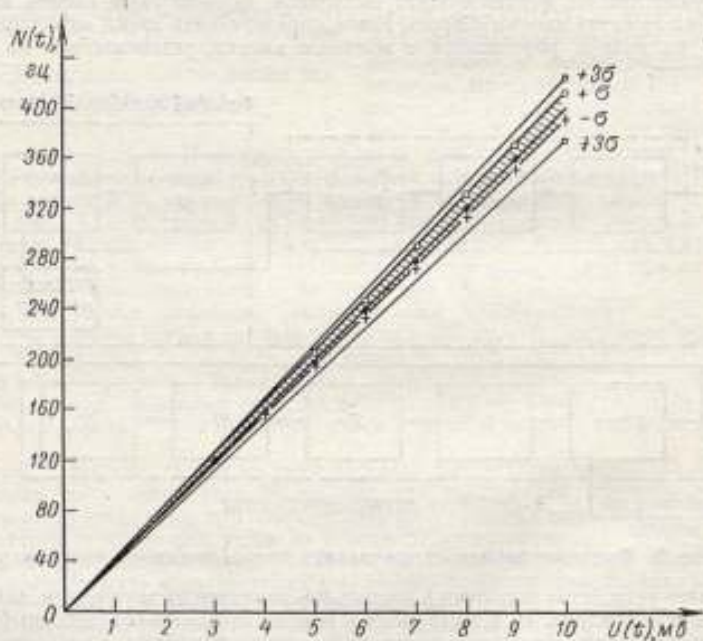


Рис. 5. Зависимость частоты следования импульсов на выходе планиметра от напряжения на его входе.



прибора не более 6 кл. Ниже приведены результаты лабораторных испытаний макета устройства.

На рис. 5 показана серия зависимостей  $N(f)$  от  $U(f)$  при строго постоянных значениях напряжений питания, температуры окружающей среды и т. д. В этом случае основная погрешность измерений площади определяется погрешностью преобразования  $U(f)$  в  $N(f)$  и в соответствии с экспериментальными кривыми (рис. 5) не превышает  $\pm 2\%$  (среднеквадратическое значение).

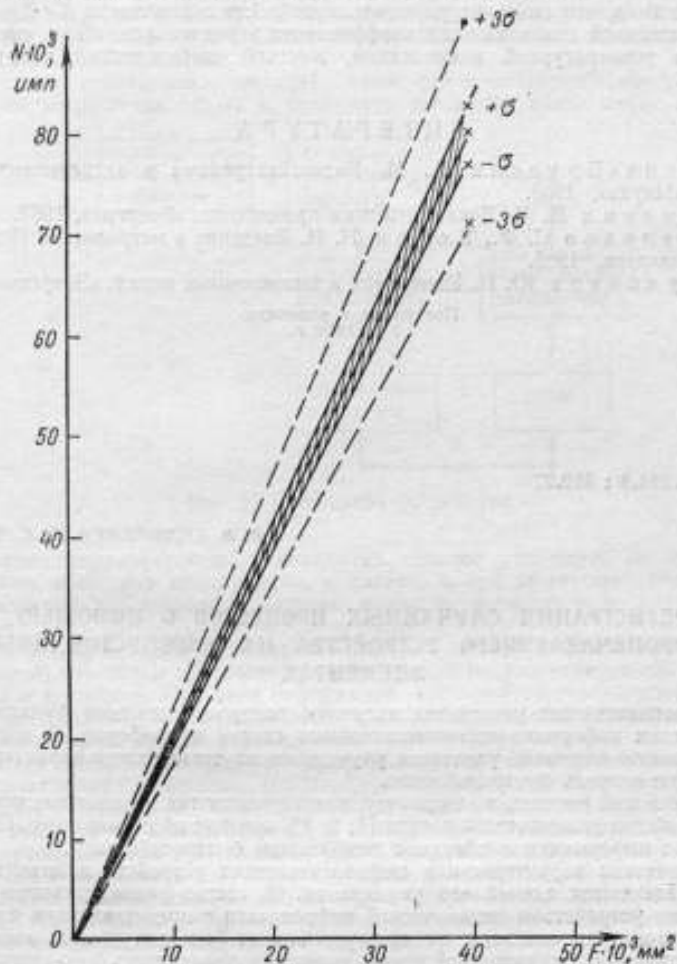


Рис. 6. Градуировочный график автоматического планиметра.

Дополнительная погрешность, обусловленная влиянием нестабильности питающих напряжений (анодного напряжения в пределах  $\pm 4\%$  и напряжения накала в пределах  $-10\% + +5\%$ ), не превышает  $\pm 3\%$  (среднеквадратическое значение). Таким образом, суммарная среднеквадратическая погрешность макета автоматического планиметра по предварительной оценке не превышает  $\pm 3,6\%$ .

На рис. 6 представлены результаты экспериментального определения площади диаграммы по числу импульсов на декатронном табло при соответствующей

проверке величин этой площади более точными методами. Измерение площади диаграммы проводилось вплоть до величины  $40 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$ , что заведомо превышает практические потребности. Как видно, среднеквадратическая погрешность измерения площади во всем диапазоне не превышает  $\pm 4\%$ , что хорошо согласуется с приведенной выше оценкой.

Дальнейшее уменьшение погрешности измерений может быть достигнуто при замене мостового транзисторного демодулятора на синхронный демодулятор релейного типа, что позволит улучшить линейность зависимости  $N(f) = kU(f)$  более тщательной стабилизацией коэффициента передачи усилителя, введением элементов температурной компенсации, жесткой стабилизацией напряжения питания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бонч-Бруевич А. М. Радиозлектроника в экспериментальной физике. «Наука», 1966.
2. Ливник В. М. Декатроны и их применение. «Энергия», 1967.
3. Маликов С. Ф., Тюрин Н. И. Введение в метрологию. Издательство стандартов, 1965.
4. Грибанов Ю. И. Измерения в высокоомных цепях. «Энергия», 1967.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

УДК 621.391.8 : 519.27

В. В. СИДОРЕНКО, Е. Х. ЧИЖОВ  
ВНИИМ

#### РЕГИСТРАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ЦИФРОПЕЧАТАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА НА МНОГОУСТОЙЧИВЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Цифропечатающие устройства являются распространенными функциональными узлами информационно-измерительных систем и приборов. В настоящее время большое внимание уделяется улучшению их технических характеристик, и в первую очередь быстродействию.

Наибольший интерес, по-видимому, представляют так называемые механические устройства динамической печати [1, 2, 3], которые обеспечивают параллельный вывод информации и обладают наибольшим быстродействием.

Технические характеристики цифропечатающих устройств в значительной мере определяются схемой его управления. В статье рассматривается схема управления устройством динамической цифропечати с представлением информации в фазо-импульсном коде, на многоустойчивых фазо-импульсных элементах.

В устройствах динамической печати целесообразно сочетать фазо-импульсный код, реализуемый с помощью многоустойчивого элемента (ЭФМ) [4, 5, 6], информативным фактором которого служит фаза периодической последовательности импульсов, с импульсами синхронизации, поступающими с оцифрованного барабана синхронно с прохождением определенных цифр. Цифры на печатающем барабане представлены фазовым кодом [1] и остается только синхронизировать работу печатающего механизма и счетчиков на ЭФМ устройством управления. Цифропечатающее устройство на фазо-импульсных многоустойчивых элементах (рис. 1) состоит из аналого-цифрового преобразователя, счетчика на ЭФМ, схем совпадения, исполнительного и управляющего устройств, а также цифропечатающего механизма.



На вход устройства поступает двуполярное напряжение случайной формы. Полный размах преобразуемого входного сигнала не должен превышать  $2U$  ( $U$  — напряжение, соответствующее максимальному заполнению счетчика). В аналого-цифровом преобразователе напряжение преобразуется в число импульсов, пропорциональное мгновенному значению сигнала. Эти импульсы поступают в счетчик на ЭФМ, где происходит соответствующее изменение фазы импульсной последовательности отдельных разрядов ЭФМ. Детектирование синхронных пар импульсов разрядов на ЭФМ и импульсов, поступающих с цифрпечатающего механизма, происходит в устройстве управления, связанном со счетчиками на ЭФМ и схемами совпадения.

В случае совпадения упомянутых выше фаз в исполнительное устройство поступает команда на печать и печатается соответствующая цифра или знак



Рис. 1. Блок-схема устройства.

с помощью цифрпечатающего механизма. Данное устройство по сравнению с другими имеет ряд преимуществ, а именно: в нем отсутствует дешифратор, изготовленный по матричной системе, функцию которого выполняет счетчик на ЭФМ.

При преобразовании двуполярного входного сигнала в однополярный (положительный) возникают трудности при регистрации модуля мгновенного значения сигнала и его знака. При этом информацию о положительном входном сигнале необходимо считать в прямом коде, а об отрицательном — в обратном, что достигается применением расширителя.

Работа всего регистратора синхронизируется командными импульсами цифрпечатающего механизма ЦПМ. Двуполярный входной сигнал поступает на входное устройство ВУ (рис. 2), преобразуется в однополярный положительный и подается на компаратор К, в котором реализуется время-импульсный метод преобразования информации. Система приводится в исходное состояние импульсом конца печати КП, воздействующим на схему сброса СС. Импульс КП воздействует на схему задержки З, выходной импульс которой поступает на триггер  $T_2$ , запускающий генератор линейно изменяющегося напряжения ГЛИН. Линейно изменяющееся напряжение поступает на 2-й вход К и начинается процесс сравнения. Одновременно с триггером  $T_2$  перебрасывается триггер  $T_3$  и на ячейки совпадения  $I_1, I_2, I_3$  поступает разрешающее напряжение. Импульсы генератора счетных импульсов ГСИ через входной формирователь ВФ и схему задержки СЗ подаются на 2-й вход  $I_1$ , с выхода которой поступают на ЭФМ<sub>1</sub>.

Для многоканальной системы ГСИ и ГЛИН являются общими для всех каналов, что дает возможность использовать логические схемы одного счетчика для всех каналов. В этом случае выходы первых разрядов (ЭФМ<sub>1</sub> — 1—1; 2—1; 3—1. . .) всех каналов объединяются ячейкой ИЛИ<sub>1</sub>, выходы вторых разрядов (ЭФМ<sub>2</sub> — 1—2; 2—2; 3—2. . .) — ячейкой ИЛИ<sub>2</sub> (для случая трех разрядов в каждом канале), а выходные импульсы ячеек ИЛИ<sub>1</sub> и ИЛИ<sub>2</sub> воздействуют со-

ответственно на схему вычитания и привязки после 1-го разряда ( $СВП_1$ ) и схему вычитания и привязки после второго разряда ( $СВП_2$ ). На вторые входы ячеек совпадения  $И_2, И_3$  поступают соответственно импульсы переноса с  $СВП_1$  и  $СВП_2$ . При совпадении амплитуд на двух входах  $К$  вырабатывается импульс сравнения, который возвращает в исходное состояние триггер  $Тг_2$ . Поступление импульсов на вход счетчика прекращается. Количество этих импульсов пропорционально мгновенному значению входного сигнала, преобразованного в однополярный.

Разрешающее напряжение триггера  $Тг_4$  поступает также и на ячейку совпадения  $И_4$ . Если при сравнении линейно изменяющегося напряжения с входным сиг-

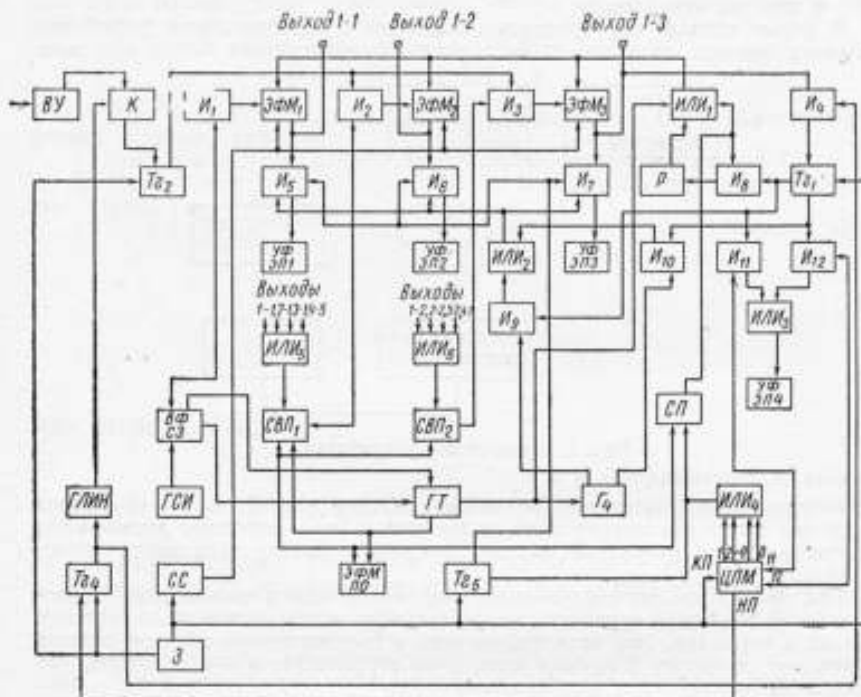


Рис. 2. Функциональная схема устройства.

налом появляется импульс с выхода старшей декады счетчика ( $ЭФМ_3$ ), то он через  $И_4$  воздействует на триггер  $Тг_4$  и перебрасывает его. На  $И_8$  подается запрещающее напряжение, в результате чего расширитель  $Р$  отключается;  $Тг_4$  является триггером знака и возвращается в исходное состояние импульсом  $КП$ . При отсутствии счетных импульсов на входы разрядов поступают тактовые импульсы с генератора тактов  $ГТ$  через ячейку  $ИЛИ_1$ .

Рассмотрим работу счетчика в режиме набора информации. Набор информации начинается одновременно с поступлением линейно изменяющегося напряжения на вход компаратора  $К$ . Счетные импульсы с  $ГСН$  поступают на входной формирователь  $ВФ$ , схему задержки  $СЗ$  и через них на синхронизируемый генератор тактов  $ГТ$ . Смысл синхронизирования  $ГТ$  счетными импульсами состоит в том, что импульс счета вызывает синхронное с ним появление тактового импульса в случае, если до момента очередного срабатывания  $ГТ$  остается интервал времени, не больший  $\Delta t_c$ . Для нормальной работы 1-го разряда необходимо выполнить условие  $\Delta t_c \geq 2\tau_3$ , где  $\tau_3$  — величина времени задержки. Минимально допустимое значение  $\tau_3$  ограничено разрешающей способностью ЭФМ. Если счетный импульс

опережает тактовый на время, большее  $\Delta t_c$  и, следовательно, не вызывает срабатывания ГТ, то, пройдя схему задержки, он должен поступить на  $i$ -й разряд (ЭФМ<sub>1</sub>) счетчика тактового импульса за время, не меньшее  $\tau_3$ . Соответственно минимальный период следования счетных импульсов  $T_{\min} = 2\tau_3$ , поскольку в этом случае тактовый импульс помещается между счетными, а разрешающая способность разряда равна  $\tau_3$ .

На рис. 3 представлены временные диаграммы работы счетчика на ЭФМ (для упрощения приведены ЭФМ, имеющие коэффициент деления  $n=4$ ). Счетные импульсы III, поступаая на вход ЭФМ<sub>1</sub> (см. IV), вызывают изменение фазы выходных импульсов V.

Для выделения импульса переноса с  $i$ -го разряда служит схема вычитания и привязки после первого разряда (СВП<sub>1</sub>). Критерием выделения является нали-

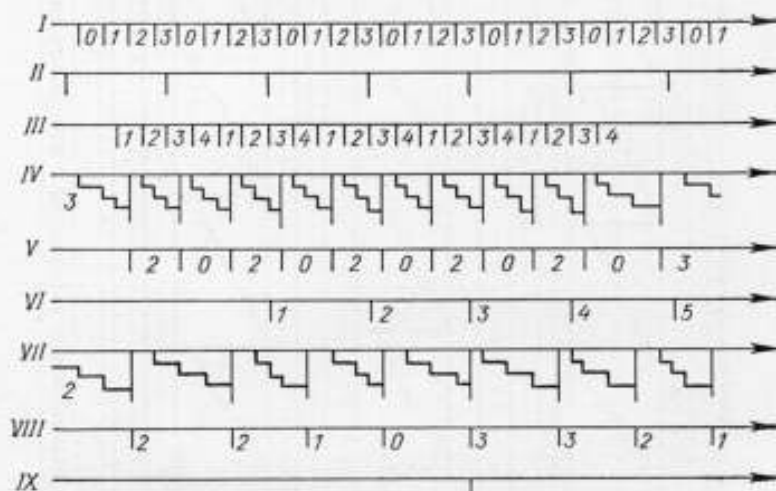


Рис. 3. Временная диаграмма счетчика в режиме набора информации.

чие двух выходных импульсов ЭФМ<sub>1</sub> между импульсами опорной последовательности II, V, VI. Импульсы переноса VI—IX с СВП<sub>1</sub> поступают на ЭФМ<sub>2</sub>. Работа ЭФМ<sub>2</sub> и СВП<sub>2</sub> аналогична описанной выше.

Импульс начала печати НП дает разрешение на печать. Синхроимпульсы СИ с выхода ЦПМ поступают на схему ИЛИ<sub>4</sub> и с ее выхода на схему привязки СП, обеспечивающую временное несовпадение СИ и тактовых импульсов. С выхода схемы привязки через расширитель или непосредственно согласующие импульсы поступают на ячейку ИЛИ<sub>1</sub>, на второй вход которой поступают тактовые импульсы. Импульсы с выхода ИЛИ<sub>1</sub> поступают на все разряды счетчика одновременно. Каждый согласующий импульс сдвигает фазу на выходах всех ЭФМ на один такт. Следует отметить, что переноса из разряда в разряд не происходит, так как импульсы переноса совпадают во времени с СИ.

Допустим, что в одном из разрядов записано число «7». Это означает, что фаза импульсов на выходе этой ячейки отличается от фазы опорной последовательности (с выхода ЭФМ ПО, частота которой равна  $f_T/10$ ) на 7 тактовых периодов. С приходом согласующих импульсов состояние разрядов последовательно проходит значения 8, 9, 0... или 6, 5, 4... (без расширителя или с ним).

Импульсы с выходов разрядов поступают на ячейки совпадения И<sub>6</sub>, И<sub>8</sub>, И<sub>7</sub>, на вторые входы которых через схемы совпадения И<sub>9</sub> или И<sub>10</sub> (в зависимости от состояния триггера знака ТЗ<sub>1</sub>) и схему ИЛИ<sub>2</sub> подаются импульсы сравнения с генератора чисел. В рассматриваемом случае на ячейки совпадения И<sub>6</sub>, И<sub>8</sub>, И<sub>7</sub> подаются импульсы сравнения: с расширителя цифра «8», без расширителя — «1».







Рис. 5. Временная диаграмма работы устройства в режиме вывода информации об отрицательном входном сигнале.

Необходимо отметить, что цифры на печатающем барабане МП16-1 расположены следующим образом: 0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 и первому СИ соответствует печать «0», второму СИ — «9» и т. д. Печать знака осуществляется с помощью триггера знака  $T_2$  и ячеек знака  $H_{11}$ ,  $H_{12}$ , на вторые входы которых подаются СИ с ЦПМ, соответствующие печати знака («+» или «-»).

Рассмотрим регистрацию положительного входного сигнала (без расширителя) (рис. 4). Пусть записано число «9» в ЭФМ<sub>1</sub> (см. III). Согласующие импульсы И поступают на вход ЭФМ<sub>1</sub>, изменяют фазу выходного импульса по отношению к тактовым последовательностям в сторону увеличения: 9, 0, 1, 2... (см. V).

Импульс с выхода  $H_2$  образуется при совпадении по фазе импульсов IV—VII на его входах, поступает на вход усилителя-формирователя электромагнита печати (УФЭП<sub>1</sub>) и происходит печать цифры. Как видно из рис. 4, VII, это срабатывание осуществляется с приходом второго согласующего импульса, вырабатываемого ЦПМ в момент прохождения под печатающим молоточком цифры «9», который печатает цифру «9». Во втором разряде VII—XV (ЭФМ<sub>2</sub>) печатается «6», в третьем (ЭФМ<sub>3</sub>) — «7».

Рассмотрим регистрацию отрицательного входного сигнала с расширителем (рис. 5). Пусть записано число «3» в ЭФМ<sub>1</sub> (см. V). При обратном считывании информации ряд соответствия следующий: 9—0, 8—1, 7—2, 6—3, 5—4, 4—5... Согласующие импульсы с выхода схемы привязки поступают на ячейку ИЛН<sub>1</sub> через расширитель, причем с выхода расширителя длительность импульса перекрывает два такта (см. III, рис. 5), которые засчитываются как один импульс. В этом случае фаза выходных импульсов ЭФМ меняется по отношению к тактовой последовательности в сторону уменьшения: 2, 1, 0, 9... (см. VI). Записанное число «3» в ЭФМ<sub>1</sub> согласно ряду соответствия должно отпечататься как «6». Импульс с выхода ячейки  $H_2$  образуется при совпадении по фазе импульсов на его входах. Как видно из рис. 5, VIII, этот импульс образуется с приходом «5»-го СИ, символизирующего печатаемую цифру «6».

Во втором разряде ЭФМ<sub>2</sub> печатается «0», в 3-м разряде ЭФМ<sub>3</sub> — «8» (см. IX—XII).

Следует отметить целесообразность применения ЭФМ в декадных многоразрядных счетчиках. Фазо-импульсный элемент является пересчетной ячейкой [4, 5, 6]. При построении многоразрядных счетчиков основная трудность состоит в необходимости принятия специальных мер для предотвращения сбоев из-за совпадения во времени счетных и тактовых импульсов. Ниже приведены основные параметры счетчиков по данным завода «Точэлектроприбор» [5]:

	На фазо-импульсных элементах	На двоичных элементах
Количество транзисторов, шт. . . . .	104	212
Количество диодов, шт. . . . .	111	304
Емкость счетчика, ед. . . . .	10 <sup>8</sup>	10 <sup>6</sup>
Быстродействие, кГц . . . . .	100	100
Общее количество деталей, шт. . . . .	509	1376
Потребляемая мощность, вт . . . . .	15	40—50

Эти данные наглядно демонстрируют преимущество цифрпечатающего регистратора на ЭФМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Савета Н. Н. Быстродействующие печатающие устройства. «Машиностроение», 1965.
2. Савета Н. Н. Методы и средства цифровой и знаковой регистрации данных в современных печатающих устройствах. «Приборы и средства автоматизации», 1964, № 8.
3. Кальмансон В. А. Быстродействующие печатающие устройства электронных вычислительных машин (обзор), М., 1964, (ВНИИЭМ).
4. Сигорский В. П., Ситников Л. С., Утяков Л. Л. Многоустойчивые элементы дискретной техники. «Энергия», 1966.

5. Многозначные элементы и структуры. Под ред. В. П. Сигорского «Советское радио», 1967.

6. Сидоренко В. В., Чижев Е. Х., Колтик Е. Д. Фазо-импульсный многоустойчивый элемент. Авторское свидетельство № 225921, Бюллетень изобретений, 1968, № 35.

7. Сидоренко В. В., Ситников Л. С., Утяков Л. Л., Куземко В. С., Чижев Е. Х. Устройство для вывода информации с фазо-импульсным представлением чисел. Авторское свидетельство № 236852, Бюллетень изобретений, 1969, № 7.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

УДК 621.317.794 : 621.375.

Н. М. АРТЕМЬЕВ, С. Р. ОСМОЛОВСКИЙ  
ВНИИМ

### ВЫБОР ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО УСИЛИТЕЛЯ ДЛЯ БОЛОМЕТРА БСГ-2

Предварительный усилитель предназначен для работы с полупроводниковым болометром типа БСГ-2, который под воздействием модулированного лучистого потока генерирует электрический сигнал.

Задача получения максимальной чувствительности системы болометр—усилитель решается выбором оптимальных параметров, в основном, предварительного усилителя.

Максимальная чувствительность определяется величиной минимально обнаруживаемого сигнала (МОС), зависящей от уровней шумов болометра и цепи его питания, входной цепи и первого каскада усиления. При достаточной величине коэффициента усиления по мощности первого каскада шумами последующих каскадов можно пренебречь.

Анализ первого каскада предварительного усилителя проведен в предположении, что схема линейна в рабочем диапазоне входных сигналов и поэтому применим метод суперпозиции [1, 3].

На рис. 1 дана «классическая» схема включения болометра на вход усилителя, на рис. 2 — соответствующая ей эквивалентная схема, построенная на основании теоремы Тевенина [3]. Отдельные шумовые составляющие представлены в виде эквивалентных генераторов шумовой э. д. с., причем цепи питания, болометр и нагрузка приведены ко входу усилителя.

Анализируя эквивалентную схему, можно показать, что при соотношении сигнала и суммарного шума, приведенных к управляющей сетке первого каскада, равном единице, минимальная величина сигнала, генерируемая болометром, связана с шумовыми э. д. с. следующим соотношением при условии, что э. д. с. наводок меньше э. д. с. тепловых флуктуаций:

$$\begin{aligned}
 \text{МОС} = \sqrt{e_{ш.б}^2 + k_n 4kTR_б \Delta f + k_T^2 k_{nx} 4kTR_б \Delta f +} \\
 + e_{ш.з} \Delta f \left[ k_T^2 k_{nx}^2 + 2k_{nx} + 2k_{nx} k_n + \frac{1 + 2k_n + k_n^2}{k_T^2} \right], \quad (1)
 \end{aligned}$$



Рис. 1. Схема включения болометра.

$E_n$  — напряжение питания болометра;  $R_n$  — сопротивление нагрузки;  $R_b$  — сопротивление болометра;  $CU$  — согласующее устройство;  $U_c$  — усилитель.



где  $T$  — температура окружающей среды;  $k$  — постоянная Больцмана,  $1,38 \times 10^{-23}$ ,  $\text{вт} \cdot \text{сек}/\text{град}$ ;  $\Delta f$  — полоса пропускания;  $k_T$  — коэффициент трансформации согласующего устройства;  $k_H = \frac{R_6}{R_H}$ ;  $k_{\text{вх}} = \frac{R_6}{R_{\text{вх}}}$ .

Ввиду того, что анализ соотношения (1) в общем виде весьма трудоемок, минимизация величины МОС выполнена для предварительного усилителя, согласованного с болометром БСГ-2 при полосе пропускания 1 гц и комнатной температуре.

Ниже приводятся типовые параметры болометра БСГ-2.

Чувствительность, $\text{вт}/\text{гц}$ . . . . .	$(2-9) \cdot 10^{-10}$
Коэффициент преобразования, $\text{в}/\text{вт}$ . . . . .	60—1800
Выходное сопротивление, $\text{ом}$ . . . . .	$(2,5-3,5) \cdot 10^6$
Постоянная времени, $\text{мсек}$ . . . . .	5—40
Уровень собственных шумов, $\text{в}/\text{гц}$ . . . . .	$(0,5-1,5) \cdot 10^{-9}$
Рекомендуемая частота модуляции, $\text{гц}$ . . . . .	9—11

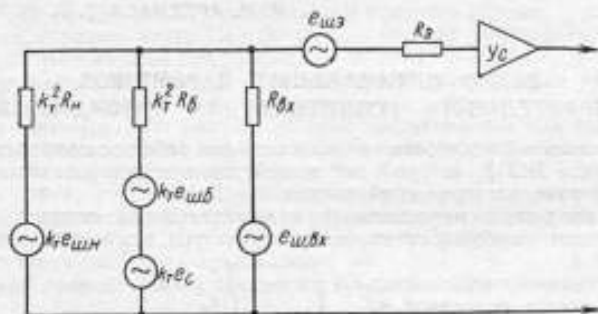


Рис. 2. Эквивалентная схема цепи болометра и усилителя.

$e_{\text{ш.н}}$  — эквивалентный шумовой генератор цепи нагрузки;  $e_{\text{ш.б}}$  — эквивалентный шумовой генератор, соответствующий шумам болометра;  $e_{\text{ш.с}}$  — эквивалентный генератор сигнала;  $R_{\text{вх}}$  — входное сопротивление первого каскада;  $e_{\text{ш.вх}}$  — эквивалентный шумовой генератор входной цепи;  $e_{\text{ш.з}}$  — эквивалентный генератор шумов первой лампы усилителя при коротком замыкании входной цепи;  $R_3$  — эквивалентное шумовое сопротивление лампы первого каскада.

По формуле (1) рассчитаны и построены зависимости величины МОС от коэффициентов согласования  $k_T k_H$  и  $k_{\text{вх}}$  (рис. 3), от уровня шумов приемника излучения (рис. 4) и от величины шумов лампы первого каскада (рис. 5). При построении зависимостей диапазоны изменения коэффициентов согласования  $k_T$ ,  $k_H$ ,  $k_{\text{вх}}$  принимались равными  $10^{-2}$ — $10^2$ , а  $R_3 = 10^2 + 10^6$ . При этом значения постоянных коэффициентов выбирались с учетом наиболее приемлемых на практике.

При указанных соотношениях параметров этих цепей и, учитывая характер зависимости МОС от коэффициента трансформации, можно сделать вывод, что использование согласующего трансформатора между болометром и усилителем нецелесообразно, так как изменение коэффициента трансформации от 1,0 до 0,1 дает малый выигрыш в величине МОС (7,7%). Однако при использовании трансформаторного входа в усилителе возникают серьезные конструктивные трудности, связанные с экранировкой от внешних наводок. В этом случае лучшим вариантом является непосредственное включение болометра в схему усиления.

Характер зависимости МОС от коэффициентов согласования с нагрузкой  $k_H$  и входом усилителя  $k_{\text{вх}}$  позволяет правильно выбрать величину сопротивления нагрузки и величину входного сопротивления усилителя. При увеличении нагрузочного сопротивления от 3 до 10  $\text{Мом}$  ( $k_H = 1 + 0,1$ ) величина МОС меняется лишь на 3,6%, а увеличение входного сопротивления в тех же пределах дает

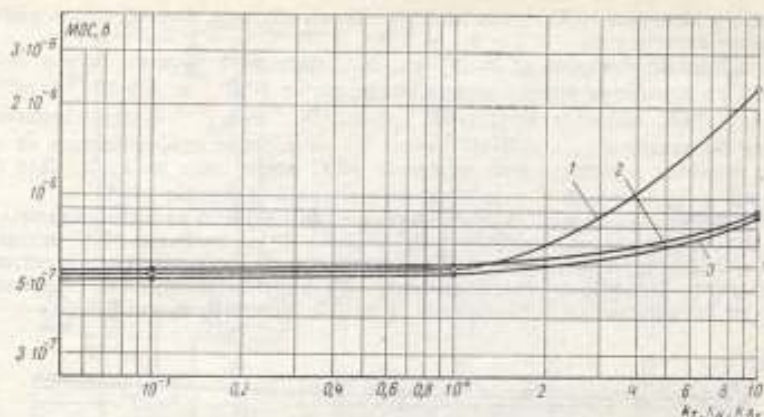


Рис. 3. Зависимость величины МОС от коэффициентов согласования.

1 — МОС ( $k_T$ ) при  $\bar{e}_{ш.б} = 5 \cdot 10^{-7}$  в,  $k_N = 0,3$ ,  $k_{BX} = 1,0$ ,  $R_B = 200$  ом; 2 — МОС ( $k_N$ ) при  $\bar{e}_{ш.б} = 5 \cdot 10^{-7}$  в,  $k_T = 1,0$ ,  $k_{BX} = 1,0$ ,  $R_B = 200$  ом; 3 — МОС ( $k_{BX}$ ) при  $\bar{e}_{ш.б} = 5 \cdot 10^{-7}$  в,  $k_T = 1,0$ ,  $k_N = 0,3$ ,  $R_B = 200$  ом.

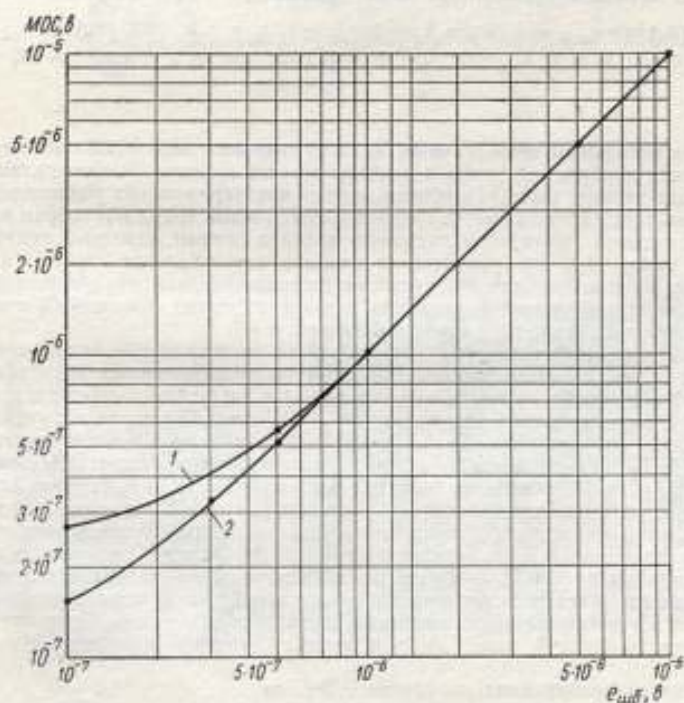


Рис. 4. Зависимость величины МОС от уровня собственных шумов болометра.

1 —  $k_N = 0,3$ ,  $k_{BX} = 1,0$ ,  $R_B = 600$  ом; 2 —  $k_N = 0,03$ ,  $k_{BX} = 0,1$ ,  $R_B = 200$  ом.

выигрыш в величине МОС только на 3,8%. Таким образом, можно считать рациональными значения  $k_n = 0,3$  и  $k_{вх} = 1,0$ .

Наибольшее влияние на величину МОС оказывает уровень шумов болометра. При изменении уровня шумов болометра от  $1 \cdot 10^{-7}$  до  $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ в} \cdot \text{гц}^{-1/2}$  величина МОС меняется от  $1,5 \cdot 10^{-7}$  до  $1,5 \cdot 10^{-6} \text{ в} \cdot \text{гц}^{-1/2}$ . Следует заметить, что для болометра с  $e_{ш.б} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ в} \cdot \text{гц}^{-1/2}$  уменьшение коэффициентов на порядок приводит к уменьшению величины МОС всего лишь на 9,8%. Для болометров с  $e_{ш.б} = 1 \cdot 10^{-7} \text{ в} \cdot \text{гц}^{-1/2}$  этот выигрыш достигает 100%.

Как показано на рис. 5, влияние шумов лампы первого каскада на величину МОС мало: при реальных значениях  $R_{вх} = 10^2 \div 10^3 \text{ ом}$  величина МОС меняется на 4%. Очевидно, в данном случае чувствительность регистрирующей системы определяется уровнем шумов болометра, при этом целесообразны следующие значения коэффициентов согласования:  $k = 1,0$ ;  $k_n = 0,3$ ;  $k_{вх} = 1,0$ .

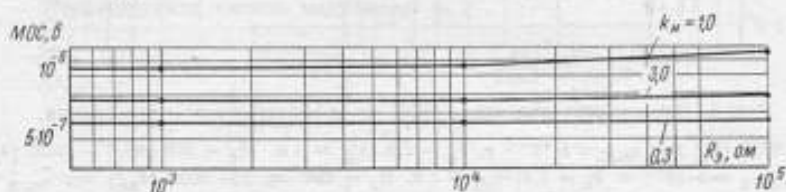


Рис. 5. Зависимость величины МОС от уровня шумов лампы первого каскада.

МОС ( $R_n$ ) при  $e_{ш.б} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ в} \cdot \text{гц}^{-1/2}$ ,  $k_T = 1$ ,  $k_{вх} = 1$ ,  $k_n = 1,0$ ; МОС ( $R_n$ ) при  $e_{ш.б} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ в} \cdot \text{гц}^{-1/2}$ ,  $k_T = 1$ ,  $k_{вх} = 1$ ,  $k_n = 0,3$ ; МОС ( $R_n$ ) при  $e_{ш.б} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ в} \cdot \text{гц}^{-1/2}$ ,  $k_T = 1$ ,  $k_{вх} = 1$ ,  $k_n = 0,3$ .

Дополнительным обязательным конструктивным требованием является необходимость исключения наводок и микрофонного эффекта. В соответствии с результатами анализа были разработаны схемы предварительных усилителей, одна из которых приведена на рис. 6. Первый каскад (левый триод  $L_1$ ) собран по схеме с общим катодом. Нагрузкой для этого каскада служит катодный повторитель (правый триод  $L_2$ ), что увеличивает входное сопротивление первого каскада. С катодного сопротивления  $R_{12}$ , общего с третьим каскадом, сигнал поступает на третий и четвертый каскады усиления и далее на выход. Емкость  $C_7$  позволяет несколько сузить полосу пропускания усилителя.

Для стабилизации коэффициента усиления введена глубокая отрицательная обратная связь, величина которой подбирается сопротивлением  $R_8$ . Емкость  $C_4$  в цепи обратной связи позволяет корректировать частотную характеристику усилителя. Для уменьшения уровня шумов и наводок в качестве нагрузки  $R_1$  и утечки сетки первого каскада  $R_9$  применены микропроволочные сопротивления типа МВСГ [4], а конденсатор  $C_6$  выбран с малыми токами утечки. В цепи питания болометра, а также в анодных цепях ламп установлены развязки по анодному напряжению RC-фильтры с постоянной времени до 2 сек. Подогреватели катодов обеих ламп питаются стабилизированным напряжением постоянного тока.

Для периодической проверки коэффициента усиления в цепь катода первого каскада через делитель  $R_{12}-R_{10}$  вводится калибровочный сигнал. Предварительный усилитель (рис. 7) смонтирован на Т-образном шасси, причем детали сгруппированы и экранированы по каскадам. Шасси, в свою очередь, вдвигается в кожух, представляющий собой двойной экран. Основные параметры усилителя:

Полоса пропускания на уровне 0,707, гц	2—70
Коэффициент усиления	500
Входное сопротивление, Ом	3
Напряжение шумов при короткозамкнутом входе, $\text{в} \cdot \text{гц}^{-1/2}$	$(0,5-1,0) \cdot 10^{-7}$

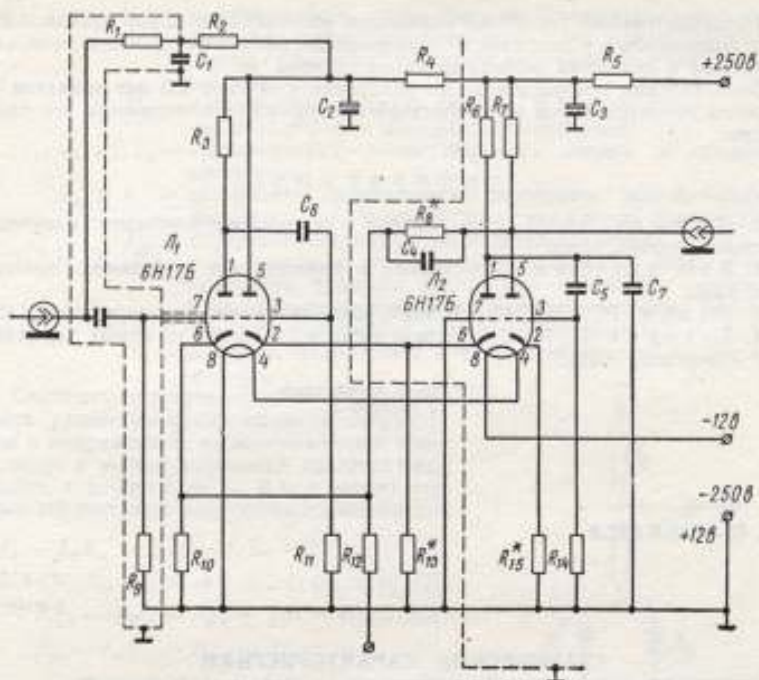


Рис. 6. Принципиальная схема предварительного усилителя.

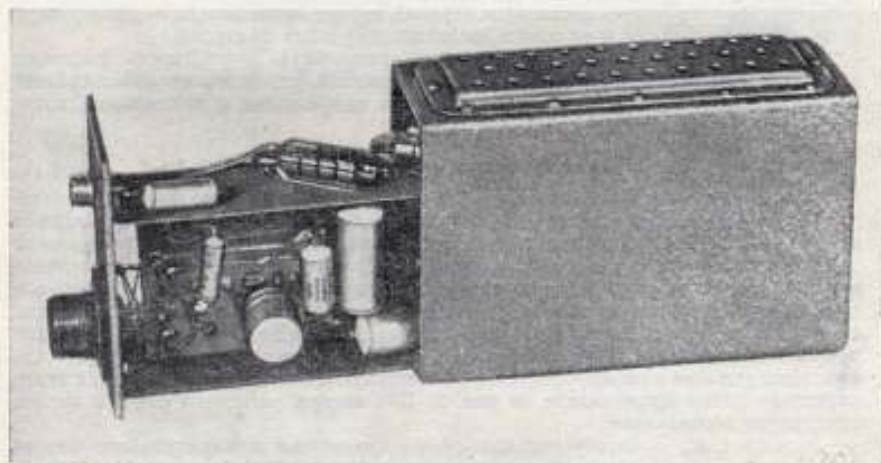


Рис. 7. Общий вид предварительного усилителя.



Предварительный усилитель нормально работает при длине кабеля АВК-3 между болометром и усилителем до 150 см и длине кабеля между предварительным усилителем и основным регистрирующим трактом до 50 м.

Эксплуатация предварительного усилителя в течение 1,5 лет показала стабильность его параметров и удовлетворительную воспроизводимость его характеристик.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Джемиссон Д. и др. Физика и техника инфракрасного излучения. «Советское радио», 1965.
2. Ван дер Зил. Флюктуация в радиотехнике и физике. Госэнергоиздат, 1958.
3. Лэнди Р. и др. Справочник радионинженера. Госэнергоиздат, 1961.
4. Тетерин Н. М. Генераторы шума и измерение шумовых характеристик. «Энергия», 1968.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

УДК 62—523.8.062.3

**В. А. ВОЛ  
ВНИИМ**

#### СТАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРАВЛЯЕМЫХ ФИКСИРУЮЩИХ СХЕМ НА ДИОДАХ

В современных электронных системах обработки информации широко применяются управляемые фиксирующие схемы на диодах. Их используют в качестве преобразователей стробоскопических осциллографов, схем восстановления постоянной составляющей телевизионных видеосигналов, промежуточных запоминающих устройств аналогоцифровых преобразователей и т. п. [1—5]. Однако в литературе отсутствует достаточно строгий анализ погрешности подобных схем и их чувствительности к влиянию дестабилизирующих факторов.

В работе делается попытка оценить статическую погрешность фиксации входного напряжения при использовании диодной управляемой фиксирующей схемы, а также чувствительность выходного напряжения к изменениям параметров элементов схемы.

##### Расчет выходного напряжения схемы

Для управляемой фиксации наиболее часто используется схема, представленная на рис. 1. Она работает следующим образом. Между моментами фиксации диоды  $D_1—D_4$  заперты за счет подачи на них напряжений обратной полярности через сопротивления  $R_1$  и  $R_2$ , и на емкости  $C$  присутствует некоторое остаточное напряжение. Если при подаче на схему управляющих импульсов это остаточное напряжение не равно мгновенному значению входного сигнала, запоминающая емкость за счет разбаланса диодного моста заряжается до напряжения, примерно равного мгновенному значению входного сигнала (динамическая погрешность фиксации здесь не рассматривается). Соответствующая интервалу фиксации эквивалентная схема представлена на рис. 2. Для вывода расчетных формул введем следующие обозначения:

$U_+$  — алгебраическая сумма амплитуды положительного управляющего импульса и отрицательного запирающего напряжения (действующая амплитуда положительного управляющего импульса);

$U_-$  — алгебраическая сумма амплитуды отрицательного управляющего импульса и положительного запирающего напряжения (действующая амплитуда отрицательного управляющего импульса);

$U_i$  — напряжение входного сигнала в момент окончания процесса подстройки выходного напряжения;

$r_1, r_2, r_3, r_4$  — сопротивления соответствующих диодов в проводящем состоянии;

$R_+$  и  $R_-$  — внутренние сопротивления источников положительных и отрицательных управляющих импульсов соответственно;

$R_c$  — внутреннее сопротивление источника сигнала;

$I_1, I_2, I_3, I_4$  — токи, протекающие через соответствующие диоды в момент окончания процесса подстройки выходного напряжения;

$I_+, I_-$  — токи соответствующих источников управляющих импульсов;

$I_c$  — ток, отвечающий в источник сигнала;

$U_0$  — выходное напряжение в момент окончания процесса подстройки.

Статическая погрешность схемы определяется разностью между входным напряжением и напряжением на запоминающем конденсаторе в момент окончания процесса подстройки, т. е. при  $I_2 = I_4$ . В этот момент для схемы справедливы следующие соотношения:

$$U_+ - I_+ R_+ - I_1 r_1 - I_c R_c - U_i = 0; \quad (1)$$

$$U_i + I_c R_c - I_2 r_2 - I_- R_- + U_- = 0; \quad (2)$$

$$I_1 r_1 - I_2 r_2 - I_3 r_3 + I_4 r_4 = 0; \quad (3)$$

$$U_+ - I_+ R_+ - I_2 r_2 - U_0 = 0; \quad (4)$$

$$I_2 = I_4 = I_+ - I_1; \quad (5)$$

$$I_c = I_+ - I_-; \quad (6)$$

$$I_3 = I_- - I_+ + I_1. \quad (7)$$

Для нахождения  $U_0$  эти уравнения можно свести к системе:

$$\left. \begin{aligned} I_+ (R_+ + R_c) + I_- (-R_c) + I_1 r_1 &= \\ &= U_+ - U_i; \\ I_+ (-R_c - r_2) + I_- (R_- + \\ &+ R_c + r_2) + I_1 r_1 = U_- + U_i; \\ I_+ (R_+ + r_2) + I_1 (-r_2) + U_0 &= U_+; \\ I_+ (-r_2 - r_3 - r_4) + I_- r_3 + I_1 \times \\ &\times (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Решая систему (8), получим

$$U_0 = \frac{1}{D} \{ U_i [R_+ R_- (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + R_+ r_2 r_4 + R_- r_1 r_3] + \\ + U_+ [R_- R_c (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + R_- r_1 (r_3 + r_4) + R_c r_4 (r_1 + r_2) + r_1 r_2 r_4] - \\ - U_- [R_+ R_c (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + R_+ r_2 (r_1 + r_2) + R_c r_2 (r_1 + r_2) + r_1 r_2 r_3] \}, \quad (9)$$

где  $D$  — определитель системы

$$D = R_+ R_- (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) + (R_+ + R_-) (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) R_c + \\ + R_+ r_2 (r_1 + r_2 + r_4) + R_- r_1 (r_2 + r_3 + r_4) + \\ + R_c (r_1 + r_2) (r_3 + r_4) + r_1 r_2 (r_2 + r_4).$$

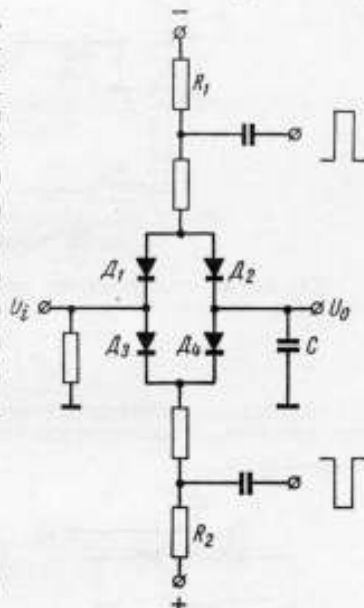


Рис. 1. Управляемая фиксирующая схема.



Как правило, в мостовых диодных схемах выполняются соотношения:

$$r_1 \approx r_2 \approx r_3 \approx r_4 = r; \quad R_+ \approx R_- = R \gg r; \quad R \gg R_c; \\ U_+ \approx U_- = U. \quad (10)$$

В этих случаях формулу (9) можно упростить, приведя ее к удобному для расчетов виду

$$U_0 \approx U_i \left( 1 - \frac{r + 2R_c}{R} \right) + \frac{U_+ - U_-}{2R} (r + 2R_c). \quad (11)$$

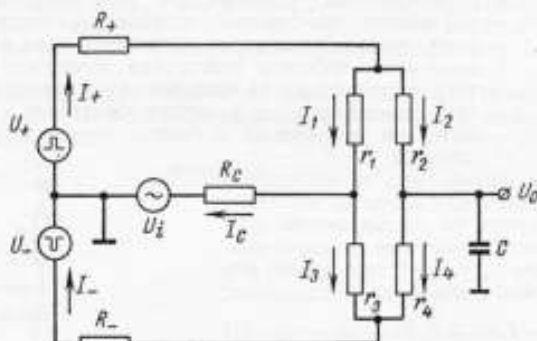


Рис. 2. Эквивалентная схема управляемой фиксирующей схемы в интервале фиксации.

Как видно, при достаточно точном подборе элементов схемы и равных действующих амплитудах управляющих импульсов коэффициент передачи схемы

$$K \approx 1 - \frac{r + 2R_c}{R} \approx 1. \quad (12)$$

Неравенство действующих амплитуд управляющих импульсов обуславливает появление в выходном сигнале дополнительной постоянной составляющей

$$\Delta U_0 \approx \frac{U_+ - U_-}{2R} (r + 2R_c). \quad (13)$$

т. е. коэффициент передачи нестабильности действующих амплитуд управляющих импульсов из выход схемы равен  $\frac{r + 2R_c}{2R}$ .

Формулы (11)–(13) могут быть применены и для расчета других управляемых фиксирующих схем на диодах, например, для схемы восстановления постоянной составляющей (рис. 3), используемой в телевизионной технике [4]. Для этой схемы справедливы допущения

$$R_c \approx r_2 \approx r_4 = r \ll R_+ \approx R_- = \\ = R \ll r_1 \approx r_3 = R_r, \quad (14)$$

с учетом которых из (9) легко получить

$$U_0 \approx E_{cm} \frac{R}{R_r} + \frac{U_+ - U_-}{2}. \quad (15)$$

Обычно  $U_+ \approx U_-$ , а дополнительное симметрирование схемы изменением  $R_+$  и  $R_-$  позволяет регулировать режим следующего усилительного каскада.

Полученные выражения являются приближенными, так как абсолютную идентичность источников управляющих импульсов обеспечить невозможно, а сопротивления диодов зависят от токов, и поэтому выравнивание сопротивлений этих диодов достижимо только в одной точке динамического диапазона.

#### Расчет статических погрешностей схемы

Для оценки погрешностей реальных схем фиксации, а также влияния на них дестабилизирующих факторов можно использовать то, что полный дифференциал функции многих переменных равен сумме ее частных дифференциалов с точностью до величин более высокого порядка малости, т. е.

$$dU_0 \approx \frac{\partial U_0}{\partial U_i} dU_i + \frac{\partial U_0}{\partial R_+} dR_+ + \frac{\partial U_0}{\partial R_-} dR_- + \\ + \sum_{k=1}^4 \frac{\partial U_0}{\partial r_k} dr_k + \frac{\partial U_0}{\partial U_+} dU_+ + \frac{\partial U_0}{\partial U_-} dU_- + \frac{\partial U_0}{\partial R_c} dR_c. \quad (16)$$

Соответствующие частные производные легко найти из выражения (9), и при допущениях, заданных уравнениями (10), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_0}{\partial R_+} &\approx \frac{r + 2R_c}{2R^2} (U_i - U_+); \\ \frac{\partial U_0}{\partial R_-} &\approx \frac{r + 2R_c}{2R^2} (U_i + U_-); \\ \frac{\partial U_0}{\partial r_1} &\approx -\frac{1}{2R} \left( U_i + \frac{U}{2} \right); \\ \frac{\partial U_0}{\partial r_2} &\approx -\frac{1}{2R} \left( U_i - \frac{U}{2} \right); \\ \frac{\partial U_0}{\partial r_2} &\approx -\frac{U}{4R}; \\ \frac{\partial U_0}{\partial r_4} &\approx \frac{U}{4R}; \\ \frac{\partial U_0}{\partial R_c} &\approx -\frac{2}{R} \left( U_i - \frac{U_+ - U_-}{2} \right). \end{aligned} \quad (17)$$

Таким образом, влияние дестабилизирующих факторов в рассмотренной схеме при обычно встречающемся соотношении величин используемых элементов обратно пропорционально внутренним сопротивлениям источников управляющих импульсов.

Если известны номинальные значения элементов анализируемой схемы и законы распределения параметров этих элементов относительно номинальных значений, то с помощью обычных методов [6, 7] можно определить математическое ожидание выходного напряжения схемы и вероятность нахождения его в заданных пределах на основании формул (11), (16) и (17).

**Пример.** Пусть номинальные параметры эквивалентной схемы рис. 2 соответственно равны:  $r = R_c = 50 \text{ ом}$ ;  $R = 50 \text{ ком}$ ;  $U = 150 \text{ в}$ . Среднеквадратические отклонения всех параметров от своих номинальных значений равны 0,1.

Тогда частные дифференциалы выходного напряжения, рассчитанные по формулам (17),

$$\frac{\partial U_0}{\partial R_+} dR_+ = \frac{\partial U_0}{\partial R_-} dR_- \approx 22,5 \text{ мВ};$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial r_2} dr_2 = -\frac{\partial U_0}{\partial r_1} dr_1 \approx 3,8 \text{ мВ};$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial r_4} dr_4 = -\frac{\partial U_0}{\partial r_3} dr_3 \approx 3,8 \text{ мВ};$$

$$\frac{\partial U_0}{\partial R_c} dR_c \approx 2,3 \text{ мВ}.$$

Наконец, среднеквадратическое отклонение выходного напряжения от входного за счет неравенства действующих амплитуд управляющих импульсов может быть вычислено из (11):

$$\sqrt{\left(\frac{\partial U_0}{\partial U_+} dU_+\right)^2 + \left(\frac{\partial U_0}{\partial U_-} dU_-\right)^2} = \frac{\sqrt{2} \cdot 0,1U}{2R} (r + 2R_c) \approx 31,6 \text{ мВ}.$$

Следовательно, в данном примере среднеквадратическая погрешность фиксации входного напряжения определяется главным образом неидентичностью источников управляющих импульсов и при принятых допущениях

$$\overline{\Delta U_0} \approx \sqrt{2} (22,5)^2 + 31,6^2 \approx 44,5 \text{ мВ}. \quad (18)$$

В то же время систематическая погрешность схемы, обусловленная отличием ее коэффициента передачи от 1

$$\Delta U_0 \text{ сист} = -U_i \frac{r + 2R_c}{R} = -0,003U_i.$$

Очевидно, полученное в примере среднеквадратическое отклонение выходного напряжения от входного является случайной погрешностью лишь по отношению к проектируемой схеме, и ее учет может оказаться полезным для расчета цепей компенсации и последующих элементов аппаратуры.

В реальной схеме погрешность за счет разброса параметров элементов является систематической и может быть скомпенсирована, а случайная погрешность определяется неконтролируемыми уходами параметров элементов между очередными калибровками аппаратуры. Эта погрешность для нашего примера на один-два порядка меньше величины, полученной в формуле (18).

Кроме рассмотренных, в реальных схемах будет наблюдаться также и амплитудная погрешность, обусловленная зависимостью сопротивлений диодов от протекающих по ним токов и, следовательно, от входного напряжения. Поскольку, как это видно из формул (17),

$$\frac{\partial U_0}{\partial r_4} = -\frac{\partial U_0}{\partial r_2},$$

изменение общего тока диодов  $D_2$  и  $D_4$  (см. рис. 1) практически не влияет на выходное напряжение, и для оценки нелинейности амплитудной характеристики достаточно учесть изменение сопротивлений диодов  $D_1$  и  $D_3$ .

При допущениях, указанных в выражениях (10), с точностью до величин более высокого порядка малости можно считать

$$I_1 = \frac{U_+ - U_i}{2R};$$

$$I_3 = \frac{U_- + U_i}{2R}. \quad (19)$$

$$\text{Следовательно, } \Delta I_1 \approx -\frac{\Delta U_i}{2R} \text{ и } \Delta I_3 \approx \frac{\Delta U_i}{2R}.$$

Таким образом, при изменении входного напряжения приращения токов (сопротивлений) диодов  $D_1$  и  $D_2$  обратны по знакам. Поэтому отклонение от линейной зависимости выходного напряжения от входного в первом приближении

$$\Delta U_0 \approx 2 \frac{\partial U_0}{\partial r_1} \cdot \frac{\partial r_1}{\partial I_1} \cdot \frac{\partial I_1}{\partial U_i} dU_i. \quad (20)$$

Это выражение не может быть упрощено, так как входящие в него частные производные должны определяться при определенных значениях аргументов. Для рассмотренного примера при максимальном входном сигнале 5 в расчетное отклонение от линейной зависимости составляет всего 0,8 мВ. При других параметрах схемы, например при большей величине отношения  $\frac{r}{R}$ , амплитудные искажения могут возрасти. Прежде всего это проявляется в быстродействующих фиксирующих схемах, в которых для увеличения тока заряда запоминающей емкости приходится снижать внутренние сопротивления источников управляющих импульсов.

### ВЫВОДЫ

Как показывает анализ, для управляемых фиксирующих схем на диодах, собранных по мостовой схеме, характерно следующее:

- 1) коэффициент передачи этих схем при обычно используемых соотношениях между величинами элементов практически равен единице;
- 2) разность между единицей и коэффициентом передачи реальной схемы прямо пропорциональна сумме сопротивления диода в открытом состоянии и удвоенного сопротивления источника сигнала и обратно пропорциональна сопротивлению источника управляющих импульсов;
- 3) при неравенстве действующих амплитуд управляющих импульсов в выходном сигнале появляется постоянная составляющая, равная произведению полуразности действующих амплитуд управляющих импульсов на разность между единицей и коэффициентом передачи схемы;
- 4) наибольшее влияние на выходное напряжение оказывает изменение параметров источников управляющих импульсов. В первом приближении влияние почти всех дестабилизирующих факторов обратно пропорционально внутреннему сопротивлению источников управляющих импульсов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Bergman G. D., Mackey D. M. A High-Speed Waveform—Sampling Circuit. «Electronic Engineering», 1955, 27, N 326, 160—163.
2. Алексеев В. А., Касперович А. Н., Литвинов Н. В. Динамическая погрешность аналого-цифровых преобразователей с устройством фиксации уровня измеряемого напряжения. «Автоматика», 1966, № 5.
3. Hutten H. Die Sampling — oder Abtastmethode in der Messtechnik. «Radio Mentor», 1954, 30, N 3, 197—200.
4. Лурье О. Б. Усилители видеочастоты. «Советское радио», 1961.
5. Рябини Ю. А. Стробоскопическое осциллографирование сигналов наносекундной длительности. «Советское радио», 1968.
6. Зайдель А. И. Элементарные оценки ошибок измерений. «Наука», 1968.
7. Прохоров Ю. В., Розанов Ю. А. Теория вероятностей. «Наука», 1967.
8. Рабинович Б. Е. Методика суммирования частных погрешностей в области радиотехнических измерений. Труды ВНИИМ, вып. 57, 1961.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

### ОЦЕНКА ПОВЫШЕНИЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ИНТЕГРИРОВАНИИ С ВЕСОМ КОДОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

Развитие современных информационно-измерительных систем характеризуется быстрым ростом объема передаваемой и анализируемой информации. Поэтому существенное значение приобретает разработка таких методов расшифровки информации, которые обеспечивали бы достаточную простоту и помехоустойчивость приема при экономном использовании канала передачи.

Общезвестным методом повышения помехоустойчивости приема сигналов в шумах является оптимальная фильтрация сигналов [1]. Но применение оптимальной фильтрации в системах, использующих кодо-импульсную модуляцию и временное уплотнение канала, как правило, сопровождается уменьшением пропускной способности канала в 1,5—2 раза или увеличением взаимного влияния друг на друга кодовых посылок. Поэтому в настоящее время наряду с теоретическим анализом схем, реализующих оптимальные методы обработки сигналов [2], разрабатываются также более простые приемные устройства с повышенной помехоустойчивостью. При этом прежде всего обращают внимание на интегральные методы приема [3, 4], приближающиеся по своим характеристикам к методам корреляционной обработки сигналов [5].

В работе [6] показано, что результаты, практически соответствующие оптимальной линейной фильтрации, могут быть получены при интегрировании с весом сигналов известной формы. Ниже оценивается выигрыш в отношении сигнал/шум при использовании указанного метода для приема кодированных сообщений в нормальном белом шуме по сравнению с методом интегрального приема, а также влияние на помехоустойчивость подобной системы нестабильностей канала синхронизации.

В статье не рассматриваются операции распознавания принятого сигнала, так как они определяют прежде всего установку порогов и тип решающего устройства, стоящего после оптимального (в общем случае нелинейного) фильтра, а при приеме в белом шуме — только выбор порогов и тип решающего устройства [7, 8].

#### Сравнение интегрирования кодовых импульсов с весом и обычного интегрирования сигнала в тактовом интервале

Пусть на вход преобразователя, осуществляющего интегрирование сигнала с весом, поступает сумма кодового видеоимпульса  $u(t)$  и некоррелированного с ним нормального белого шума  $\xi(t)$ , имеющего нулевое среднее значение и дисперсию  $\sigma^2$ . Эти ограничения не принципиальны и сделаны лишь для большей ясности анализа.

На выходе преобразователя (рис. 1) к моменту окончания тактового интервала  $\tau$  (рис. 2, а) образуется напряжение:

в присутствии кодового импульса (передача «1»)

$$U_c = \frac{1}{C} \int_{(t)} S(t) [u(t) + \xi(t)] dt; \quad (1)$$

при отсутствии кодового импульса (передача «0»)

$$U_{ш} = \frac{1}{C} \int_{(t)} S(t) \xi(t) dt. \quad (2)$$

Здесь  $S(t)$  — закон изменения крутизны преобразователя в интервале  $\tau$  (рис. 2, б).

Отношение сигнал/шум на выходе преобразователя

$$\Psi_d = \frac{\left[ \int_{(\tau)} S(t) u(t) dt \right]^2}{\left[ \int_{(\tau)} S(t) \xi(t) dt \right]^2} \quad (3)$$

Для удобства вычислений введем такую нормировку, чтобы максимальные значения кодового импульса и крутизны преобразователя были бы равны единице. Как известно [9],

$$\left[ \int_{(\tau)} S(t) u(t) dt \right]^2 = E^2; \quad (4)$$

$$\left[ \int_{(\tau)} S(t) \xi(t) dt \right]^2 = N_0 E, \quad (5)$$

где  $E$  — полная энергия кодового импульса;  $N_0$  — спектральная плотность шумов.

Следовательно,  $\Psi_d = \frac{E}{N_0}$ , что соответствует отношению сигнал/шум на выходе согласованного линейного фильтра.

Отношение сигнал/шум на выходе интегратора

$$\Psi_n = \frac{\left[ \int_{(\tau)} u(t) dt \right]^2}{\left[ \int_{(\tau)} \xi(t) dt \right]^2} \quad (6)$$

Выигрыш в отношении сигнал/шум, даваемый согласованным с формой кодового импульса преобразователем, по сравнению с интегратором определяется как

$$K = \frac{\Psi_d}{\Psi_n} = \frac{E}{N_0} \cdot \frac{\sigma_n^2}{u_{cp}^2 \tau^2}, \quad (7)$$

где  $\sigma_n^2$  — дисперсия математического ожидания результата интегрирования шумов в интервале  $\tau$ , а

$$u_{cp} = \frac{1}{\tau} \int_{(\tau)} u(t) dt.$$

Имея в виду [10], что

$$\sigma_n^2 \leq 2\sigma^2 \tau_{кор} \tau \quad (8)$$

и

$$N_0 = 2\sigma^2 \tau_{кор}, \quad (9)$$

где  $\tau_{кор}$  — длительность интервала корреляции шумов на входе, получим

$$\frac{\Psi_d}{\Psi_n} \leq \frac{E}{u_{cp}^2 \tau}. \quad (10)$$

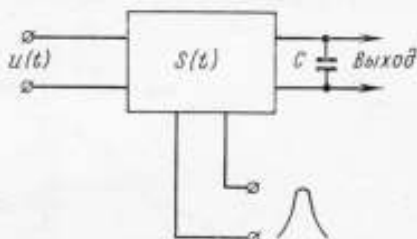


Рис. 1. Обобщенная схема преобразователя.

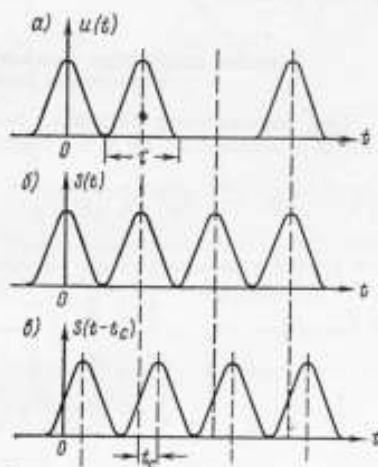


Рис. 2. Интегрирование с весом кодовых импульсов: а — последовательность кодовых импульсов на входе преобразователя; б — закон изменения крутизны преобразователя при точной синхронизации; в — закон изменения крутизны преобразователя при уходе синхронизации.



В частности, при использовании импульсов вида  $\cos^2 \frac{\pi t}{\tau}$ , которые приближаются к оптимальным по наименьшему произведению длительности на ширину спектра [11], имеем:

$$E = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \cos^4 \frac{\pi t}{\tau} dt = \frac{3}{8} \tau;$$

$$u_{\text{ср}} = \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \cos^2 \frac{\pi t}{\tau} dt = \frac{1}{2};$$

$$\frac{\Psi_{\text{д}}}{\Psi_{\text{н}}} \leq \frac{3}{2}.$$

Аналогичным образом можно получить оценку выигрыша и для других частных случаев.

#### Влияние неточности синхронизации на отношение сигнал/шум в выходном сигнале преобразователя

При несовпадении интервала интегрирования с тактовым интервалом (рис. 2, в) выражения (3) и (6) примут вид:

$$\Psi_{\text{д}} = \frac{\left[ \int_{-\frac{\tau}{2} + t_c}^{\frac{\tau}{2}} S(t - t_c) u(t) dt \right]^2}{\left[ \int_{-\frac{\tau}{2} + t_c}^{\frac{\tau}{2} + t_c} S(t - t_c) \xi(t) dt \right]^2}; \quad (11)$$

$$\Psi_{\text{н}} = \frac{\left[ \int_{-\frac{\tau}{2} + t_c}^{\frac{\tau}{2}} u(t) dt \right]^2}{\left[ \int_{-\frac{\tau}{2} + t_c}^{\frac{\tau}{2} + t_c} \xi(t) dt \right]^2}, \quad (12)$$

где  $t_c$  — смещение интервалов интегрирования относительно тактовых интервалов.

В силу стационарности нормального белого шума знаменатели выражений (11) и (12) соответственно будут равны знаменателям выражений (3) и (6) и, следовательно,

$$\Psi_A = \frac{|B_c(t_c)|^2}{2\sigma^2\tau_{\text{кор}}E}; \quad (13)$$

$$\Psi_B \geq \frac{|B_{c,n}(t_c)|^2}{2\sigma^2\tau_{\text{кор}}\tau}, \quad (14)$$

где  $B_c(t_c)$  — значение автокорреляционной функции кодового импульса при  $t = t_c$ ;  $B_{c,n}(t_c)$  — значение функции взаимной корреляции между кодовым импульсом и равным ему по длительности прямоугольным импульсом при  $t = t_c$ .

Для  $\frac{\Psi_A}{\Psi_B}$  при несовпадении интервалов интегрирования импульсов с тактовыми интервалами имеем

$$\frac{\Psi_A}{\Psi_B} \leq \frac{|B_c(t_c)|^2}{E|B_{c,n}(t_c)|^2} \cdot \tau. \quad (15)$$

Как правило, в телеметрических системах помехоустойчивость канала синхронизации настолько высока, что смещение моментов стробирования кодовых импульсов на сколько-нибудь значительную часть тактового интервала практически невозможно. Однако, если рассматривать интегрирование с весом как универсальный метод, применимый в том числе и для канала синхронизации, желательно оценить, при каких рассогласованиях он перестанет давать выигрыш по сравнению с обычным интегрированием. С другой стороны, такая оценка одновременно характеризует чувствительность преобразователя канала синхронизации к уходу интервала интегрирования от правильного положения. Выражение (15) показывает лишь то, что интегрирование с весом, согласованное с формой кодового импульса, начинает уступать обычному интегрированию тогда, когда квадрат автокорреляционной функции кодового импульса становится равным произведению средней мощности кодового импульса на квадрат его площади в интервале  $[-\frac{\tau}{2} + t_c; \frac{\tau}{2}]$ . Для получения численных оценок запишем выражение (15) в виде, пригодном для любых форм кодовых импульсов:

$$\frac{\Psi_A}{\Psi_B} \leq \frac{\left[ \sum_{k=-\frac{n}{2}+t_c}^{\frac{n}{2}} S(k-t_c)u(k) \right]^2 \tau}{E \left[ \sum_{k=-\frac{n}{2}+t_c}^{\frac{n}{2}} u(k) \right]^2}, \quad \left( -\frac{n}{2} \leq k \leq \frac{n}{2} \right), \quad (16)$$

где  $t_c = \frac{t_c}{\tau} n$ .

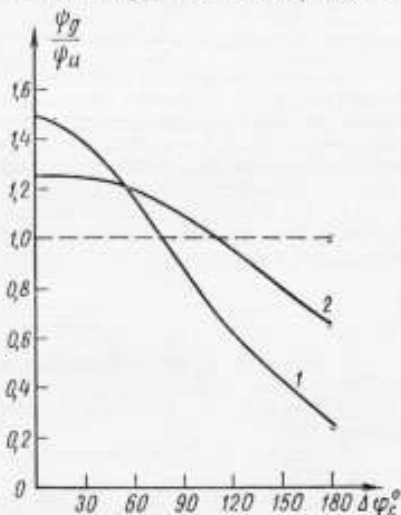


Рис. 3. Сравнение помехоустойчивости систем интегрирования с весом и интегрального приема.

1 — для импульсов вида  $u(t) = \cos^2 \frac{\pi t}{\tau}$ ,  $-\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2}$ ; 2 — для импульсов вида  $u(t) = \cos \frac{\pi t}{\tau}$ ,  $-\frac{\tau}{2} < t < \frac{\tau}{2}$ .

Так, на рис. 3 приведены результаты расчета верхней границы этого выигрыша для двух форм кодовых импульсов:

$$u(t) = \cos^2 \frac{\pi t}{\tau} \quad -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2} \quad (\text{кривая 1});$$

$$u(t) = \cos \frac{\pi t}{\tau} \quad -\frac{\tau}{2} \leq t \leq \frac{\tau}{2} \quad (\text{кривая 2}).$$

Величина рассогласования измеряется в градусах от периода тактовой частоты, т. е.  $\Delta\varphi_c = \frac{t_c}{\tau} 360^\circ$ .

Проведенный анализ показывает, что применение согласованного интегрирования с весом кодовых импульсов позволяет повысить помехоустойчивость телеметрических систем (без их усложнения) по сравнению с системами интегрального приема. Следует отметить, что эти результаты справедливы для систем, использующих любые виды импульсной модуляции, так как вполне возможно создание преобразователей, крутизна которых изменяется по закону  $S(t) = S_0 + S_m(t) \sin(\omega t + \varphi)$ . Очевидно, что такой преобразователь позволит осуществлять согласованное додетекторное интегрирование с весом кодовых импульсов и интегрирование с весом импульсов, модулирующих поднесущие.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. Т. 2, «Советское радио», 1962.
2. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. «Советское радио», 1963.
3. Зюко А. Г. Помехоустойчивость и эффективность систем связи. Связьиздат, 1963.
4. Теплов Н. Л. Помехоустойчивость систем передачи дискретной информации. «Связь», 1964.
5. Winkler G. Der Einfluß der Mittelwertbildung auf die Wirksamkeit von Korrelationsdetektoren. Archiv Elektrischen Übertragung, 1962, 16, № 7, 347—350.
6. Вол В. А. Влияние стробоскопического преобразования периодических сигналов на отношение сигнал/шум. «Радиотехника», 1962, 17, № 10.
7. Стратонович Р. Л., Сосулин Ю. Г. Оптимальное обнаружение марковского процесса в шуме. «Известия АН СССР. Техническая кибернетика», 1964, № 6.
8. Лекции по теории систем связи. Пер. с англ. под ред. Б. Р. Левина. «Мир», 1964.
9. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 2, «Советское радио», 1968.
10. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике. «Советское радио», 1961.
11. Summing R. C., Perry M., Preist D. H. Calculated spectra of distorted Gaussian pulses. «Microwave Journals», 1965, 8, N 4, 70—75.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК  
ФИЛЬТРОВ СОСРЕДОТОЧЕННОЙ СЕЛЕКЦИИ

В настоящее время в радиозмерительной и радиоприемной аппаратуре все чаще используются многоячеечные избирательные полосовые системы, называемые фильтрами сосредоточенной селекции или избирательности (ФСС) [1], обладающие достоинствами перед другими типами избирательных систем. Для расчета и правильного использования избирательной системы необходимо знать ее частотно-фазовую характеристику. Однако в литературе эти данные отсут-

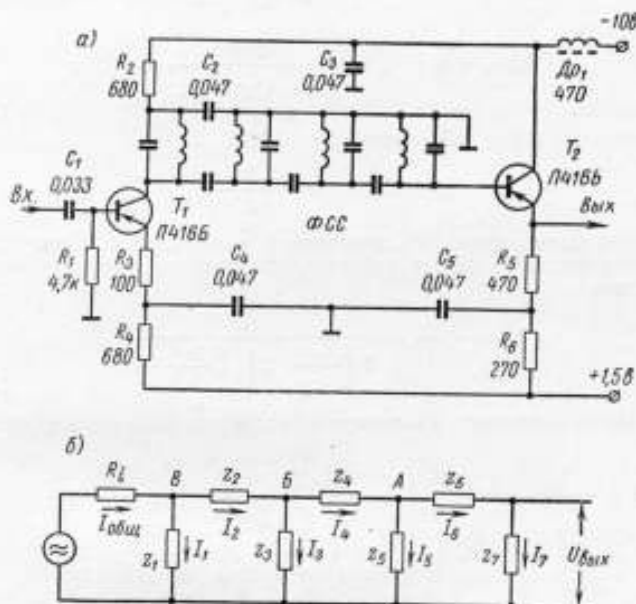


Рис. 1. Схема избирательного усилителя с фильтром сосредоточенной селекции: а — принципиальная; б — эквивалентная с трехконтурным ФСС.

ствуют. В данной статье выводятся аналитические выражения для избирательности и частотно-фазового сдвига трех- и четырехконтурных фильтров сосредоточенной селекции.

На рис. 1 представлена принципиальная схема избирательного усилителя с фильтром сосредоточенной селекции в коллекторной цепи. Особенностью таких систем является то, что обычно волновые сопротивления крайних звеньев фильтра выбираются в два раза выше волновых сопротивлений внутренних звеньев фильтра [1, 2].

Проводимость внутренних звеньев ФСС может быть представлена в виде суммы проводимостей емкостной и индуктивной ветвей:

$$\frac{1}{z_3} = j\omega C + \frac{1}{r + j\omega L} = j\omega C - j \frac{\omega L}{r^2 + \omega^2 L^2} + \frac{r}{r^2 + \omega^2 L^2} \quad (1)$$

При  $\omega L \gg r$  имеем

$$\frac{1}{z_3} = j\omega C + \frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{\omega^2 L^2} = \frac{1}{j\omega L} \left( 1 - \omega^2 LC + \frac{j}{Q} \right), \quad (2)$$

где  $Q_L$  — добротность катушки индуктивности;  $Q$  — добротность контура ( $Q_L \approx Q$ ).

С увеличением частоты увеличивается сопротивление контура  $r$  за счет поверхностного эффекта и эффекта близости, а это приводит к тому, что добротность контура  $Q$  в рабочем диапазоне частот остается практически неизменной. Тогда эквивалентное сопротивление внутреннего и внешнего звеньев трехзвенного фильтра

$$z_{\text{внутр}} = z_3 \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j \frac{1}{Q}}; \quad (3)$$

$$z_{\text{внеш}} = z_1 = z_4 = \frac{2j\omega L}{1 - \omega^2 LC + j \frac{1}{Q}}. \quad (4)$$

Сопротивление связи между контурами ФСС

$$z_{св} = z_2 = z_4 = \frac{1}{j\omega C_1}. \quad (5)$$

Используя вышеуказанные соотношения и применяя закон Кирхгофа, получаем коэффициент передачи избирательной системы с фильтром сосредоточенной селекции

$$k = \frac{U_{\text{вых}}}{U_{\text{вх}}} = \frac{z_1 S}{2 \left( \frac{z_2}{z_1} + 2 \right) \left( \frac{z_2}{z_1} + 1 \right)} \quad (6)$$

или, подставляя значения сопротивлений отдельных участков фильтра в формулу (6),

$$k = \frac{2j\omega LS}{2 \left( 1 - \omega^2 LC + j \frac{1}{Q} \right) \left( \frac{1 - \omega^2 LC + j \frac{1}{Q}}{j\omega C_1 2j\omega L} + 2 \right)} \times \left( \frac{1 - \omega^2 LC + j \frac{1}{Q}}{j\omega C_1 2j\omega L} + 1 \right) \quad (7)$$

Введем обозначения:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{L(C + 2C_1)}; \quad (8)$$

$$k_{св} = \frac{C_1}{C + 2C_1}; \quad (9)$$

$$\eta = k_{св} Q; \quad (10)$$

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 + \xi; \quad (11)$$

где  $C$  — емкость внутреннего контура ФСС;  $C_1$  — емкость связи между контурами;  $\omega$  — частота сигнала;  $\omega_0$  — резонансная частота избирательной системы;  $k_{св}$  — коэффициент связи между контурами.

Представим сомножители уравнения (7) в виде

$$1 - \omega^2 LC + j \frac{1}{Q} = 2k_{св} (1 + \xi) - \xi + j \frac{1}{Q}; \quad (12)$$

$$\frac{1 - \omega^2 LC + j \frac{1}{Q}}{j\omega C_1 2j\omega L} + 1 = \frac{\xi}{2k_{св} (1 + \xi)} + j \frac{1}{Q}; \quad (13)$$

$$\frac{1 - \omega^2 LC + j \frac{1}{Q}}{-2\omega^2 LC_1} + 2 = \frac{\xi + 2k_{св} (1 + \xi) - j \frac{1}{Q}}{2k_{св} (1 + \xi)}. \quad (14)$$

После подстановки (12)–(14) в выражение (7) и соответствующих преобразований имеем

$$k = - \frac{4S\omega L\eta^2 Q (1 + \xi)^2}{1 - 3Q^2\xi^2 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2 + jQ\xi [3 - Q^2\xi^2 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2]}. \quad (15)$$

Коэффициент передачи усилителя с ФСС на резонансной частоте системы

$$k_0 = - \frac{4S\omega_0 L\eta^2 Q}{1 + 4\eta^2}, \quad (16)$$

где  $S$  — крутизна характеристики лампы или транзистора.

Кривая избирательности трехзвенного ФСС и фазовый сдвиг имеют вид:

$$y = \frac{k}{k_0} = \frac{0,5 (2 + \xi) (1 + 4\eta^2) (1 + \xi)^2}{1 - 3Q^2\xi^2 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2 + jQ\xi [3 - Q^2\xi^2 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2]}; \quad (17)$$

$$\varphi = - \arctg \frac{Q\xi [3 - Q^2\xi^2 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2]}{1 - 3Q^2\xi^2 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2}. \quad (18)$$

Для малых расстройк сигнала  $Q\xi \ll 1$

$$\varphi \approx \text{tg } \varphi = - \frac{Q\xi (3 + 4\eta^2)}{1 + 4\eta^2} = - \left( Q\xi + \frac{2Q\xi}{1 + 4\eta^2} \right). \quad (19)$$

Как видно из (19), фазовый сдвиг в трехконтурном ФСС равен сумме фазовых сдвигов одиночного контура  $Q\xi$  и полосового фильтра  $\frac{2Q\xi}{1 + 4\eta^2}$  [3].

Модуль кривой избирательности ФСС может быть представлен в виде

$$y = \frac{0,5 (2 + \xi) (1 + 4\eta^2) (1 + \xi)^2}{\sqrt{[1 - 3Q^2\xi^2 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2]^2 + Q^2\xi^2 [3 - Q^2\xi^2 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2]^2}}. \quad (20)$$

Аналогичным образом выведены соотношения для четырехзвенного фильтра сосредоточенной селекции (см. рис. 1, б):

коэффициент передачи

$$k = \frac{4SQ\eta^2 (1 + \xi)^2 j\omega L}{[1 + \eta^2 (1 + \xi)^2 - Q^2\xi^2] [1 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2 - Q^2\xi^2] - 4Q^2\xi^2 - 2jQ\xi [2 + 5\eta^2 (1 + \xi)^2 - 2Q^2\xi^2]}; \quad (21)$$

кривая избирательности

$$y = \frac{0,5 (2 + \xi) (1 + \xi)^2 (1 + \eta^2) (1 + 4\eta^2)}{\sqrt{[1 + \eta^2 (1 + \xi)^2 - Q^2\xi^2] [1 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2 - Q^2\xi^2] - 4Q^2\xi^2 + 4Q^2\xi^2 [2 + 5\eta^2 (1 + \xi)^2 - 2Q^2\xi^2]^2}}; \quad (22)$$



уравнение фазовой характеристики

$$\varphi_{\eta} = \frac{3\lambda}{2} - \operatorname{arctg} \frac{2Q\xi [2 + 5\eta^2 (1 + \xi)^2 - 2Q^2\xi^2]}{[1 + \eta^2 (1 + \xi)^2 - Q^2\xi^2] [1 + 4\eta^2 (1 + \xi)^2 - Q^2\xi^2] - 4Q^2\xi^2} \quad (23)$$

Для малых расстройк  $Q\xi \ll 1$

$$\varphi = -2Q\xi \left( \frac{1}{1 + \eta^2} + \frac{1}{1 + 4\eta^2} \right) \quad (24)$$

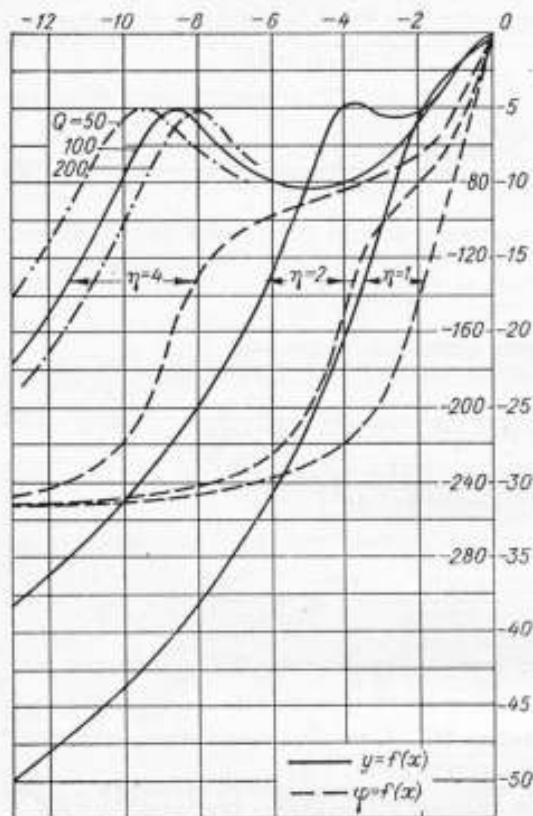


Рис. 2. Зависимости избирательности и фазового сдвига от обобщенной расстройки для трехрезонансного ФСС.

Используя понятие обобщенной расстройки  $x = Q\xi$ , уравнения фильтров осредоточенной селекции можно представить в следующем виде: для трехрезонансного ФСС:

$$k = \frac{0,5 \left( 2 + \frac{x}{Q} \right) \left( 1 + \frac{x}{Q} \right)^2 (1 + 4\eta^2)}{\left[ 1 - 3x^2 + 4\eta^2 \left( 1 + \frac{x}{Q} \right)^2 \right] + jx \left[ 3 - x^2 + 4\eta^2 \left( 1 + \frac{x}{Q} \right)^2 \right]}; \quad (25)$$

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{x \left[ 3 - x^2 + 4\eta^2 \left( 1 + \frac{x}{Q} \right)^2 \right]}{1 - 3x^2 + 4\eta^2 \left( 1 + \frac{x}{Q} \right)^2}; \quad (26)$$

для малых расстройк

$$\varphi = - \left( x + \frac{2x}{1 + 4\eta^2} \right); \quad (27)$$

модуль кривой избирательности

$$y = \frac{0,5 \left( 2 + \frac{x}{Q} \right) (1 + 4\eta^2) \left( 1 + \frac{x}{Q} \right)^2}{\sqrt{\left[ 1 - 3x^2 + 4\eta^2 \left( 1 + \frac{x}{Q} \right)^2 \right]^2 + x^2 \left[ 3 - x^2 + 4\eta^2 \left( 1 + \frac{x}{Q} \right)^2 \right]^2}}. \quad (28)$$

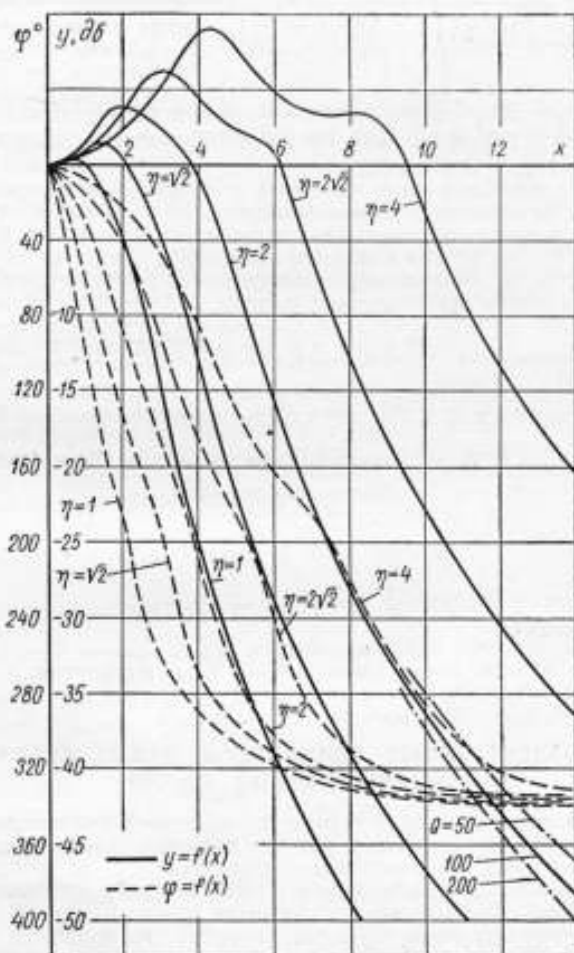


Рис. 3. Зависимости избирательности и фазового сдвига от обобщенной расстройки для четырехзвенного ФСС.

Для четырехзвенного ФСС будем иметь:

$$y = \frac{0,5 \left(2 + \frac{x}{Q}\right) (1 + \eta^2) (1 + 4\eta^2) \left(1 + \frac{x}{Q}\right)^3}{\sqrt{\left[ \left(1 + \eta^2 \left(1 + \frac{x}{Q}\right)^2 - x^2\right) \left[1 + 4\eta^2 \left(1 + \frac{x}{Q}\right)^2 - x^2\right] - 4x^2\right]^2 + 4x^2 \left[2 - x^2 + 5\eta^2 \left(1 + \frac{x}{Q}\right)^2\right]^2}} \quad (29)$$

$$\varphi = -\operatorname{arctg} \frac{2x \left\{ \left[1 + 4\eta^2 \left(1 + \frac{x}{Q}\right)^2 - x^2\right] + \left[1 + \eta^2 \left(1 + \frac{x}{Q}\right)^2 - x^2\right] \right\}}{\left[1 + \eta^2 \left(1 + \frac{x}{Q}\right)^2 - x^2\right] \left[1 + 4\eta^2 \left(1 + \frac{x}{Q}\right)^2 - x^2\right] - 4x^2} \quad (30)$$

С помощью ЭЦВМ были рассчитаны кривые  $y = \psi_1(x)$  и  $y = \psi_2(x)$  для ряда значений  $Q$  (50;  $50\sqrt{2}$ ; 100;  $100\sqrt{2}$  и 200) и параметра связи между контурами  $\eta$  (1;  $\sqrt{2}$ ; 2;  $2\sqrt{2}$  и 4).

Кривые зависимости фазового сдвига и избирательности трех- и четырехзвенного ФСС от обобщенной расстройки приведены соответственно на рис. 2 и 3. Как видно, с ростом  $x$  наблюдается некоторое веерообразное расхождение кривых  $y = \psi_1(x)$  и  $y = \psi_2(x)$  при изменении добротности контуров.

Таким образом, аналитические выражения и графики дают возможность определить основные характеристики системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Босый Н. Д. Электрические фильтры. Киев. Гостехиздат, 1960.
2. Каллиман С. Г. Системы с сосредоточенной селекцией. Труды ИРПА, 1960, вып. 3.
3. Сифоров В. И. Радиоприемные устройства. Воениздат, 1951.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

УДК 621.376.029.42

Б. А. КАЛИНЧУК, В. П. ПНАСТРОВНИИМ

#### ОПТОЭЛЕКТРОННЫЕ МОДУЛЯТОРЫ МАЛЫХ СИГНАЛОВ ИНФРАЗВУКОВЫХ ЧАСТОТ

Одним из наиболее важных элементов современной измерительной техники являются модуляторы, с помощью которых возможно создание усилителей постоянного тока с большим коэффициентом усиления.

При разработке полупроводниковых модуляторов с высококачественными характеристиками [1, 2] возникают трудности получения точной компенсации остаточных параметров коммутирующих элементов. Эти трудности устраняются при использовании оптоэлектронных устройств в качестве коммутирующих элементов. Кроме того, применение этих устройств позволяет полностью устранить гальваническую связь между измерительной цепью и цепью управления, при этом значительно снижается сигнал помехи на выходе модулятора.

Для функционального фотоэлектрического преобразователя необходим источник света, яркость свечения которого управлялась бы электрическим сигналом (напряжением или током) и фотоприемник, полное сопротивление которого изменяется в широких пределах с изменением освещенности.

В настоящее время специально для использования в модуляторах созданы оптоэлектронные преобразователи (оптроны). Источником света в них служат инжекционные диоды на основе GaAs или GaP [3], представляющие собой выпрямляющий  $p-n$ -переход, свечение которого обуславливается рекомбинацией носителей тока в нем при смещении перехода в прямом направлении. В качестве фотоприемника применяется фоторезистор на основе CdS или CdSe.

Характерными особенностями оптронов на фоторезисторах являются: большое отношение темнового сопротивления к световому  $\frac{R_T}{R_\Phi}$ , достигающему  $10^7-10^9$ ,

низкий уровень шумов, большой коэффициент усиления фототока  $k_\Phi$ , сравнительно невысокая рабочая частота  $f_{ком} = 10^2-10^3$  гц, что объясняется инерционностью инжекционных диодов.

Чтобы уменьшить паразитную емкость между инжекционным диодом и фоторезистором, в оптрон помещают прозрачный электрический экран, который заземляется. Таким экраном могут быть окислы металлов (CdO, SnO<sub>2</sub>, In<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) на диэлектрической основе — стекло, SiO и др. Таким образом, удается снизить емкость связи до  $10^{-3}$  пф без значительного снижения коэффициента передачи, поскольку толщина пленки составляет единицы — десятки ангстрем.

В модуляторах целесообразно использовать оптроны, у которых в качестве источника света применяются инжекционные диоды на основе GaP и CdSe фоторезистора. Как следует из схемы оптрона (рис. 1) по отношению к преобразуемому сигналу  $U_c$ , фоторезистор и сопротивление нагрузки представляют собой делитель, напряжение на выходе которого

$$U_{вых} = \frac{R_n}{R_n + R_c + R_\Phi(B)} U_c \quad (1)$$

где  $R_c$  — внутреннее сопротивление источника сигнала;  $B$  — степень освещенности фоторезистора.

Фотоприемник оптрона можно рассматривать как ключ, который замыкает и размыкает цепь, состоящую из нагрузки и источника сигнала, в зависимости от того, освещен ли фоторезистор. Когда ключ разомкнут, то  $R_\Phi(B) = R_\Phi(0) = R_T$ , а  $U_{вых} = U_{вых. мин}$ . При замкнутом ключе  $R_\Phi(B) = R_\Phi(B_{минс})$  и  $U_{вых} = U_{вых. макс}$ . Коэффициент коммутации оптрона

$$M_{ком} = \frac{U_{вых. макс}}{U_{вых. мин}} \quad (2)$$

Подставляя (1) в (2), получим

$$M_{ком} = \frac{R_n + R_\Phi(0) + R_c}{R_n + R_\Phi(B_{минс}) + R_c} = M_{ком}(R_\Phi) \quad (3)$$

Коэффициент коммутации принимает максимальное значение при следующих уравнениях:

$$R_\Phi(0) \gg R_n \text{ и } R_c; R_\Phi(B_{минс}), R_c \ll R_n \quad (4)$$

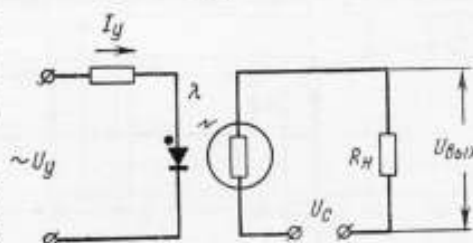


Рис. 1. Схема включения оптрона в качестве преобразователя малых сигналов инфразвуковых частот.

при этом

$$M_{\text{ком}} \approx \frac{R_T}{R_{\text{н}}} \gg 1. \quad (5)$$

Для получения максимального значения  $M_{\text{ком}}$  необходимо, чтобы отношение  $\frac{R_T}{R_{\text{н}}}$  было порядка  $(10^4 - 10^6)$  при  $R_T = 10^7 - 10^{10}$  ом. Экспериментальному исследованию подвергалась партия серийных оптронов (20 шт.); были сняты зависимости их параметров (рис. 2) от тока управления

$$U_{\text{см}} = f(I_{\text{м}}); U_{\text{п}} = f(I_{\text{м}}) \text{ и } k_{\text{н}} = f(I_{\text{м}}),$$

где  $U_{\text{см}}$  — смещение нуля оптрона (выходное напряжение при отсутствии напряжения  $U_{\text{с}}$ );  $U_{\text{п}}$  — порог чувствительности оптрона;  $k_{\text{н}}$  — коэффициент передачи оптрона.

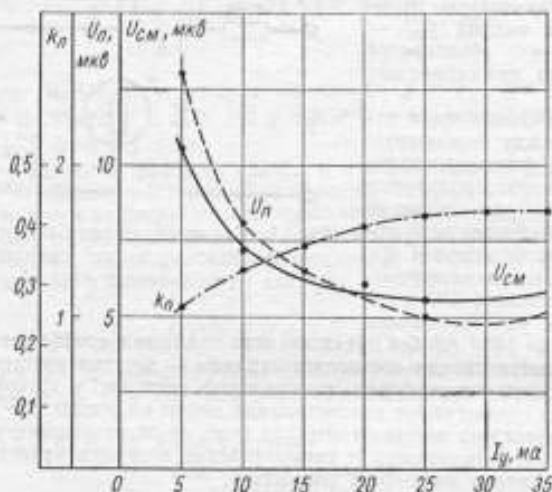


Рис. 2. Усредненные зависимости  $U_{\text{см}}$ ,  $U_{\text{п}}$  и  $k_{\text{н}}$  от тока управления.

Как видно из рисунка, оптимальным является ток  $I_{\text{м}} = 20 - 30$  ма, при этом  $U_{\text{см}} \leq 5 - 6$  мкВ;  $U_{\text{п}} \leq 1$  мкВ;  $k_{\text{н}} \leq 0,3 - 0,45$ .

Наиболее важным параметром элементов преобразования является температурный дрейф их характеристик. На рис. 3 показаны кривые зависимостей  $U_{\text{см}}$ ,  $U_{\text{п}}$  и  $k_{\text{н}}$  оптронов от температуры. Температурный дрейф напряжения смещения оптронов незначителен и не превышает  $0,08$  мкВ/град, в то время как дрейф интегральных прерывателей типа ИП-1, обладающих наилучшими показателями из всех полупроводниковых элементов преобразования, не менее  $0,5$  мкВ/град в том же диапазоне температур. На рис. 4 даны частотные характеристики оптронов, из которых видно уменьшение  $k_{\text{н}}$ , увеличение величины смещения нуля  $U_{\text{см}}$  и понижение чувствительности с повышением частоты коммутирующего напряжения. Частоту коммутации (без значительного изменения параметров) можно поднять за счет замены фоторезистора двуэмиттерным фототранзистором либо включением в цепь фоторезистора цепочки частотной коррекции.

На рис. 5 представлена схема двухполупериодного модулятора последовательного типа, выполненного на оптронах и работающего на индуктивную нагрузку. Сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$  предназначены для ограничения управляющих токов.

Рис. 3. Усредненные зависимости параметров оптронов от температуры.

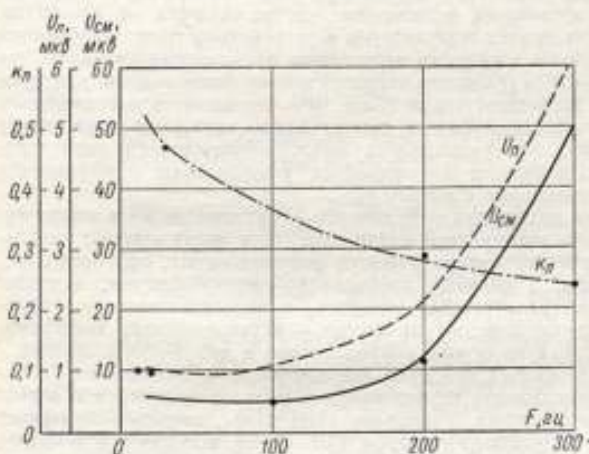
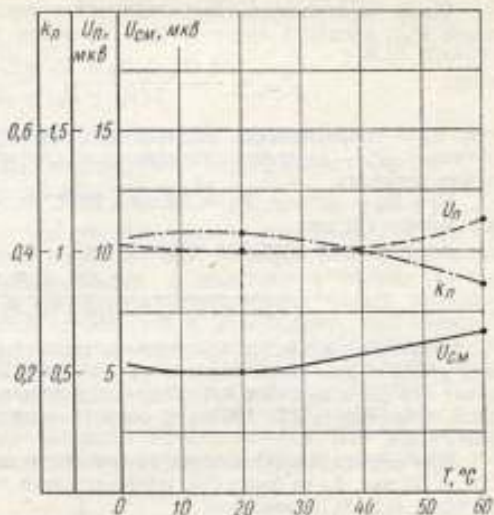


Рис. 4. Усредненные частотные характеристики оптронов.

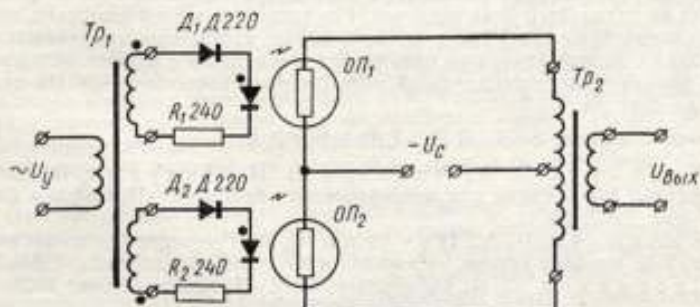


Рис. 5. Схема двухполупериодного модулятора.



Одним из основных параметров модулятора является его входное сопротивление  $R_{вх}$ , величину которого (рис. 5) можно найти из соотношения

$$R_{вх} = \frac{2(R_c + R_T + R_H)(R_c + R_\Phi + R_H)}{2(R_c + R_H) + R_T + R_\Phi}, \quad (6)$$

где  $R_c$  — сопротивление источника сигнала;  $R_\Phi$  — световое сопротивление оптрона;  $R_T$  — темновое сопротивление оптрона;  $R_H$  — приведенное сопротивление нагрузки.

При  $R_H = 500$  ом,  $R_c = 50$  ом и  $20^\circ$  С модулятор имел входное сопротивление порядка 2 ком.

Коэффициент передачи модулятора

$$k_H = \frac{R_H(R_T - R_\Phi)}{(R_H R_T + R_c R_H + R_c R_T)(R_H R_\Phi + R_c R_H + R_c R_\Phi)}. \quad (7)$$

Основные параметры модулятора: смещение нуля  $U_{см} \leq 5$  мкв; температурный дрейф в диапазоне температур  $0 \div +60^\circ$  С не более 0,05 мкв/град; коэффициент передачи не менее 0,8. Модулятор испытывался при частоте коммутирующего напряжения 20—100 гц и сопротивлениях источника сигнала  $R_c = 10 \div +5 \cdot 10^2$  ом.

При частоте коммутации 400 гц параметры модулятора ухудшились, а именно:  $U_{см} \leq 30$  мкв,  $k_H$  не более 0,4; температурный дрейф нуля в диапазоне  $20-60^\circ$  С не более 0,1—0,15 мкв/град.

Таким образом, оптронные модуляторы могут быть использованы в измерительных устройствах, работающих в диапазоне частот от нуля до 10—20 гц. Неуделесообразно применение этих модуляторов в устройствах транспонирования спектра, работающих с более широкими частотными диапазонами сигналов, так как уже на частотах 40—50 гц (входного сигнала) восстановление демодулятором исходной информации с погрешностью не более 10% оказывается невозможным. Это объясняется сравнительно низкими допустимыми частотами коммутации оптронов, определяемыми, как указывалось выше, инерционными характеристиками инжекционных диодов и значительным уменьшением коэффициента передачи оптронных модуляторов с ростом  $f_{ком}$ .

Основное назначение оптронных модуляторов — применение их в инфразвуковой измерительной и анализирующей аппаратуре. Они могут широко использоваться в замкнутых системах автоматического регулирования, скорости отрабатывания которых малы, а сигналы разбаланса — низкочастотны, а также в специализированных вычислительных машинах, предназначенных для обработки инфразвуковых стохастических процессов, — коррелометрах, дисперсионметрах, спектроанализаторах на основе коррелометров и др.

При использовании подобных приборов для измерения и анализа инфразвуковых процессов, сопровождающих исследования в области медицинской и технической диагностики, астрономии, радионавигации и др., зачастую возникает задача усиления слабых сигналов со спектром 0,01—10 гц, которая усложняется техническими трудностями накопления и предварительной записи полезной информации на различного рода носители. Решение этой задачи возможно при разработке специальных алгоритмов статистического анализа инфразвуковых флуктуаций без их предварительного накопления в сочетании с усилительно-преобразующей аппаратурой, использующей модуляторы в качестве устройств транспонирования спектра.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Калинин Б. А., Пиастро В. П., Пичугин О. А. Полупроводниковые модуляторы для автоматических приборов. «Приборы и системы управления», 1967, № 1.
2. Калинин Б. А., Пичугин О. А. Полупроводниковые модуляторы с малым уровнем шумов. «Приборы и системы управления», 1968, № 11.
3. Свечников С. В. Оптоэлектроника. «Техника», Киев, 1968.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

### ВХОДНЫЕ УСТРОЙСТВА ИНФРАЗВУКОВЫХ КВАЗИМУЛЬТИПЛИКАЦИОННЫХ КОРРЕЛОМЕТРОВ ЭКСПРЕСС-АНАЛИЗА

Коррелометры экспресс-анализа предназначены для измерения статистических характеристик случайных процессов без предварительного накопления подлежащей обработке информации. На рис. 1 представлена обобщенная блок-схема коррелометра экспресс-анализа с непосредственным вводом данных от источников случайных процессов. Замкнутое и разомкнутое положения *ПР* определяют соответственно режимы вычисления авто- и взаимокорреляционной функции. Как известно, устройство задержки в коррелометрах экспресс-анализа целесообразнее включать после входного устройства, осуществляющего предварительную обработку информации, в отличие от лабораторных приборов, в которых, как правило, устройству задержки предпосылается *ВУ*. Структурная схема *ВУ* обуславливается конкретными условиями работы коррелометра, алго-



Рис. 1. Обобщенная блок-схема инфразвукового коррелометра экспресс-анализа с непосредственным вводом данных.

*ПР* — переключатели режимов; *ВУ* — входное устройство; *УЗ* — устройство задержки; *АУ* — арифметическое устройство; *УВР* — устройство вывода результата; *БС* — блок синхронизации.

ритмом работы *АУ* и параметрами обрабатываемых случайных воздействий. Алгоритм работы *АУ* определяет, как правило, схемное построение нелинейных преобразовательных блоков *ВУ*, а динамический диапазон, спектр и другие характеристики — структуру и параметры его линейных трактов.

В большинстве случаев динамический диапазон инфразвуковых устройств корреляционного экспресс-анализа лежит в пределах 25—40 дБ (по мгновенным выбросам напряжения случайных флуктуаций), а спектр — в пределах 0,01—10 гц. Нижний предел мгновенных значений ординат составляет единицы микровольт (например, у коррелометров, используемых для медицинской диагностики, в сейсмологии и др.), а верхний — единицы и десятки вольт (при исследовании параметров ветровых волн на открытой поверхности, в системах автоматического регулирования и др.). Поэтому *ВУ* многоцелевых коррелометров строится с использованием входных аттенуаторов *ВА*, позволяющих стандартизировать абсолютные значения исследуемых сигналов и работать без перестройки параметров остальных блоков *ВУ*.

При выборе оптимального варианта построения *ВУ* следует уделять особое внимание вопросам линейного преобразования случайных сигналов, спектр которых частично или полностью лежит в инфразвуковой области. Способам усиления слабых, медленно меняющихся воздействий посвящено значительное количество работ [1, 2, 3]. Основные разработки в этой области сводятся либо к совершенствованию методов компенсации паразитных флуктуаций усилитель-

вого тракта, спектр которых совпадает со спектром сигнала, либо к отысканию путей построения чувствительных модуляторов с малым температурным дрейфом и линейной в широких пределах характеристикой. Последний вариант в силу ряда причин, связанных со значительными трудностями компенсации дрейфа нулевого уровня усилителей постоянного тока, оказывается предпочтительнее. Это обусловило широкое распространение усилительных каскадов со структурой типа модулятор—усилитель—демодулятор.

Наиболее перспективными по своим параметрам являются бесконтактные транзисторные модуляторы. В настоящей статье описывается разработанный автором модулятор, принципиальная схема которого приведена на рис. 2.

Эквивалентная схема каждого плеча модулятора представляет собой компенсационный мост, в одну диагональ которого включена нагрузка  $z_n$  (половина

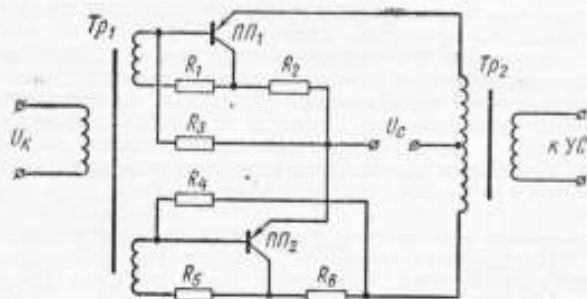


Рис. 2. Принципиальная схема бесконтактного транзисторного модулятора.

первичной обмотки трансформатора  $Tp_2$ ), а в другую — источник коммутирующего напряжения  $U_k$  с внутренним сопротивлением  $z_k$ . Внутреннее сопротивление эквивалентного генератора  $z_k$  на частоте преобразования складывается из полного сопротивления одной вторичной обмотки модулирующего трансформатора  $Tp_1$  и сопротивления  $R_1$  ( $R_3$ ). Два плеча схемы образованы сопротивлениями переходов  $r_{э, б}$  и  $r_{э, к}$ , а два других — сопротивлениями  $R_2$  и  $R_4$ . Условие равновесия мостовой схемы записывается соотношением

$$R_2 r_{э, б} = R_4 r_{э, к}. \quad (1)$$

Плечи мостовой схемы, образованные сопротивлениями переходов  $r_{э, б}$  и  $r_{э, к}$ , не стабильны; их значения резко меняются с изменением температуры, модулирующего напряжения и др. Следствием нестабильности является нежелательный разбаланс моста, приводящий к повышению уровня сигнала помехи на выходе модулятора. Следовательно, оптимизация параметров устройства может быть достигнута путем снижения чувствительности  $S$  мостовой схемы, определяемой вблизи состояния равновесия следующим соотношением [4]:

$$S = \frac{U_k}{r_{э, б} \left[ \frac{z_n}{r_{э, б}} \left( 1 + \frac{r_{э, б}}{r_{э, к}} \right) + 1 + \frac{R_2}{r_{э, б}} \right] \left[ \frac{z_k}{r_{э, б}} \left( 1 + \frac{r_{э, б}}{R_2} \right) + 1 + \frac{r_{э, к}}{r_{э, б}} \right]}. \quad (2)$$

Используя приближенные соотношения [4] между составляющими полного сопротивления вторичной обмотки одного плеча модулирующего трансформатора

и э. д. с. коммутирующего источника, после преобразований перепишем выражение (2)

$$S = \frac{k_1}{[k_2(r_K + jx_K) + r_{\Sigma}, \delta]} \frac{1}{\sqrt{r_K + jx_K}} = \frac{k_1}{f(r_K)}, \quad (3)$$

где  $k_1, k_2$  — постоянные коэффициенты, определяемые числом витков  $Tp_1$  и величиной  $U_K$ ;  $r_K, x_K$  — соответственно активная и реактивная составляющие полного внутреннего сопротивления эквивалентного генератора в диагонали компенсационного моста (величину  $x_K$  полагаем постоянной и известной).

Как следует из (3), минимальная чувствительность мостовой схемы обеспечивается при

$$f(r_K) = |f(r_K)|_{\max}. \quad (4)$$

После несложных преобразований выражение (4) примет вид

$$f(r_K) = \frac{\left[ (k_2 r_K + r_{\Sigma}, \delta) \cos \left( 0,5 \operatorname{arctg} \frac{x_K}{r_K} \right) \right]}{\sqrt[4]{r_K^2 + x_K^2}} - j \frac{\left[ k_2 x_K \sin \left( 0,5 \operatorname{arctg} \frac{x_K}{r_K} \right) \right]}{\sqrt[4]{r_K^2 + x_K^2}}. \quad (5)$$

Функция  $f(r_K)$  может быть построена на комплексной плоскости, причем каждой точке кривой будет соответствовать определенное значение параметра  $r_K$ . Для конкретных  $r_{\Sigma}, \delta, r_{\Sigma}, \delta$ , определяемых типом используемого в модуляторе транзистора,  $R_2, R_3$ , выбираемых из условия термобаланса моста, и  $x_K$  по формуле (5) рассчитываем величину  $r_K$ , обеспечивающую низкую чувствительность мостовой схемы ко всякого рода воздействиям внешних факторов, а также к колебаниям коммутирующего напряжения.

На рис. 3 дана кривая  $f(r_K)$  для реального модулятора (типа ПБ1-02), построенного на транзисторах типа МП30 ( $R_2 = 0,7 \text{ ом}; R_3 = 200 \text{ ом}$ ); на рис. 4 показаны экспериментально снятые зависимости изменения уровня шума по основной частоте на выходе модулятора (рис. 4, а) и чувствительности (рис. 4, б) при колебаниях напряжения коммутации в пределах  $\pm 20\%$ ; пунктирные линии относятся к соответствующим характеристикам модулятора при  $r_K = 0$ .

#### Технические характеристики модулятора типа ПБ1-02

Чувствительность, $\mu\text{В}$ . . . . .	не более 1
Температурный дрейф нуля, $\mu\text{В}/^\circ\text{C}$ . . . . .	-0,3
Рабочий диапазон температур, $^\circ\text{C}$ . . . . .	0 + 70
Коэффициент преобразования . . . . .	> 0,9
Верхний предел линейности характеристики, $\text{мВ}$ . . . . .	120

В качестве генератора коммутирующего напряжения ГКН рекомендуется использовать либо усилительно-ограничительные схемы, питаемые от источников синусоидальных э. д. с., либо релаксаторы. При прямоугольной форме напряжения коммутации резко снижается уровень шумов по высшим гармоническим составляющим [2, 3] и улучшается форма выходного сигнала.

При разработке коррелометров экспресс-анализа наиболее рациональным оказывается использование квазимножественного алгоритма измерения корреляционных зависимостей [5]. При этом предлагается заменить непосредственную оценку мгновенных значений ординат коррелируемых сигналов и последующего прямого их перемножения взвешенным подсчетом количества актов одновременного попадания мгновенных ординат сигналов в определенные интервалы анализа.

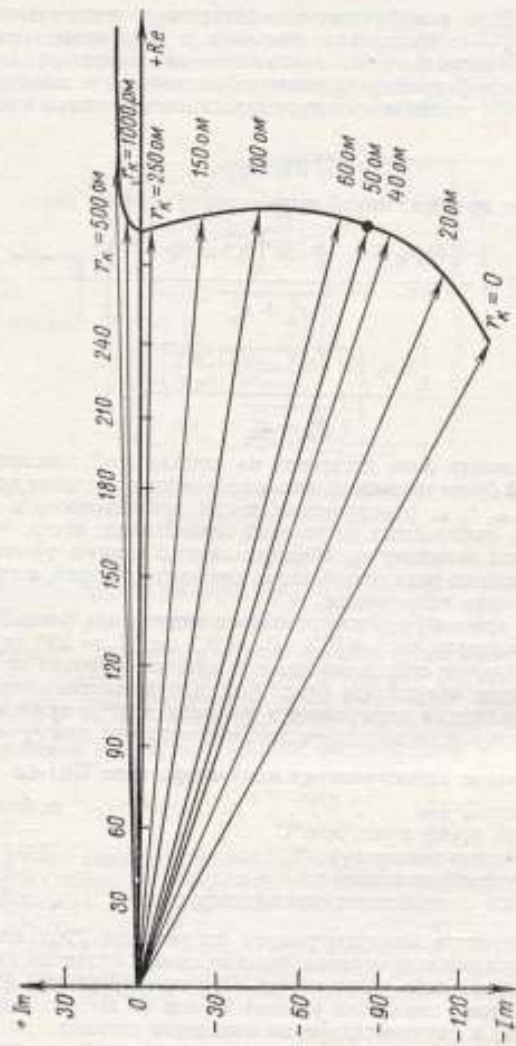


Рис. 3. Кривая  $f(\alpha_k)$  для моста при  $R_2 = 0,7 \text{ ом}$ ,  $R_3 = 200 \text{ ом}$ .



Квазимультимпликативный алгоритм измерения взаимокорреляционной функции двух случайных стационарных эргодических сигналов определяется выражением

$$R_{xy}(\mu) = \frac{1}{N - \mu - 1} \sum_{j=1}^S \left[ \xi_{j\mu} \sum_{l=1}^{N-\mu} (a_{jl})_l \right], \quad (6)$$

где  $N$  — количество шагов, на которые разбиты длительности  $T$  реализаций сигналов;  $\mu$  — относительный временной сдвиг между сигналами;  $\xi_{j\mu}$  — весовой коэффициент  $j$ -го интервала анализа;  $(a_{jl})_l$  — значение единичного акта

$$(a_{jl})_l = \begin{cases} 1, & \theta_j \leq |x(t)| < \theta_{j+1} \\ & \theta_l \leq |y(t)| < \theta_{l+1} \\ 0, & |x(t)| \text{ вне} \\ & |y(t)| \text{ вне} \end{cases} \quad (7)$$

где  $(\theta_j, \theta_l)$  и  $(\theta_{j+1}, \theta_{l+1})$  — границы  $j$ -го и  $l$ -го интервалов квантования сигналов  $x(t)$  и  $y(t)$  соответственно.

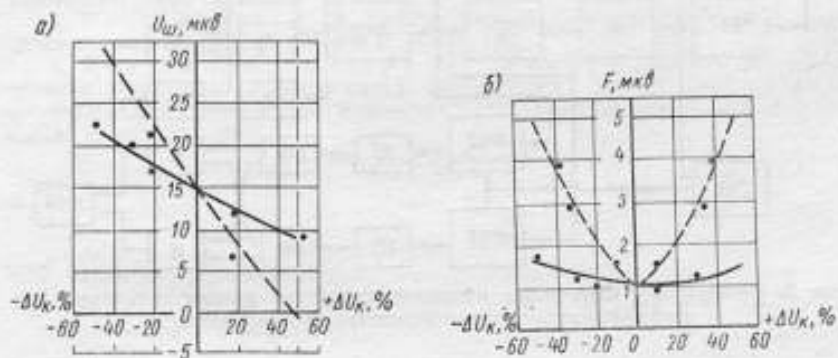


Рис. 4. Характеристики транзисторного модулятора: а — зависимость уровня шума модулятора от изменения напряжения коммутации; б — зависимость порога чувствительности модулятора от изменения напряжения коммутации.

—  $r_k = 51 \text{ Ом}$ ; ---  $r_k = 0$ .

На рис. 5 дана развернутая блок-схема входного устройства квазимультимпликативного инфразвукового коррелометра экспресс-анализа.

Разбиение входных сигналов по интервалам (амплитудное квантование) осуществляется здесь квантизатором, построенным на релаксационных схемах с одним устойчивым состоянием ( $P$ ).

С целью упрощения схемы квантизаторов анализу подвергаются не исходные сигналы, а их модули. При этом количество блоков квантизатора удается сократить в два раза. В качестве схемы образования модуля исходного сигнала, усиленного трактом модулятор—усилитель  $M-U_c$ , используется фазонечувствительный детектор  $ФНД$ , фильтрующий частоту коммутации и выделяющий модуль огибающей сигнала.

Модуль огибающей сигнала поступает на схему квантизатора. При достижении модулем огибающей сигнала порогов срабатывания входящих в квантизатор релаксаторов, на выходе последних возникают перепады напряжения, длительности которых равны времени пребывания сигнала выше соответствующих уров-



ней. При этом повышению перепада напряжения на выходе  $(j+1)$ -го релаксатора сопутствуют перепады на всех остальных  $j$  релаксаторах, пороги срабатывания которых ниже  $(j+1)$ -го.

Подобное построение схемы квантизатора вызывает значительное усложнение арифметического устройства, так как возможность одновременного появления сигналов на  $J$  выходах квантизатора обуславливает необходимость построения  $J$ -канального АУ с аналогичными функциональными нагрузками каналов. Временное разделение сигналов с выхода квантизатора возможно за счет перехода от дискриминации модуля огибающей входного сигнала по уровням к дискриминации по интервалам. Поэтому выходные сигналы  $J$ -канального квантизатора, входящего в ВУ квазимультимпликативного коррелометра, поступают в ариф-

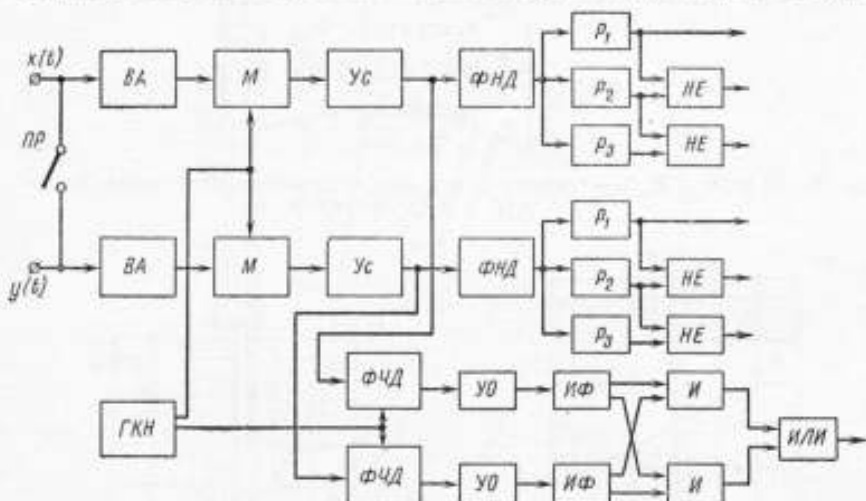


Рис. 5. Развернутая блок-схема входного устройства квазимультимпликативного инфразвукового коррелометра экспресс-анализа.

метическое устройство через систему схем запрета, выполняющих логическую операцию «НЕ». При этом сигнал с  $(j+1)$ -го выхода квантизатора запрещает прохождение в АУ совпадающей с ним по времени части сигнала с  $j$ -го выхода. Таким образом, в арифметическое устройство поступают импульсные последовательности, длительности импульсов в которых несут информацию о времени пребывания модуля огибающей входного сигнала в соответствующих интервалах квантования.

Информация о знаковом соотношении коррелируемых сигналов, теряемая при образовании модулей их огибающих, предварительно фиксируется схемой дискриминации знака. Под знаковым соотношением коррелируемых сигналов понимается некоторая функция, характеризующая текущее значение знака мгновенных произведений ординат в моменты выборки. Сигнал с выхода дискриминатора знака, несущий информацию о знаковом соотношении, управляет работой реверсивного счетного устройства и определяет интервалы его функционирования в режимах сложения и вычитания.

Схема дискриминатора знака входного устройства квазимультимпликативного коррелометра строится следующим образом. Модулированные сигналы с выхода усилителей обоих каналов поступают на входы фазочувствительных детекторов ФЧД, коммутируемых напряжением ГКН. Выходное напряжение ФЧД через усилители-ограничители УО поступает на входы триггеров, выполняющих функцию инверторов-формирователей ИФ. Такой режим работы ИФ обеспечивается подключением выхода УО через дифференцирующие цепи на бездиодные

входы триггеров. Прямые и инвертированные импульсные последовательности с обоих выходов каждого ИФ поступают на схемы совпадения И. На выходе одной схемы И выделяется сигнал, определяющий время совпадения положительных, а на выходе другой — отрицательных полярностей входных сигналов.

Таким образом, появление отличного от нуля потенциала на выходе схемы сборки ИЛИ, подключенной к выходам схем И, свидетельствует о положительной полярности мгновенного произведения входных сигналов. Этот потенциал устанавливает режим сложения реверсивного счетного узла, а интервал его отсутствия определяет длительность режима вычитания.

Рассмотренный здесь вариант построения входного устройства успешно использован в разработанном во ВНИИМ им. Д. И. Менделеева инфразвуковом квазимультимпликативном коррелометре типа КМКА-1.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевко Н. С., Федотов В. П. Проектирование преобразователей малых сигналов постоянного тока на полупроводниковых приборах. Известия вузов СССР. Приборостроение, 1962, т. V, № 2.
2. Чаплин, Оуэнс. Транзисторный усилитель постоянного тока с модулятором с высоким коэффициентом усиления. IEE, 1958, р. В.
3. Калинин Б. А., Пиастро В. П., Пичугин О. А. Транзисторный модулятор для узкопредельных приборов. «Приборы и средства автоматизации», 1965, № 3.
4. Нестеренко А. Д. Основы расчета электронизмерительных схем уравновешивания. Изд-во АН УССР, Киев, 1960.
5. Колтик Е. Д., Пиастро В. П., Яралашвили Р. В. Новый принцип построения автоматических корреляторов. Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области электрических измерений, вып. 98 (158). Изд-во стандартов, 1968.

Поступила в редакцию  
13.VI.1969 г.

УДК 62.391.83

Е. Д. КОЛТИК, Е. И. КОРОВКИН  
ВНИИМ

#### ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА НЕЛИНЕЙНЫХ ИСКАЖЕНИЙ ИНФРАЗВУКОВЫХ СИГНАЛОВ

В настоящее время методы математической статистики находят применение во многих областях измерительной техники. Развитие техники статистического анализа пошло по пути разработки специализированных устройств, так как использование универсальных вычислительных машин для решения узкого круга задач часто оказывается нерациональным. Использование методов математической статистики позволяет повысить точность измерений за счет накопления информации, а также обрабатывать сигналы инфразвукового диапазона.

Одной из важнейших характеристик сигналов является коэффициент нелинейных искажений. Известно, что аналитическое выражение, позволяющее оценить коэффициент нелинейных искажений сигнала, записывается в виде

$$k = \sqrt{\frac{U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots}{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^n U_i^2}{\sum_{i=1}^n U_i^2}}, \quad (1)$$

где  $U_1$  — напряжение основной частоты;  $U_2, U_3, U_4, \dots$  — напряжение 2-й, 3-й, 4-й, ... гармоник;  $n$  — количество учитываемых гармоник.

Используя (в силу ортогональности членов ряда Фурье) соотношение

$$\sum_{i=1}^n D(U_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)) = D\left\{\sum_{i=1}^n U_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)\right\}, \quad (2)$$

где  $D(U_i \sin(\omega_i t + \varphi_i))$  — дисперсия одной гармоники;

$$D\left\{\sum_{i=1}^n U_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)\right\} — дисперсия суммы гармоник,$$

запишем формулу (1) в виде

$$k = \sqrt{\frac{D\left\{\sum_{i=2}^n U_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)\right\}}{D\left\{\sum_{i=1}^n U_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)\right\}}}. \quad (3)$$

Выражение (3) иллюстрирует принципиальную возможность измерения коэффициента нелинейных искажений с помощью дисперсиометров. Это имеет

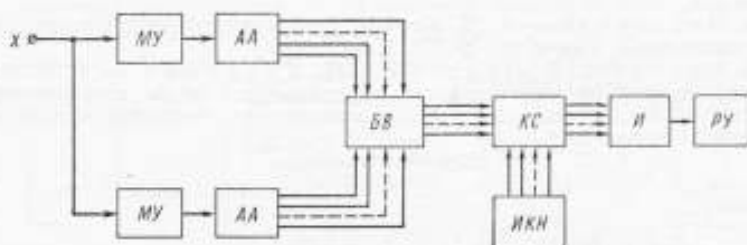


Рис. 1. Блок-схема квазимножительного дисперсиометра.

большое практическое значение в области инфразвуковых частот, где применение обычных методов измерения коэффициента нелинейных искажений оказывается либо затруднительным, либо вообще непригодным. Однако метод измерения коэффициента нелинейных искажений с помощью приборов статистического анализа в области частот от 0,001 до 0,5  $\mu\text{z}$  широкого распространения не получил ввиду сложности технического исполнения подобных приборов. Приборы статистического анализа, предназначенные для обработки сигналов инфразвуковой частоты, производят вычисления по весьма сложным алгоритмам, как правило, громоздки, весьма сложны по исполнению и в эксплуатации.

Рассмотрим дисперсиометры, реализующие вычисления вторых центральных моментов при нулевом относительном сдвиге по так называемому квазимножительному алгоритму [1]. Работа квазимножительного дисперсиометра, блок-схема которого приведена на рис. 1, описывается алгоритмом

$$D = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^n k_j \gamma_j = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^N b_i \gamma_j. \quad (4)$$

Анализируемое воздействие подается на вход  $X$ . Через масштабные усилители МУ сигнал поступает на входы  $n$ -канальных амплитудных анализаторов АА, выполненных по известным схемам дискриминаторов ординат. При попадании входного усиленного воздействия в  $j$ -й интервал анализа на  $j$ -м выходе амплитудного анализатора появляется импульс, длительность которого несет информацию о времени пребывания анализируемого сигнала в соответствующем интервале

анализа. Выходы амплитудных анализаторов *АА* подключены ко входам  $n^2$ -канального блока выборки *ВВ*, состоящего из набора  $n^2$  логических схем, выполняющих операцию конъюнкции.

В каждый дискретный момент времени высокий потенциал появляется только на одном из  $n^2$  выходов *ВВ*. Блоки ключевых схем *КС* и источник кодовых напряжений *ИКН* играют роль устройств взвешивания мгновенных ординат анализируемых сигналов при попадании их в определенные интервалы анализа. Блок *ИКН* представляет собой прецизионный делитель на сопротивлениях, питаемый стабилизированным источником постоянного тока. На  $n^2$  выходах источника кодового напряжения имеется полный набор возможных произведений сигналов, прошедших обработку на  $n$ -канальных амплитудных анализаторах.

При поступлении высокого потенциала с выхода *ВВ* в блок *КС* последний реализует возможность переноса информации из *ИКН* в интегратор *И*. Потенциал, накопленный интегратором *И* за время наблюдения  $T_n$ , представляет собой оценку дисперсии анализируемых сигналов. Результат измерений фиксируется устройством регистрации *РУ*.

Отметим, что точность измерения коэффициента нелинейных искажений с помощью методов дисперсионного анализа связана, очевидно, с точностью измерения самой дисперсии сигнала. В случае применения в указанных целях квазимультимпликативного дисперсиометра особое внимание следует уделять обоснованному выбору весовых коэффициентов интервалов анализа, в значительной степени определяющих величину методической погрешности рассматриваемого способа. Можно показать, что оптимальными, с точки зрения минимальной погрешности *АА*, при измерении дисперсии синусоидальных сигналов являются величины весовых коэффициентов, определяемые соотношением

$$x_{i \text{ opt}} = \frac{\sqrt{x_i^2 - 1} - \sqrt{x_{i+1}^2 - 1}}{\arcsin x_{i+1} - \arcsin x_i} \quad (5)$$

где  $(x_{i+1} - x_i)$  — величина интервала квантования.

Рассмотрим одно из устройств для измерения коэффициента нелинейных искажений инфразвуковых сигналов, в котором в качестве вольтметра действующего значения измеряемого напряжения может быть использован квазимультимпликативный дисперсиометр. В известных приборах для измерения коэффициента нелинейных искажений [2] основная составляющая исследуемого сигнала устраняется обычно с помощью фильтров, наличие которых создает большие неудобства при измерениях. Недостаток этих приборов — большие погрешности, возникающие из-за невозможности разделения основной составляющей исследуемого сигнала и его второй гармоники, и непригодность использования их для измерения коэффициента нелинейных искажений на инфразвуковых частотах.

Предлагаемое устройство отличается от известных наличием вычислительно-моделирующей цепи, состоящей из последовательно включенных фазоинвертора и двух интеграторов, охваченных обратной связью [3]. Это дало возможность отказаться от фильтров, повысить точность измерений и расширить пределы измерения в область инфразвуковых частот. Блок-схема устройства для измерения коэффициента нелинейных искажений электрических сигналов изображена на рис. 2. Принцип измерения коэффициента нелинейных искажений заключается в следующем. Сначала исследуемое напряжение  $U_n$  через переключатель *П* (позиция *a*) подается на вольтметр и измеряется действующее значение напряжения

$$U_y = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots} \quad (6)$$

Затем переключатель переводится в положение *b* и с помощью того же вольтметра измеряется значение гармонических составляющих

$$U_x = \sqrt{(U_1^2 + U_y^2 - 2U_1U_y \cos \varphi) + U_2^2 + U_3^2 + \dots}, \quad (7)$$

где  $U_y$  — уравнивающее напряжение;  $\varphi$  — сдвиг фаз между  $U_y$  и  $U_1$ .

Далее вычисляется коэффициент нелинейных искажений

$$k = \frac{\sqrt{(U_1^2 + U_y^2 - 2U_1U_y \cos \varphi) + U_2^2 + U_3^2 + \dots}}{\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}} \quad (8)$$

Обозначив

$$U_1^2 + U_y^2 - 2U_1U_y \cos \varphi = a^2; \quad U_2^2 + U_3^2 + U_4^2 + \dots = b^2;$$

$$U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots = c^2,$$

получим

$$k = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{c} \quad (9)$$

Методическая погрешность отсутствует при  $a = 0$  и имеет место, когда  $\varphi \neq 0$  и  $U_1 \neq U_y$ . Значения погрешностей для указанных случаев могут быть определены из соотношений

$$\left(\frac{\partial k}{\partial \varphi}\right)_{\varphi \neq 0} \cong \frac{1}{1 + \left(\frac{k}{\varphi}\right)^2}; \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial k}{\partial U_y}\right)_{U_1 \neq U_y} \cong \frac{U_1^2}{U_1^2 + (U_1 - U_y)^2} \quad (11)$$

Поскольку в схеме предусмотрена регулировка амплитуды и фазы первой гармоники, то основная составляющая погрешности обусловлена фильтром нижних частот. Для снижения погрешности измерения коэффициента нелинейных искажений до 1% ослабление высших гармоник должно быть не менее 40 дБ.

Прибор работает следующим образом. При первом измерении переключатель  $\Pi$  находится в положении  $a$ , и исследуемое напряжение подается непосредственно на вольтметр, измеряющий действующее значение напряжения. Затем переключатель переводится из положения  $a$  в положение  $b$ . При этом исследуемый сигнал подводится к формирователю прямоугольного напряжения  $TШ$  и к одному из входов сумматора  $C$ . На второй вход сумматора через последовательно соединенные фазоинвертор  $ФИ$ , интеграторы  $I_1$ ,  $I_2$  и делитель напряжения  $ДН$  подается напряжение с частотой первой гармоники, причем амплитуда этого напряжения равна амплитуде основной составляющей исследуемого сигнала, а фаза сдвинута по отношению к ней на  $180^\circ$ . Этот фазовый сдвиг осуществляется формирователем  $TШ$ .

Рис. 2. Блок-схема устройства для измерения коэффициента нелинейных искажений инфразвуковых сигналов.

Фазоинвертор  $ФИ$ , интеграторы  $I_1$ ,  $I_2$  и цепь обратной связи  $R_{обс}$  образуют генератор с самовозбуждением, частота выходного напряжения которого равна частоте первой гармоники, так как синхронизация генератора осуществляется выходными импульсами формирователя прямоугольного напряжения  $TШ$ . Суммарный фазовый сдвиг между входным и выходным напряжениями генератора, который представляет собой вычислительно-моделирующую цепь, составляет

$$\varphi_{\Sigma} = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 180^\circ + 90^\circ + 90^\circ = 360^\circ, \quad (12)$$

где  $\varphi_1$  — сдвиг фазы в фазоинверторе  $ФИ$ ;  $\varphi_2$  — сдвиг фазы в интеграторе  $I_1$ ;  $\varphi_3$  — сдвиг фазы в интеграторе  $I_2$ .

Для исключения паразитных набегов фазы в системе преобразования напряжения в схемах фазоинвертора и интеграторов могут быть предусмотрены фазочувствительные элементы, позволяющие производить регулировку фазы в небольших пределах. Уравнивание первой гармоники по амплитуде производится с помощью делителя напряжения  $DH$ . Таким образом, на выходе сумматора  $C$  отсутствует первая гармоника, и на вход вольтметра поступает сигнал, представляющий собой сумму гармоник, начиная со второй.

Применение в данном устройстве формирователя  $TSH$ , обеспечивающего изменение фазы первой гармоники на  $180^\circ$ , и последовательно включенных фазоинвертора с двумя интеграторами дает возможность производить фильтрацию первой гармоники сигналов инфразвуковой частоты без фильтров. Последнее расширяет пределы измерения и повышает точность определения коэффициента нелинейных искажений.

Предлагаемый метод измерения коэффициента нелинейных искажений с помощью нового алгоритма вычисления дисперсии сигналов был промоделирован на ЭЦВМ «Проминь—М». Погрешность измерения коэффициента нелинейных искажений не превышала 3—5% при четырех интервалах анализа и шаге квантования 5.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Колтик Е. Д., Пиастро В. П., Яраловили Р. В. Новый принцип построения автоматических корреляторов. Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области электрических измерений, вып. 98 (158), изд-во стандартов, 1968.
2. Соловьев Н. Н. Основы измерительной техники проводной связи. Ч. III, Госэнергоиздат, 1959.
3. Колтик Е. Д., Коровкин Е. И., Пиастро В. П., Хантель А. Д. Устройство для измерения коэффициента нелинейных искажений. Авторское свидетельство СССР № 245203, кл. 21e, Бюлл. изобр. № 19, 1969 г.

Поступила в редакцию VI.1969 г.



## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	3
<b>Вопросы теории ИИС и их функциональных узлов</b>	
Л. И. Добета, Я. Г. Неуймин. О некоторых современных аспектах теоретической и прикладной метрологии .....	5
Е. Д. Колтик, В. П. Пиастро, Л. А. Прокофьева, Р. В. Яраловили. Некоторые вопросы теории корреляционных измерений .....	11
Б. Л. Рывкин. О граничных оценках суммарной погрешности информационно-измерительных систем .....	17
Е. Д. Колтик, Е. И. Коровкин. Корреляционный метод измерения фазового сдвига .....	28
Я. Г. Неуймин. Эффект накачки ферромагнитных сердечников с прямоугольной петлей гистерезиса и его использование для усиления слабых сигналов .....	37
Л. М. Барденштейн. Исследование передаточной функции кабеля .....	44
М. Л. Миневич. О минимальном расстоянии в двоичных групповых корректирующих кодах .....	62
В. С. Пеллинец, О. Н. Тихонов. Об оценке нелинейности преобразователей по их реакции на импульсное возбуждение .....	70
О. Н. Тихонов. Определение динамических характеристик преобразователей с помощью корреляционного анализа .....	73
Ю. Л. Бортияков, В. Е. Новодержкин. Метод сокращения объема выборки при вычислении автокорреляционной функции .....	75
Р. В. Яраловили. О погрешностях практического спектрального анализа при трансформации корреляционной функции по Фурье .....	80
<b>Метрологические характеристики функциональных узлов ИИС</b>	
А. Н. Гуторова, Е. Д. Колтик, А. Д. Хантель. Исследование динамической погрешности аналого-цифровых преобразователей .....	85
М. Л. Миневич. О величине средней погрешности при дискретной передаче телеметрической информации .....	92
М. В. Анолик, В. А. Левилов, Г. П. Цивирко. Сравнительная оценка точности двух типов дискретно-дифференцирующих измерительных устройств .....	99
М. В. Анолик, В. А. Левилов, Г. П. Цивирко. Оценка среднеквадратической погрешности дискретного дифференциатора второго типа .....	104
В. А. Левилов, О. Н. Тихонов, Г. П. Цивирко. Минимизация среднего квадрата погрешности в узлах при дискретном дифференцировании сигналов .....	110

В. В. Кудряшев. Определение погрешности фазометров, фиксирующих моменты перехода входных сигналов через нуль	112
В. А. Вол. Об ошибках одного метода измерения длительностей фронта и спада импульсов	117
О. И. Гуторов, А. Н. Гуторова. Сравнительный анализ фазовых сдвигов в избирательных системах	123

#### Функциональные узлы ИИС и их технические характеристики

А. Н. Гуторова, Е. К. Павлов, В. И. Смирнов. Быстродействующий преобразователь напряжение—код	130
Я. Г. Неуймин, В. Е. Новодережкин. Метод повышения надежности запоминающих устройств цифровых измерительных приборов	136
Ю. Л. Бортияков. Метод измерения вторичных параметров влияния между кабельными цепями	140
Л. М. Барденштейн, М. Л. Миневич. О характеристиках канала синхронизации при передаче телеметрической информации	145
И. М. Артемьев, Л. А. Васильева. Устройство для измерения площади диаграммы	153
В. В. Сидоренко, Е. Х. Чижев. Регистрация случайных процессов с помощью цифрпечатающего устройства на многоустойчивых элементах	158
И. М. Артемьев, С. Р. Осмоловский. Выбор оптимальных параметров предварительного усилителя для болометра БСГ-2	165
В. А. Вол. Статические характеристики управляемых фиксирующих схем на диодах	170
В. А. Вол. Оценка повышения помехоустойчивости при интегрировании с весом кодовых импульсов	176
О. И. Гуторов, А. Н. Гуторова. К вопросу определения характеристик фильтров сосредоточенной селекции	181
Б. А. Калинин, В. П. Пиастро. Оптоэлектронные модуляторы малых сигналов инфразвуковых частот	186
В. П. Пиастро. Входные устройства инфразвуковых квазиимпульсионных коррелометров экспресс-анализа	191
Е. Д. Колтик, Е. И. Коровкин. Измерение коэффициента нелинейных искажений инфразвуковых сигналов	197
Рефераты публикуемых статей	204

## ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

Труды метрологических институтов СССР

Выпуск 126 (186)

Редактор *Н. Н. Александрова*

Техн. редактор *Э. Г. Вагер*

Корректор *Е. Я. Фарберова*

Сдано в набор 12/X 1970 г. Подписано в печать 19/IV 1971 г. М-22277  
Бумага типографская № 1 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub> Печ. л. 13,25. Уч.-изд. л. 15,8.  
Тираж 1000 экз. Цена 1 р. 68 к. Заказ 894

Ленинградское отделение издательства «Энергия». Марсово поле, 1.

Ленинградская типография № 6 Главполиграфпрома  
Комитета по печати при Совете Министров СССР  
Ленинград, С-144, ул. Монсеенко, 10

## Рефераты публикуемых статей

УДК 389.001

### О НЕКОТОРЫХ СОВРЕМЕННЫХ АСПЕКТАХ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕТРОЛОГИИ

**Л. И. ДОВБЕТА, Я. Г. НЕУЙМИН**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 5.*

Дается краткая оценка современного уровня развития измерительной техники и новых задач, возникающих перед ней в связи с общим прогрессом техники. Проводится сравнение общепринятой структуры измерительного прибора и структуры основного инструмента измерения в настоящее время — измерительно-информационной системы.

Обращается внимание на необходимость решения ряда теоретических и прикладных задач метрологического плана для обеспечения эффективности использования систем. Подчеркивается особая важность решения проблем метрологического обеспечения телеметрических систем — основного звена измерительно-информационных систем (ИИС). Иллюстраций 3, библиографий 27.

УДК 53.088.6

### НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

**Е. Д. КОЛТИК, В. П. ПИАСТРО, Л. А. ПРОКОФЬЕВА, Р. В. ЯРАЛОШВИЛИ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 11.*

Посвящена вопросу теоретической оценки погрешностей от нарушения гипотезы о «гауссовости» исходных сигналов при статистических исследованиях случайных процессов.

Предлагается ввести поправочный коэффициент на «негауссовость», который равен единице при нормальных распределениях и отличается от нее пропорционально характеру изменения высших моментов при нарушении гипотезы.

Библиографий 3.

УДК 389 : 53.088

### О ГРАНИЧНЫХ ОЦЕНКАХ СУММАРНОЙ ПОГРЕШНОСТИ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

**Б. Л. РЫВКИН**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 17.*

Рассмотрен инженерный метод оценки статической погрешности информационно-измерительных систем в одной точке динамического диапазона. Отмечается, что к аппроксимации закона суммарной погрешности нормированным нормальным законом следует подходить с осторожностью. Приводятся оценки доверительной суммарной погрешности для разной априорной информации о законах распределения слагаемых.

Таблиц 1, библиографий 14, иллюстраций 4.

**КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ФАЗОВОГО СДВИГА**

**Е. Д. КОЛТИК, Е. И. КОРОВКИН**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 28.*

Рассмотрены вопросы измерения фазовых соотношений регулярных сигналов в присутствии сильных возмущающих помех.

Предложенный корреляционный метод измерения фазового сдвига позволяет снизить погрешность измерений за счет выбора оптимальных коэффициентов интервалов анализа.

Иллюстраций 1, библиографий 4.

**ЭФФЕКТ НАКАЧКИ ФЕРРОМАГНИТНЫХ СЕРДЕЧНИКОВ С ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЕТЛЕЙ ГИСТЕРЕЗИСА И ЕГО ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДЛЯ УСИЛЕНИЯ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ**

**Я. Г. НЕУЙМИН**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 37.*

Рассматривается эффект «накачки» магнитной индукции в сердечнике с ППГ под влиянием слабого магнитного поля при многократном перемагничивании сердечника по частным циклам и возможность усиления низкого уровня, основанная на этом эффекте.

Библиографий 5, иллюстраций 4.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ КАБЕЛЯ**

**Л. М. БАРДЕНШТЕЙН**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 44.*

Рассматривается искажение сигнала при прохождении через несогласованный на концах кабель. Показывается, что в подавляющем большинстве случаев для коаксиальных кабелей можно пренебречь вторичными отражениями.

Выполнены выражения для передаточной функции кабеля фиксированной длины с учетом рассогласования, даны формулы для инженерных расчетов и оценки их точности.

Иллюстраций 3, библиографий 8.

**О МИНИМАЛЬНОМ РАССТОЯНИИ В ДВОЙНЫХ ГРУППОВЫХ КОРРЕКТИРУЮЩИХ КОДАХ**

**М. Л. МИНЕВИЧ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 62.*

Статья посвящена уточнению минимальных расстояний в групповых корректирующих кодах, характеризующих устойчивость этих кодов к помехам.

Приводится табличный материал по результатам вычислений максимально возможных минимальных расстояний для большой группы кодов (длиной до 51), который является полезным справочным материалом для разработчиков.

Таблиц 2, библиографий 9.

УДК 621.314.224.8

**ОБ ОЦЕНКЕ НЕЛИНЕЙНОСТИ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПО ИХ РЕАКЦИИ  
НА ИМПУЛЬСНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ**

**В. С. ПЕЛЛИНЕЦ, О. Н. ТИХОНОВ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 70.*

Рассмотрен способ определения функции, характеризующей статическую нелинейность измерительного преобразователя, по записи его затухающих свободных колебаний. Иллюстрация 1, библиографий 2.

УДК 621.314.224.8—501.22 : 519.27

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ КОРРЕЛЯЦИОННОГО  
АНАЛИЗА**

**О. Н. ТИХОНОВ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 73.*

Рассмотрена методика определения коэффициентов уравнения «прибора». Дано математическое обоснование метода определения динамических характеристик преобразователей, описываемых уравнениями первого и второго порядков. Показывается возможность распространения методики на приборы с уравнениями более высокого порядка. Делается вывод о необходимости того, чтобы входной сигнал был стационарным. Иллюстраций 1, библиографий 1.

УДК 621.391.6 : 519.27

**МЕТОД СОКРАЩЕНИЯ ОБЪЕМА ВЫБОРКИ ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ  
АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ**

**Ю. Л. БОРТНЯКОВ, В. Е. НОВОДЕРЕЖКИН**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 75.*

Рассматривается метод сокращения объема выборки при вычислении автокорреляционной функции по дискретным отсчетам путем разбиения спектра плотности мощности стационарного эргодического процесса на поддиапазоны. Для каждого поддиапазона с соответствующей частотой берутся отсчеты, по которым определяется автокорреляционная функция, равная сумме автокорреляционных функций каждого поддиапазона.

Показано, что объем выборки при вычислении автокорреляционной функции без разбиения спектра на поддиапазоны для широкополосных процессов значительно превосходит объем выборки, необходимой для предлагаемого метода при одинаковой точности. Библиографий 3.

УДК 621.391.273.088

**О ПОГРЕШНОСТЯХ ПРАКТИЧЕСКОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА  
ПРИ ТРАНСФОРМАЦИИ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ ПО ФУРЬЕ**

**Р. В. ЯРАЛОШВИЛИ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 80.*

Рассмотрены погрешности спектрального анализа случайных процессов, проводимого путем трансформации корреляционной функции по Фурье. Показано, что погрешности корреляционной функции с точки зрения их влияния на результат спектрального анализа целесообразно разделить на локальные и глобальные. При локальной погрешности корреляционной функции в спектральной плотности появляются «паразитные» колебания. При глобальном характере погрешностей корреляционной функции, когда в интервале определения функции погрешности может быть разложена в ряд Фурье, в спектральной плотности имеют место локальные «всплески», соответственно гармоникам разложения.

Полученные результаты позволяют определять точки корреляционной функции, в которых имеют место наибольшие погрешности. Кроме того, получено общее выражение для погрешности спектральной плотности в предположении непрерывности погрешности корреляционной функции, позволяющее некоторым образом оценить возможные погрешности спектрального анализа при известных погрешностях коррелятора.

Библиографий 3.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ АНАЛОГО-ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ**

**А. И. ГУТОВА, Е. Д. КОЛТИК, А. Д. ХАНТЕЛЬ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 85.*

Рассматривается динамическая погрешность сигнала за время преобразования, возникающая в результате изменения входного сигнала. Приводятся результаты определения статистических характеристик данной погрешности при кодировании случайных сигналов и предположении, что кодируемая величина за время между сравнениями изменится более чем на один квант.  
Иллюстраций 4, библиографий 4.

**О ВЕЛИЧИНЕ СРЕДНЕЙ ПОГРЕШНОСТИ ПРИ ДИСКРЕТНОЙ ПЕРЕДАЧЕ ТЕЛЕМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

**Л. Л. МИНЕВИЧ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 92.*

Исследуется вопрос о величине средней погрешности, имеющей место при передаче телеметрической информации двоичным безызбыточным кодом по каналам связи, подверженным воздействию помех. Исследование ведется для несимметричного канала, а также для канала, подверженного воздействию пакетных ошибок.  
Получены расчетные формулы и приведены графики зависимости граничных значений средней приведенной погрешности от параметров кода и канала связи.  
Иллюстраций 5, библиографий 2.

**СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ДВУХ ТИПОВ ДИСКРЕТНО-ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩИХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ**

**М. В. АНОЛИК, В. А. ЛЕВИДОВ, Г. П. ЦИВИРКО**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 99.*

Сравниваются оценки максимальной погрешности двух типов измерительных устройств: дискретного дифференциатора, вычисляющего разность мгновенных значений входного сигнала, измеренных через фиксированный промежуток времени (интервал дискретности), и дискретного дифференциатора, вычисляющего разность результатов интегрирования входного сигнала на соседних одинаковых интервалах времени. Из условия минимума этих оценок рассчитаны оптимальные интервалы дискретности и произведено сравнение точности и помехоустойчивости рассматриваемых дифференциаторов.  
Иллюстраций 1, библиографий 8.



УДК 621.391.2.088

### ОЦЕНКА СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОЙ ПОГРЕШНОСТИ ДИСКРЕТНОГО ДИФФЕРЕНЦИАТОРА ВТОРОГО ТИПА

**М. В. АНОЛИК, В. А. ЛЕВИДОВ, Г. П. ЦИВИРКО**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 194.*

Исследуется точность дискретно-дифференцирующего устройства, вычисляющего разность предварительно проинтегрированных значений входного сигнала на двух последовательных одинаковых интервалах времени.

Основное внимание уделено среднеквадратической методической погрешности. При этом выходной сигнал рассматривается как значение скорости в случайные моменты отсчета.

Дается оценка суммарной среднеквадратической погрешности при наличии случайных помех. Из условия минимума этой оценки выбирается оптимальный интервал дискретности.

Иллюстраций 1, библиографий 9.

УДК 621.391.2.088

### МИНИМИЗАЦИЯ СРЕДНЕГО КВАДРАТА ПОГРЕШНОСТИ В УЗЛАХ ПРИ ДИСКРЕТНОМ ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИИ СИГНАЛОВ

**В. А. ЛЕВИДОВ, О. И. ТИХОНОВ, Г. П. ЦИВИРКО**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 110.*

Определяя зависимость величины среднего квадрата погрешности в узлах при дискретном дифференцировании сигнала на фоне помех. Эта зависимость от корреляционных функций сигнала и помехи, и также от интервала дискретности  $T$  найдена на основании минимально-квадратичной теории. Показано, что существует оптимальный интервал дискретности  $T_{\text{опт}}$ , минимизирующий средний квадрат погрешности.

Таблиц 1, иллюстраций 1, библиографий 1.

УДК 621.317.772.2.088

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ФАЗОМЕТРОВ, ФИКСИРУЮЩИХ МОМЕНТЫ ПЕРЕХОДА ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ ЧЕРЕЗ НУЛЬ

**В. В. КУДРЯШЕВ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 112.*

Дан краткий анализ составляющей погрешности электронных фазометров без преобразования частоты на выходе за счет нелинейных искажений входных сигналов. Обоснован выбор формы тест-сигнала и способа его получения для определения указанной составляющей погрешности фазометров.

Иллюстраций 4, библиографий 6.

### ОБ ОШИБКАХ ОДНОГО МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЯ ДЛИТЕЛЬНОСТЕЙ ФРОНТА И СПАДА ИМПУЛЬСОВ

В. А. ВОЛ

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 117.*

Рассматривается теоретическая погрешность измерений длительностей фронта и спада импульсов при использовании метода квазидифференцирования, а также свойственные этому методу грубые ошибки. На основании полученных при анализе оценок погрешностей делается вывод о нежелательности применения метода квазидифференцирования в ответственных контрольно-измерительных операциях.

Иллюстраций 4, библиографий 11.

### СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФАЗОВЫХ СДВИГОВ В ИЗБИРАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

О. И. ГУТОРОВ, А. Н. ГУТОРОВА

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 125 (185), 1971 г., стр. 123.*

В ряде измерительных систем информация представляется в виде фазового сдвига двух гармонических колебаний. К элементам этих систем предъявляются противоречивые требования малых фазовых сдвигов и высокой избирательности.

Предлагается ввести новый параметр, характеризующий различные избирательные системы одновременно с точки зрения величины фазовых сдвигов и избирательности.

Приводятся расчетные соотношения этого параметра для ряда избирательных систем.

Библиографий 3, иллюстраций 1.

### БЫСТРОДЕЙСТВУЮЩИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ НАПРЯЖЕНИЕ—КОД

А. Н. ГУТОРОВА, Е. К. ПАВЛОВ, В. И. СМЕРНОВ

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 130.*

Приводится описание схемы и основные технические характеристики быстродействующего преобразователя напряжение—код. Этот преобразователь имеет сравнительно простую схему при высоком быстродействии и точности, построен на распространенных элементах и работает в широком диапазоне температур.

Иллюстраций 4, библиографий 5.

### МЕТОД ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ ЗАПОМИНАЮЩИХ УСТРОЙСТВ ЦИФРОВЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

Я. Г. НЕУЙМИН, В. Е. НОВОДЕРЕЖКИН

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 136.*

Рассмотрен метод повышения надежности запоминающего устройства матричного типа за счет использования свойства «магнитной вязкости» ферритовых и ленточных сердечников.

Предлагается способ записи—считывания информации токами очень малой длительности, основанный на суммировании серий импульсов, сдвинутых во времени. Приводятся результаты экспериментов над микронными ленточными сердечниками.

Иллюстраций 2, библиографий 5.

**МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ВТОРИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ  
ВЛИЯНИЯ МЕЖДУ КАБЕЛЬНЫМИ ЦЕПЯМИ**

**Ю. Л. БОРТНЯКОВ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 140.*

Описана простая система для измерения вторичных параметров влияния кабельной линии связи при неоплошности доступном передающем (или приемном) конце кабеля. Иллюстраций 3, библиографий 2.

**О ХАРАКТЕРИСТИКАХ КАНАЛА СИНХРОНИЗАЦИИ ПРИ  
ПЕРЕДАЧЕ ТЕЛЕМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ**

**Л. М. БАРДЕНШТЕЙН, М. Л. МИНЕВИЧ**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 145.*

Исследуются характеристики канала синхронизации при передаче телеметрической информации. Выводятся вероятностные характеристики канала при использовании интервального кода для передачи информации о моменте времени при двух алгоритмах построения декодирующего устройства кода синхронизации. Иллюстраций 4, библиографий 4.

**УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПЛОЩАДИ ДИАГРАММЫ**

**И. М. АРТЕМЬЕВ, Л. А. ВАСИЛЬЕВА**

*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 153.*

Предлагается устройство для автоматического измерения площади диаграммы, описывающей ход физического процесса, одновременно с ее регистрацией. Величина измеряемой площади регистрируется в цифровой форме на декатрионном табло. Излагается принцип действия, описывается полная схема действующего макета прибора и приводятся результаты его исследования.

Библиографий 4, иллюстраций 6.

**РЕГИСТРАЦИЯ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ  
ЦИФРОПЕЧАТАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА НА МНОГОУСТОЙЧИВЫХ  
ЭЛЕМЕНТАХ**

**В. В. СИДОРЕНКО, Е. Х. ЧИЖОВ**

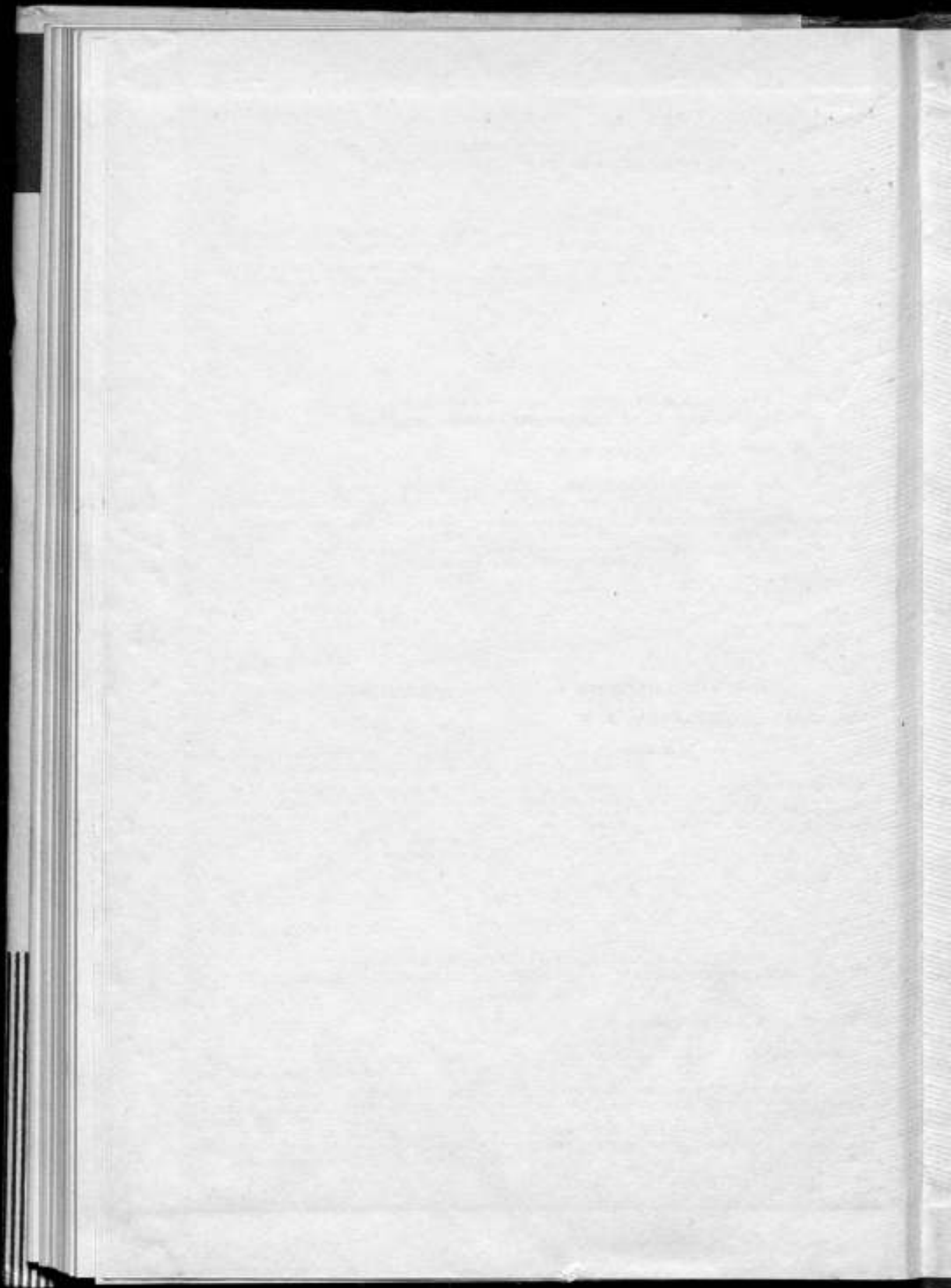
*Труды метрологических институтов СССР. Исследования в области информационно-измерительной техники, вып. 126 (186), 1971 г., стр. 158.*

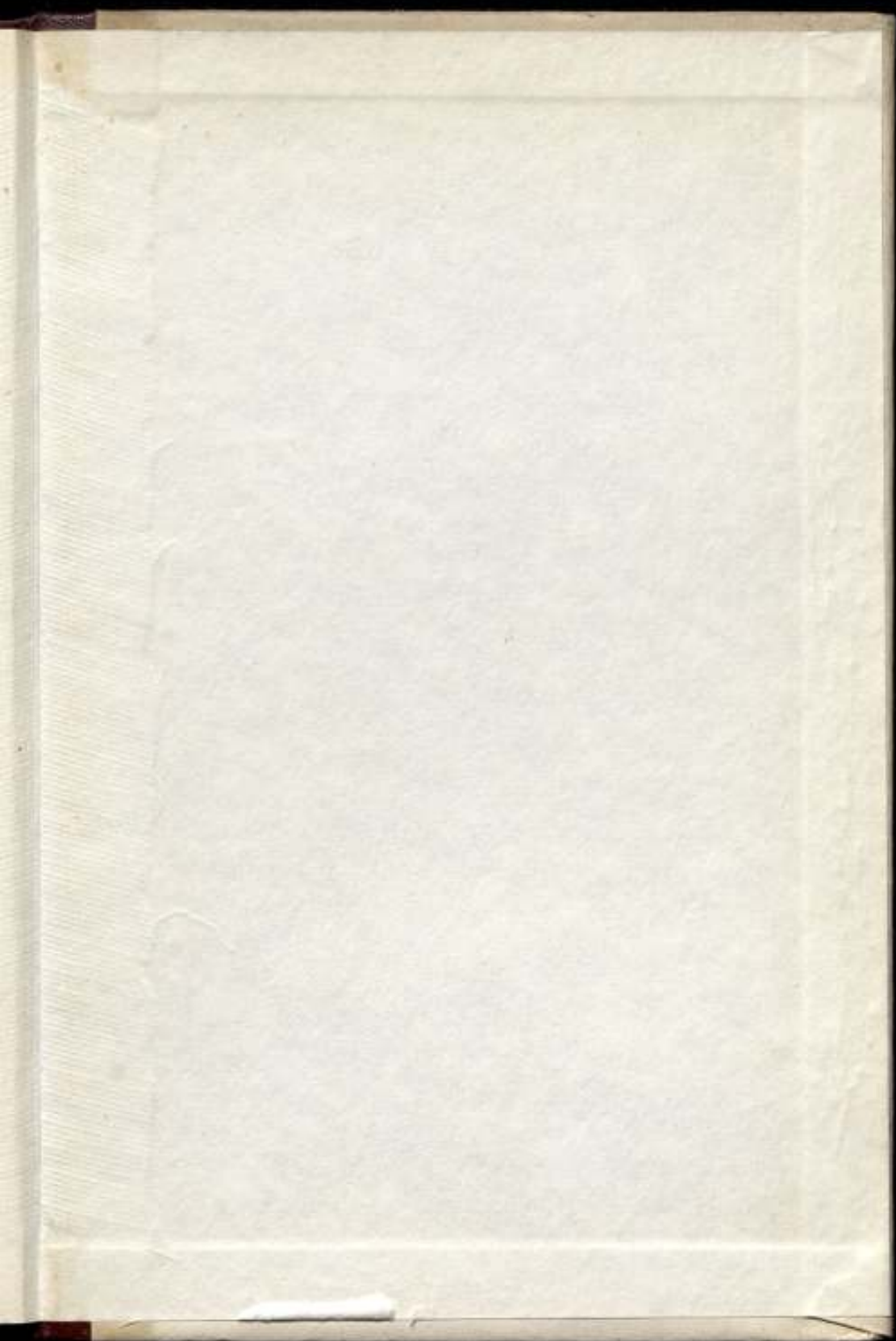
Предлагается принцип построения устройства для скоростной регистрации данных, представленных в фазо-импульсной форме на цифропечатающем устройстве динамического типа.

В устройстве динамической печати фазо-импульсный код имеет значительные преимущества, так как он сочетается с выбором печатного знака во времени.

Иллюстраций 5, библиографий 7.









1 р. 68 к.